VISIT…

М. И. Горбунов-Посадов
Т. А. Маликова

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

M. I. GORBUNOV-POSSADOV
Prof. Dr. Sc.
T. A. MALIKOVA
Senior Sc. Ass.

CALCULATION OF STRUCTURES ON ELASTIC FOUNDATION

SECOND EDITION, REVISED AND ADDED

MOSCOW 1973 «PUBLISHERS OF LITERATURE ON CIVIL ENGINEERING»

М. И. ГОРБУНОВ-ПОСАДОВ,
профессор, доктор технических наук,
Т. А. МАЛИКОВА,
кандидат технических наук

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

VIII МЕЖДУНАРОДНЫЙ КОНГРЕСС ПО МЕХАНИКЕ ГРУНТОВ И ФУНДАМЕНТОСТРОЕНИЮ

Изд. 2-е, переработанное и дополненное

МОСКВА СТРОЙИЗДАТ — 1973

1* Зак 98

УДК 624.012.35.042+624.131.5

Горбунов-Посадов М. И., Маликова Т. А. **Расчет конструкций на упругом основании.** Изд 2-е, перераб. и доп. М., Стройиздат, 1973.

Книга содержит практические рекомендации и таблицы для расчета конструкций на упругом основании. Новое издание дополнено кратким очерком теории расчета этих конструкций, а также сведениями о программах для их расчета на ЭВМ. Помимо новейших теоретических данных, в книге учтены результаты многочисленных наблюдений за работой конструкций в натуре. Изд. 1-е вышло в 1953 г.

Книга предназначена для инженерно-технических работников проектных и научно-исследовательских организаций.

Табл. 118, ил. 184, список лит. 101 назв.

This book, as in the first edition, consists of the practical guidance and the tables for calculating the most important types of consructions on elastic foundation, if you consider soil to be linearly deformating medium (elastic halfspace).

The brief historical survey and the modern state of the theory of these constructions calculation was added in this new edition to the previous materials for a designer to be able to find the right calculating method.

The proposable calculation methods and tables, facilitating calculation, were subjected to the considerable alterations in view of new theoretical achievements. They were supplemented with the information about the programs for calculating by means of computers, making use in especially important and complicated calculations.

When preparing this new edition the results of observations the performance of natural structures as well as the theoreticals results were taken into consideration. And this made possible to remove excessive safety factors, had been received earlier as a result of calculation.

This book is destined for engineers-designers and scientific researchers as well as it may be used as a manual for the students of engineering institutes.

© Стройиздат, 1973

0325—428
047(01)—73 82—73

ПРЕДИСЛОВИЕ

Общеизвестно, что балки и плиты на упругом основании представляют собой конструкции, широко используемые в практике строительства. Когда эти балки и плиты служат фундаментом здания или сооружения, их работа существенным образом влияет на напряженное состояние всей конструкции. Потому так велико значение усовершенствования методов расчета.

Исходные положения теории расчета конструкций на упругом основании издавна являются предметом дискуссий, так как механические свойства грунтового основания весьма сложны. Гипотеза коэффициента постели (Винклера), отождествляющая механические свойства грунта с механическими свойствами набора не связанных между собой вертикальных пружин, в 30-х годах была подвергнута в СССР ожесточенной критике.

Появилась теория, основанная на предположении, что грунт работает как линейно-деформированная среда, или, иначе говоря, как упругое полупространство. Были разработаны практические методы расчета различного рода конструкций на упругом полупространстве.

Опыт расчета и наблюдения за работой конструкций показали, что использование новой теории, особенно в случае больших опорных площадей балок и плит, приводит к завышенным значениям осадок, прогибов и изгибающих моментов. Это обстоятельство и упрощенная трактовка некоторых экспериментальных данных вызвали скептическое отношение к применимости теории линейно-деформируемой среды; появились приверженцы гипотезы Винклера. Между тем распределительная способность грунта, т. е. деформации не только под нагруженным участком, но и в соседствующих с ним, не может оспариваться; она подтверждается экспериментами и всем строительным опытом. Эта способность не отражается гипотезой Винклера, но полностью соответствует гипотезе упругого полупространства. Однако гипотеза упругого полупространства в том виде, в каком она применялась до сих пор, сильно преувеличивает распределительную способность. Причины превышения расчетных деформаций над реальными в настоящее время вскрыты. Намечены пути их устранения. В первую очередь это — необходимость применения теории упругости совместно с теорией пластичности грунтов и переход к модели тяжелого полупространства. По нашему мнению, проблема, десятилетиями дискутирующаяся и дезориентирующая проектировщиков, будет решена. Трудности, стоящие на

пути учета этих факторов, в практических расчетах будут преодолены при помощи программ для ЭВМ, вспомогательных таблиц и графиков, а также упрощенных приемов расчета.

В этих направлениях уже ведется усиленная работа. Мы надеемся, что вспомогательные приемы, данные в книге, позволят проектировщикам определять реальные условия работы конструкций на грунтовом основании; используя модель упругого полупространства, они смогут устранить излишние запасы прочности.

Правильно рассчитать конструкцию на упругом основании можно, зная историю и современное состояние этого расчета. Поэтому самые необходимые сведения даны в первой части. Там же изложены основные понятия, связанные с расчетом любого типа конструкций на упругом основании. Остальные разделы посвящены частным типам конструкций. Объем изложения теории, на основании которой созданы таблицы и другой справочный материал, сведен до минимума.

Текст первого издания подвергся значительной переработке. Часть таблиц, относящихся к расчету конструкций, работающих в условиях плоской задачи, опущена. Приведены (составленные на той же основе) таблицы для бесконечных и полубесконечных полос, причем таблицы для полубесконечных заменены новыми, составленными профессором Г. Я. Поповым и В. Л. Воробьевым на основе точного решения Г. Я. Попова и любезно предоставленными ими для нашей книги. Включены таблицы для расчета балок конечной длины и жесткости, работающих в пространственных условиях. Эти таблицы, имеющие большое практическое значение, так же как и новые таблицы для расчета гибких круглых плит конечного радиуса, были вычислены при помощи ЭВМ Е. Б. Фрайфельдом, Е. М. Вильк и Т. Н. Стихиной. Включена новая глава о расчете конструкций, работающих не на поверхности, а внутри грунта. Книга завершается материалами о расчете сплошных фундаментных плит при помощи ЭВМ, написанными Т. А. Маликовой, которая приняла участие в работе по подготовке нового издания книги. Кроме того, в книгу включены таблицы Т. А. Маликовой для расчета полубесконечных полос, лежащих на сжимаемом слое в условиях плоской задачи, а также программы для расчета тонких плит на упругом основании, составленные на основе книги «Таблицы для расчета тонких плит на упругом основании» (1959 г.).

Работа самих конструкций балок и плит в книге рассматривается в упругой стадии. Учет пластических свойств материала конструкции находится в стадии изучения, а учет роли пластических деформаций в грунте освещен достаточно подробно.

Особенно большое внимание в книге уделено правильному назначению величины расчетного модуля деформации.

Не освещены вопросы динамического расчета конструкций на упругом основании, а также влияния на них температурных

воздействий. Эти сведения читатель может почерпнуть из книги Б. Г. Коренева и Е. И. Черниговской «Расчет плит на упругом основании» (1962).

Во всех случаях, когда для расчета конструкций недостаточно указаний или таблиц, даны ссылки на работы других авторов.

Авторы не рассматривают используемые ими модели основания в виде упругого полупространства или сжимаемого слоя как единственно верные. В книге даются сведения и о других моделях. В одних случаях они лучше отражают реальные свойства основания, в других— оправдываются вносимыми упрощениями в сложные расчеты. Рассмотрены и такие модели, которые, казалось бы, более близки к действительности (чем используемые нами), но приводят к сложным методам расчета.

Со времени выхода первого издания этой книги прошло 20 лет. В переводе она была издана в Польше (1956 г.), Румынии (1960 г.), Чехословакии (1957 г.) и КНР (1954 и 1957 гг.).

Авторы признательны канд. техн. наук С. Н. Клепикову за ценные указания при рецензировании книги.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

Общие сведения

Руководство и таблицы для расчета предназначены максимально облегчить расчет конструкций на упругом основании: ленточных, плитных и коробчатых фундаментов зданий и сооружений, флютбетов плотин, днищ доков и шлюзов, кораблестроительных стапелей и слипов, подкрановых путей, днищ элеваторов и газгольдеров, аэродромных покрытий, покрытий усовершенствованных автодорог, двухколейных ниток автодорог на лесоразработках, полов промышленных зданий, фундаментов станков и машин, железнодорожных шпал и т. д.

Рассчитать конкретную конструкцию на упругом основании без знания теории и практики расчета невозможно. Большое практическое значение теории расчета, сложность возникающих проблем, многочисленность гипотез, большие математические трудности, связанные с решением отдельных задач, потребовали широкого освещения этих вопросов в отечественной литературе. Список трудов в области расчета конструкций на упругом основании, составленный Ю. М. Мещеряковым [99], включает 620 названий. Обзоры читатель найдет у Б. Г. Коренева [84] и у А. Г. Ишковой и Б. Г. Коренева [74]. История вопроса изложена в книгах А. А. Уманского [140], И. М. Рабиновича [115] и в докладе Н. А. Цытовича [150].

Зарубежные работы освещены в обзорных очерках Е. П. Попова [185], Б. Г. Хеллерса и О. Оррйе [177]. Мы же в последующих главах первой части ознакомим читателя только с самыми насущными сведениями в этой области.

Глава I. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ РАСЧЕТА БАЛОК И ПЛИТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

§ 1. ГИПОТЕЗА ВИНКЛЕРА

Расчет осадок конструкций, лежащих на упругом основании, а тем более их прогибов и возникающих в них под нагрузкой усилий нельзя выполнить без предпосылок о деформативных свойствах грунтов основания. Между тем механические свойства грунтов намного сложнее, чем свойства других материалов, с которыми приходится иметь дело проектировщику. Чтобы выбрать нужный метод расчета и грамотно его провести, необходимо

иметь хотя бы основные сведения об особенностях работы основания под конструкциями. При этом надо принимать во внимание множество факторов, влияющих на результаты расчета.

Лишь долголетнее изучение свойств грунтовых оснований, сравнение теоретических данных с поведением конструкций в натуре позволили с достаточной степенью точности вести расчеты. Между тем еще сравнительно недавно инженеры пользовались для расчетов самыми простейшими предположениями о работе основания, да и сейчас нередко допускаются в практике подобного рода упрощения. И только потому, что эти упрощения в большинстве случаев увеличивают запас прочности, такой подход не приводил к авариям.

Естественно, что первым и простейшим предположением о зависимости осадки грунта от приложенной к нему нагрузки была мысль о пропорциональности между ними. Так, еще в 1798 г. член Российской академии наук Н. И. Фусс [4] говорил, что глубина вдавливания колеса экипажа пропорциональна передаваемой им нагрузке. Однако тогда использовались жесткие фундаментные конструкции, и вопрос о соотношении между нагрузкой и осадкой, казалось бы, не имел никакого отношения к закону распределения реактивных давлений под подошвой фундамента. Казалось очевидным, что если центрально-нагруженный массивный фундамент претерпевает равномерную осадку, то и давления по его подошве должны быть равномерными. Считалось, что при эксцентричной нагрузке, когда фундамент получает наклон, реактивное давление должно распределяться тоже линейно, но по трапеции, чтобы уравновесить внешнюю нагрузку.

В ряде простейших случаев схемой линейного распределения реактивных давлений пользуются как прикидочной и в настоящее время, и это вполне оправдано (рис. 1). Однако эту схему

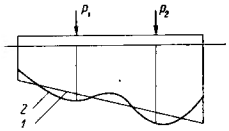


Рис. 1. Эпюры реактивных давлений
1 — по гипотезе линейного распределения, 2 — по гипотезе Винклера

применяют и при расчете ленточных фундаментов, принимая их за обратные неразрезные балки, нагруженные по линейному закону реакциями грунта. Такая постановка может быть в какой-то мере оправдана, если нагрузка, передаваемая каждой из колонн, неизвестна, а известны лишь общая сумма нагрузки и момент ее относительно середины балки, например при большой жесткости верхнего строения. В случае же, когда нагрузки от колонн известны, использование теории неразрезных балок, во-первых, крайне осложняет расчет, заменяя статически определимую

систему статически неопределимой, а во-вторых, приводит к совершенно неправильным результатам, так как реакции опор оказываются весьма далекими от нагрузок, передаваемых колоннами.

Когда возникла схема линейного распределения давлений, фундаменты не рассчитывали на прочность, и поэтому закон распределения реактивных давлений не имел особого значения. Лишь когда появились гибкие стальные и железобетонные конструкции, вопрос о распределении реактивных давлений стал действительно актуальным, так как от его решения зависело определение изгиба, изгибающих моментов и поперечных сил в конструкциях.

Для расчета прочности появившихся гибких конструкций на упругом основании — сначала железнодорожных рельсов и шпал, а затем железобетонных фундаментов зданий и гидротехнических сооружений — пришлось более внимательно вникнуть в реактивные свойства грунта: как потому, что к расчету этих конструкций предъявлялись новые, неизвестные ранее требования, так и потому, что в силу своей гибкости эти конструкции имели неравномерную осадку и, следовательно, испытывали и неравномерную реакцию со стороны грунта. Возникло естественное предположение, что наиболее прогнувшаяся часть балки оказывает наибольшее давление на грунт и, следовательно, испытывает наибольшую, равную этому давлению, но обратную по направлению реакцию грунта. Проще всего было принять гипотезу, что между прогибом (осадкой) балки и реактивным давлением существует прямая зависимость. В гибких балках наибольший прогиб приходится под нагрузкой; поэтому гипотеза, согласно которой наибольший отпор грунта получался вблизи нагруженного сечения (см. рис. 2,*б*), приводила к уменьшению изгибающих моментов и, несомненно, была прогрессивной для своего времени.

Если обозначить реактивное давление на погонную единицу длины балки через p', то давление на квадратную единицу опорной площади балки при ширине b будет $p = p'/b$, и, следовательно, в результате принятого положения

$$p = KY \tag{1}$$

$$K = \frac{P}{S}$$

получим

$$p' \leqslant bKY, \tag{1a}$$

где Y — прогиб балки; K — коэффициент пропорциональности («коэффициент постели»), зависящий только от физических свойств грунта. Если давление p' выражено в *кгс/см*, ширина в *см* и прогиб в *см*, то размерность K будет в *кгс/см*^{3}.

В уравнении (1а) прогибы балки Y можно заменить осадками грунта W, поскольку эти величины равны между собой. Сходство между законом, выражаемым уравнением, и законом Гука

подкрепляло уверенность в правильности предположения, получившего наименование гипотезы Винклера (по имени одного из немецких ученых, впервые использовавших новую теорию главным образом для расчета железнодорожных путей [189]).

Гипотеза о подчинении работы балки на упругом основании уравнению (1) позволила устанавливать распределение реактивных давлений вдоль балки с учетом ее гибкости. Для этого было достаточно воспользоваться обычным дифференциальным уравнением изгиба балки

$$p(x) - q(x) = \frac{E_1 J}{b} \cdot \frac{d^4 Y(x)}{d x^4}, \tag{2}$$

где $p(x)$ — реактивное давление; $q(x)$ — внешняя распределенная нагрузка; $E_1 J$ — жесткость балки; x — абсциссы точек нейтральной оси (ось x направлена вдоль нее).

Вставив в формулу значение p из уравнения (1), получим

$$\frac{d^4 Y}{d x^4} + \frac{4}{s^4} Y = \frac{b q(x)}{E_1 J}, \tag{3}$$

где величина s, называемая упругой характеристикой и имеющая размерность длины, определяется равенством

$$s = \sqrt[4]{\frac{4 E J}{b k}}. \tag{4}$$

Общий интеграл уравнения

$$Y = C_1 e^{\xi} \cos \xi + C_2 e^{\xi} \sin \xi + C_3 e^{-\xi} \cos \xi + C_4 e^{-\xi} \sin \xi - \frac{q}{K}, \tag{5}$$

где ξ — приведенная абсцисса;

$$\xi = \frac{x}{s}. \tag{6}$$

Постоянные интегрирования C в случае, если на внутреннюю часть балки действует только непрерывная нагрузка $q(x)$, а сосредоточенные силы P и моменты M приложены только у ее концов, определяются из условий на концах балки. В случае, если нагрузка $q(x)$ распределена не по всей длине балки и сосредоточенные силы и моменты приложены к внутренним сечениям балки, то для каждого участка, на которые балка разбивается, приходится определять свои значения постоянных C исходя из условий сопряжения между участками и на концах балки. Это приводит к необходимости для более или менее сложных случаев нагрузки, встречающихся на практике, выполнять весьма трудоемкую работу по составлению и решению большого числа уравнений с многими неизвестными.

В дальнейшем оказалось возможным внести в расчет существенные упрощения.

Прежде всего существует случай, с которым пришлось столкнуться в начальной стадии разработки теории балок на уп-

ругом основании, когда и при сосредоточенной нагрузке P, приложенной к внутреннему сечению балки, задача имеет простое решение. Это случай так называемой «бесконечно» длинной балки, концы которой настолько удалены от точки приложения силы, что вблизи этой точки влияние концов уже не сказывается, и без ущерба для точности можно считать, что балка уходит в обе стороны от нагрузки в бесконечность.

Из условия на бесконечности $[Y\ (\infty) \neq \infty]$ в уравнении (5)

$$C_1 = 0;\ C_2 = 0, \tag{6a}$$

а из условий под нагрузкой сосредоточенной силой (при $\xi = 0$) $Y'(0) = 0$, $Q(0) = -P/2$,

$$C_3 = C_4 = -\frac{P}{2sbK}. \tag{7}$$

Столь же просто решается задача и при нагрузке моментом.

Простота этих решений побудила ряд исследователей пытаться при расчете балки конечной длины заменять ее балкой бесконечной длины, прикладывая в ее сечениях, соответствующих концам конечной балки, фиктивные силы и моменты, обеспечивающие в этих точках выполнение начальных условий. Б. Г. Коренев [81] показал, что можно ограничиться одними фиктивными сосредоточенными силами, прикладывая их не в сечениях, соответствующих концам балки, а в точках, лежащих за пределами длины конечной балки.

При нагрузке сосредоточенными силами и нагрузке, распределенной на участке балки, эти методы становятся громоздкими. П. Л. Пастернак [184] предложил мысленно разрезать балку по границам участков, на которые она разделяется нагрузкой, и прикладывать в этих местах для компенсации отсеченных частей силы и моменты. Этот метод действительно эффективен, если жесткость балки в различных частях неодинакова. Для балки постоянной жесткости лучшим методом оказался разработанный советскими авторами «метод начальных условий» (или параметров). В 1923 г. проф. Н. П. Пузыревский [114] предложил так записывать уравнение прогибов (5), чтобы вместо неизвестных постоянных C_1, ..., C_4 входили новые четыре постоянные, из которых каждое равно или кратно (множителем служит величина (4) в различных степенях) значениям прогиба, углу наклона касательной к нейтральной оси балки, моменту и поперечной силе на одном из концов балки. Значение двух из этих постоянных всегда известно на основе начальных условий. Остальные два неизвестных определяются из условий на другом конце балки, что оказывается возможным, так как при таком выборе неизвестных уравнение прогибов и других расчетных величин остается неизменным во всех участках балки, за исключением членов, не зависящих от неизвестных постоянных; последние меняются по вполне определенному простому закону. Таким образом, согласно методу начальных условий при любой, сколь угодно сложной нагрузке можно ограничиться составлением и решением только двух уравнений относительно двух неизвестных. После определения этих неизвестных эпюры расчетных величин вычисляются по простым формулам.

Дальнейшее развитие метода начальных условий получило в трудах акад. А. Н. Крылова [91], в предельно простом изложении книги Г. Д. Дутова [56], в трудах А. А. Уманского [140] и В. А. Киселева [76]. Н. К. Снитко обобщил метод на случай, когда момент инерции балки меняется по ступенчатому или плавному закону [127]. Очень близок по своей сути к методу начальных условий метод «функционального прерывателя» Н. М. Герсеванова [19], позволяющий выразить одним уравнением закон распределения по всей балке любой внешней нагрузки.

Несмотря на радикальные упрощения, расчет балок по гипотезе Винклера остается трудоемким и требует применения таблиц тригонометрических и гиперболических функций. Расчет радикально упрощается при составлении таблиц готовых эпюр всех расчетных величин для всех главнейших типов нагрузки. Такие таблицы были составлены нами совместно с В. В. Кречмером в 1935 г. Для длинных балок эти таблицы приведены в главе IV четвертой части. Для коротких балок таблицы были изданы светокопировальным путем ЛО Теплоэлектропроекта в 1962 г. Большой сборник готовых формул для расчета самых различных схем нагрузок и законов изменения жесткости был составлен Э. Ф. Корневицем и Г. В. Эйдером [86]. У сборника один недостаток: в его основу положен не метод начальных условий, а метод Фрейнда, поэтому расчет более громоздок, чем мог быть.

Расчет плит на упругом основании по гипотезе Винклера много сложнее расчета балок. Уравнение (1) остается в силе, вместо обычного дифференциального уравнения для изгиба нейтральной оси балки (2) здесь приходится пользоваться бигармоническим уравнением изгиба средней плоскости плиты

$$D\left(\frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 Y}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 Y}{\partial y^4}\right) = q(x, y) - KY, \tag{8}$$

где D — цилиндрическая жесткость плиты

$$D = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_1^2)}; \tag{9}$$

E и ν_1 — соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала плиты; h — ее толщина; J — прогиб; x, y — декартовы координаты; остальные обозначения те же, что в формуле (2). В частном случае центральной осевой симметрии, когда прогибы плиты зависят только от одного переменного — расстояния от центра симметрии, уравнение (8) упрощается; вместо уравнения с частными производными приходится решать

обыкновенное дифференциальное уравнение

$$D\left(\frac{\partial^4 Y}{\partial r^4}+\frac{2}{r}\cdot\frac{\partial^3 Y}{\partial r^3}-\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 Y}{\partial r^2}+\frac{1}{r^3}\cdot\frac{\partial Y}{\partial r}\right)=q(r)-KY. \quad (10)$$

Первые решения для круглой плиты дал акад. А. Н. Динник [55]. Многие вопросы рассмотрены в книге Шлейхера [86]. Решение задачи о плите неограниченных размеров, нагруженной сосредоточенной силой, принадлежит Герцу [54]. Большой вклад в решение задачи о круглых плитах, как осесимметричных, так и несимметричных, внес Б. Г. Коренев [82, 83].

Прямоугольными плитами занимался Б. Г. Коренев [83, 85], применяя «метод компенсирующих нагрузок», обобщающий тот его метод, о котором упоминалось выше при изложении расчета балок. Б. Г. Коренев осветил ряд вопросов расчета бесконечных и полубесконечных плит (под бесконечной плитой понимается плита настолько большой протяженности, что вблизи приложения нагрузки можно пренебречь влиянием краев; под полубесконечной плитой понимается также плита большой протяженности, но нагруженная вблизи одного из краев; в этом случае можно пренебречь влиянием отдаленных краев). Специально прямоугольным плитам на винклеровском основании посвящена книга Е. А. Палатникова [105]; он рассмотрел также случай, когда в левой части уравнения отсутствует средний член: по утверждению автора, этот случай соответствует учету образования трещин в бетоне при армировании в направлениях x и y. Автором рассмотрены также случаи бесконечной и полубесконечной плит.

В заключение отметим, что при отсутствии изгиба, т. е. в случае жестких конструкций на упругом основании, расчет по гипотезе Винклера дает то же самое распределение реактивных давлений, что и по гипотезе линейного их распределения. В случае внецентренной внешней нагрузки здесь применяются формулы внецентренного сжатия.

§ 2. ГИПОТЕЗА УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Еще в 20-годах, когда расчет по гипотезе Винклера лишь начинал внедряться в проектную практику, Г. Э. Проктором [113] и К. Вигхардтом [190] были высказаны замечания о крупных недостатках этой гипотезы и предложены новые предпосылки для расчета балок на упругом основании.

Недостаток гипотезы Винклера, на который указали эти авторы, состоит в том, что, как показывает эксперимент, поверхность грунта претерпевает осадку не только непосредственно в том месте, где на него оказывается давление, но и по соседству (рис. 2). Только этим можно объяснить следующие факты, находящиеся в противоречии с гипотезой Винклера:

1) грунт оседает не только под самой конструкцией на упругом основании, но и по соседству с ней;

2) балка или плита, равномерно нагруженная по всей длине, не оседает равномерно, а прогибается (как правило, выпуклостью вниз);

3) значение коэффициента постели зависит от размеров штампа, которым производится испытание для определения этой величины.

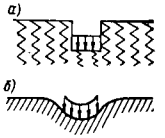


Рис. 2. Характер деформации поверхности грунта

а — по гипотезе коэффициента постели; *б* — по опытам и по теории упругости

Таким образом, была осознана необходимость замены винклеровской формулы (1), выражающей зависимость между давлением и осадкой в одной и той же точке поверхности грунта, какой-то иной формулой, отражающей распределительную способность грунта, т. е. связь между давлением в одной точке и осадкой в любой другой точке на поверхности грунта.

Вигхардт разобрал два наиболее простых предположения для построения такой формулы. Одно из них заключалось в использовании для описания механических свойств грунта теории упругости. Однако Вигхардт не стал доводить такое решение до конца, считая обращение к теории упругости в этих целях слишком смелым шагом при уровне знаний по механике грунтов того времени. О другом предположении Вигхардта будет рассказано в следующем параграфе. Что же касается Г. Э. Проктора, то он был в этом отношении смелее и прямо указал, что теория упругости должна заменить гипотезу Винклера.

В 1923 г. формулы теории упругости для определения напряжений в грунте были использованы проф. Н. П. Пузыревским [114]. Однако особенно большую роль в распространении теории упругости на грунты сыграли работы чл.-корр. АН СССР Н. М. Герсеванова, наиболее авторитетного в то время специалиста в области механики грунтов. Главными аргументами против применения теории упругости были указания на очень большие остаточные деформации в грунтах и на то, что они полностью не работают или очень незначительно работают на растяжение. Н. М. Герсеванов высказал следующую мысль [18]: «Правомочность этого приема основана на том, что, согласно позднейшим исследованиям, деформации и напряжения грунтового скелета связаны между собой линейной зависимостью для тех сравнительно небольших изменений напряжений, которые получаются в грунте от действия нагрузок, воспринимаемых ими от возводимых на нем сооружений». К этому следует добавить, что, как правило, к грунту прикладывают нагрузку от строяще-

гося сооружения, но не снимают ее, а поэтому вопросы об остаточных деформациях и о невозможности работы грунта на растяжение отпадают: лишь бы при нагружении осадки были пропорциональны нагрузке. Чтобы, однако, подчеркнуть, что теория

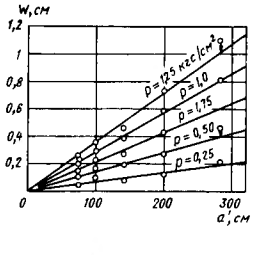


Рис. 3. Зависимость осадок квадратного штампа w от его ширины a' по опытам Д. Е. Польшина

упругости применяется здесь с оговорками, принято говорить о работе грунта не как об упругой среде, а как о линейно-деформируемой среде; по тем же причинам название «модуль упругости» заменяется здесь названием «модуль деформации».

Кроме модуля деформации E_0 деформационные свойства грунта характеризуются (в меньшей степени) коэффициентом Пуассона ν_0.

Лучшим подтверждением применимости теории упругости к грунтам является независимость значений модуля деформации E_0 (а также коэффициента Пуассона) от размеров опытного штампа, при помощи которого в полевых испытаниях определяются эти величины, и, напротив, резкая зависимость от этих размеров коэффициента постели. Правда, эта независимость наблюдается только в известных пределах, о чем будет сказано ниже.

Если провести ряд испытаний одного и того же однородного грунта штампами различных размеров, но передающими на грунт одинаковые давления, то, согласно теории упругости, на графике, изображающем зависимость осадок штампа от его линейных размеров, все опытные значения осадок должны лечь на одну и ту же наклонную прямую, проходящую через начало координат. Это иллюстрируется графиком (рис. 3), заимствованным из работы Д. Е. Польшина [111], который построен на основе большой серии опытов, проведенных на однородном лёссовидном суглинке значительной мощности. Все результаты испытаний дают одно и то же значение величины

$$\frac{E_0}{1-\nu_0^2} \approx 300 \ кгс/см^2.$$

График Польшина может служить иллюстрацией непримеиимости к грунтам гипотезы коэффициента постели. По этой гипотезе при постоянном значении давлений осадка штампов должна быть независимой от их линейных размеров, и поэтому вместо пучка наклонных прямых, проходящих через начало координат, на графике (см. рис. 3) должен был бы получиться ряд параллельных горизонтальных прямых, расположенных на равном расстоянии друг от друга. Только в случае, если коэффициент постели определяется по ожидаемой осадке, как это принято в методе «коэффициента жесткости» (см. § 3), расчет освобождается от этой погрешности.

Вместе с тем, согласно тому же графику, значения коэффициента постели $k=p/w$ получаются для одного и того же грунта изменяющимися обратно пропорционально ширине штампа от 1,2 *кгс/см*³ (при $a'=283$ *см*) до 5 *кгс/см*³ (при $a'=71$ *см*).

Однако график Д. Е. Польшина справедлив только для тех размеров штампа и нагрузок, для которых он составлен. При малых размерах штампа или очень больших нагрузках, когда становится заметным влияние на осадку развития пластических деформаций в грунте, а также при весьма больших размерах штампа, когда в работу вступают глубокие слои грунта, закономерности, показанные опытами Д. Е. Польшина, не обнаруживаются. О причинах этого будет сказано ниже, когда мы перейдем к рассмотрению недостатков применения к грунту теории упругости (см. главу II).

Другим подтверждением преимущества применения теории упругости по сравнению с гипотезой Винклера является всегда наблюдаемое при строительстве влияние на осадку соседних, ранее выстроенных и вновь строящихся зданий (см., например, книгу П. И. Брайта [11]). С этим приходится считаться при проектировании.

Более подробные сведения о применимости к грунтам формул теории упругости читатель найдет в трудах Н. А. Цытовича [149] и В. А. Флорина [146].

Добавим, что под фундаментами, многократно загружаемыми и разгружаемыми (фундаменты машин или подкрановых путей), грунт со временем освобождается от остаточных деформаций и его модуль деформации переходит в модуль упругости E, величина которого обычно много больше.

§ 3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ В ТЕОРИИ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

1. Три задачи теории упругости, используемые при расчете. Под *упругим полупространством* мы понимаем упругую среду, простирающуюся вниз и в стороны до бесконечности и ограниченную сверху плоскостью.

Под *упругой полуплоскостью* понимается вертикальная упругая, бесконечно простирающаяся вниз и в стороны плоскость (тонкий слой), имеющая сверху горизонтальную прямолинейную границу[1].

Конструкции на упругом основании в зависимости от типа рассчитывают на основе одной из трех задач теории упругости: плоской задачи, задачи с осевой симметрией и пространственной задачи.

Конструкции, рассчитываемые на основе решения плоской задачи теории упругости. Этот класс конструкций в зависимости от условий работы их основания подразделяется на две группы:

а) конструкции с основанием, работающим в условиях плоской деформации;

б) конструкции с основанием, работающим в условиях плоского напряженного состояния.

Основание будет работать в условиях *плоской деформации* в том случае, если конструкция имеет удлиненную прямоугольную опорную площадь; причем любая полоса шириной 1 *м*, выделенная в поперечном направлении из конструкции, должна работать в одинаковых условиях со всякой другой подобной же полосой, т. е. иметь одинаковую жесткость и одинаковое распределение внешней нагрузки (рис. 4,*а*).

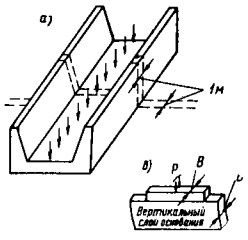


Рис. 4. Конструкции, к основаниям которых применяются формулы плоской задачи теории упругости

Такие условия точно могли бы быть выполнены только в случае, если конструкция была бы бесконечно длинной. В действительности же поперечные полосы, выделенные вблизи концов конструкции, работают в несколько иных условиях, чем средние. Однако, если длина опорной площади конструкции превышает ее ширину более чем в 3 раза, а отдельные полосы работают в одинаковых условиях, применение схемы плоской деформации для расчета (в поперечном направлении) средней части конструкции может считаться допустимым.

[1] Иногда при расчете в условиях плоской задачи упругой полуплоскостью называют также вертикальный слой небольшой толщины (например, 1 *м*), мысленно выделенный под полосой конструкции.

Использование схемы плоской деформации значительно облегчает расчет. Само собой разумеется, что при практическом использовании схемы плоской деформации можно пренебрегать в условиях работы поперечных полос некоторой неоднородностью, вызванной разностью в распределении жесткостей, нагрузок и т. д.

Условия плоской деформации применимы для расчета фундаментных плит водосливных плотин, шлюзов, сухих доков. С этими условиями мы встречаемся также при расчете ленточных фундаментов в поперечном направлении и при расчете коробчатых фундаментов высотных зданий при сильно удлиненной их форме в плане. В некоторых случаях в порядке приближения так рассчитывают и полосы с шириной, равной шагу колонн, выделенные из средней части сплошных плит под сетку колонн. Здесь расчет в поперечном направлении будет давать более точные результаты, чем в продольном (при удлиненной форме прямоугольной плиты). Чем меньше разница в нагрузках между рассчитываемой и соседними полосами, тем меньше ошибка расчета.

Как явствует из всего сказанного, при расчете всех этих конструкций (кроме сплошных плит под сетку колонн) достаточно ограничиться только одной поперечной полосой шириной 1 *м*.

Конструкция, работающая в условиях *плоского напряженного состояния,* представляет собой балку, как угодно нагруженную, лежащую не на сплошном полупространстве, а на вертикальном слое (упругой полуплоскости), толщина которой должна примерно равняться ширине опорной площади балки (см. рис. 4, *б*).

Эти условия расчета применимы к немногочисленным конструкциям. В качестве примера можно привести железобетонные пояса, усиливающие каменные конструкции [109], или рандбалки под стены [69] (здесь упругое основание находится не под, а над конструкцией).

Основной формулой, которой в настоящее время пользуются для описания работы основания в условиях плоской деформации, является формула Фламана — перемещений поверхности упругого полупространства, вызываемых равномерной непрерывной нагрузкой P' (в *тс/м*), распределенной на этой поверхности по бесконечной прямой (рис. 5, *а*):

$$W(r) = -\frac{2}{\pi} P' \frac{(1-\nu_0^2)}{E_0} \ln \frac{r}{d}, \qquad (11)$$

где W — вертикальные перемещения (осадка) основания; r — расстояние от нагруженной прямой до точки M, перемещение которой рассматривается; d — произвольная постоянная, имеющая так же, как и r, размерность длины

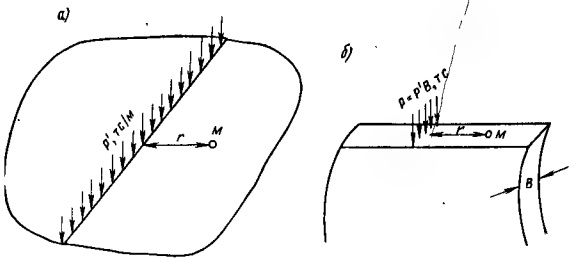


Рис. 5. Исходные схемы нагрузки поверхности упругого основания, работающего в условиях плоской задачи

Безразмерная эпюра перемещений при $d=1$, по Фламану, показана на рис. 6 (кривая *1*).

При расчете в условиях плоского напряженного состояния в качестве основной используется формула перемещений поверхностной грани полуплоскости (рис. 5, *б*) при нагрузке ее силой P (в *тс*). Эта формула отличается от формулы (11) только тем, что множитель $(1-\nu_0^2)$ заменяется множителем 1. Причем под величиной P' подразумевается на этот раз величина $P'=P/B$ (где B — ширина вертикального слоя основания). В связи с этим расчеты конструкций на упругом основании в условиях плоской деформации и плоского напряженного состояния проводятся совершенно одинаково, только величина $E_0/(1-\nu_0^2)$, встречающаяся при расчете в условиях плоской деформации, должна быть для расчета в условиях плоского напряженного состояния заменена всюду величиной E_0.

Переход от перемещений, вызываемых силами P' (в *тс/м*), распределенными по прямой (плоская деформация), или силой P (в *тс*), приложенной в точке (плоское напряженное состояние), к перемещениям от нагрузки, передаваемой на грунт полосой или балкой по некоторому закону $p=p(x)$ (в *тс/м²*), производится заменой в формуле (11) величины P' на $p(x)dx$ и интегрированием формулы по x в пределах ширины полосы или длины балки. На рис. 6 кривой *2* показана эпюра перемещений под полосовой равномерно распределенной нагрузкой.

Большим неудобством при расчете в условиях плоской задачи является то, что в формулу (11) входит произвольная постоянная, значение которой никак не может быть определено. В зависимости от того, какое значение мы назначим для этой величины, определяется точка, в которой осадки равны нулю. Более близкие точки претерпевают положительные осадки, более дальние — отрицательные, иначе говоря, они поднимаются вверх. Поэтому формула (11) дает возможность определять лишь перемещения какой-либо одной точки поверхности грунта относительно другой (относительные перемещения), но не действительные осадки поверхности грунта (абсолютные перемещения).

Для той точки, где приложена нагрузка P' $(x=0)$, формула (11) дает бесконечно большие осадки. Нагрузка P', распределенная по прямой, действует как тупой нож, который бесконечно погружается в упругое полупространство, увлекая за собой близлежащие точки. Однако, если перейти к деформациям от нагрузки, распределенной не по прямой, а по полосе (при помощи упомянутого выше интегрирования), то можно освободиться от этих бесконечно больших перемещений под нагрузкой (см. эпюру *2* на рис. 6).

Значительно бо́льшие затруднения вызывает другой недостаток формулы Фламана. Как видно из формулы (11), при значительном отходе от нагрузки осадки становятся отрицательными; возрастают они до бесконечности при бесконечном отходе от нагрузки. Таким образом, при использовании формулы Фламана мы впадаем в другую крайность по сравнению с гипотезой Винклера. На этот раз нагрузка не только вызывает перемещения соседних, ненагруженных точек, но эти перемещения становятся тем больше, чем дальше находится рассматриваемая точка. Этот парадоксальный вывод для плоской задачи теории упругости объясняют тем, что бесконечно большие перемещения вызываются нагрузкой, суммарная величина которой, согласно принятой схеме, также бесконечно велика. Объяснение это не

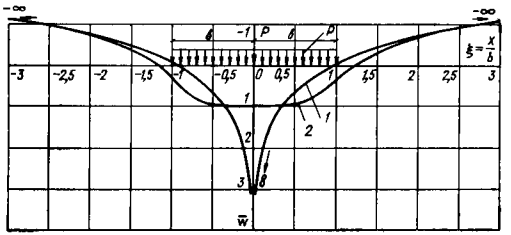


Рис 6. Безразмерные эпюры перемещения поверхности грунта под нагрузкой по решению Фламана (плоская задача)

1 — под сосредоточенной силой P', *тс/м*; *2* — под равномерной нагрузкой p, *тс/м²*.

Действительные перемещения определяются по формуле $w=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{1-\nu_0^2}{E_0}P'\bar{w}$; для равномерной нагрузки $P'=2pa$, где a — полуширина полосы нагрузки

слишком убедительно, так как бесконечная нагрузка приложена к бесконечному телу, что должно бы затруднять деформацию, и поэтому не ясно, почему она должна быть обязательно бесконечно большой.

В главе II мы покажем, что решение Фламана не только противоречит поведению грунта в натуре, где осадочная воронка быстро затухает даже вблизи конструкций, имеющих большую протяженность, но что это решение не является вполне корректным в отношении выполнения граничных условий и должно быть заменено другой зависимостью с перемещениями, затухающими на бесконечности.

Несмотря на эти недостатки, формула Фламана широко использована в теории расчета конструкций на упругом основании. Недостатки не помешали потому, что формула (11) позволяет определять относительные перемещения точек поверхности упругой среды под распределенной нагрузкой. Если эти точки расположены не очень далеко друг от друга, то неестественный результат, к которому приводит формула (11) для бесконечно удаленных точек, не отражается слишком сильно на величине относительных перемещений, хотя и дает все же завышенное их значение. Поэтому формулу (11) использовали до сих пор как необходимую основу для решения в плоских условиях задачи об изгибе конструкций на упругом основании, определений реактивных давлений грунта и соответствующих усилий в конструкции. Осадки же непосредственно при помощи формулы Фламана не могут быть определены. Поэтому при расчете осадок в условиях плоской задачи всегда рассматривается сжатие основания лишь в пределах определенной глубины, о чем мы еще не раз будем говорить.

Конструкции, рассчитываемые на основе решения задачи теории упругости с осевой симметрией, имеют две разновидности:

а) круглые плиты на упругом основании (рис. 7, *а*);

б) сплошные гибкие плиты большой протяженности на упругом основании, принимающие нагрузки на значительном расстоянии от края (рис. 7, *б*).

По схеме *круглых плит* на упругом основании рассчитываются фундаменты доменных печей и фабричных труб, днища резервуаров, газгольдеров и т. п. Во всяких этих конструкциях нагрузка симметрична относительно центра, и поэтому их расчет исчерпывается расчетом какого-либо одного радиального сечения.

Расчет эксцентрично нагруженных круглых плит еще недостаточно разработан.

При расчете круглых плит на упругом основании используется формула Буссинеска, определяющая перемещения поверхности упругого полупространства от действия приложенной к какой-либо точке поверхности сосредоточенной силы P (в *тс*):

$$W(r) = \frac{P(1-\nu_0^2)}{\pi E_0 r}, \qquad (12)$$

где r — расстояние между нагруженной точкой и точкой M, перемещения которой определяются (рис. 8).

Для определения перемещений не от отдельной силы P, а от давлений $q(r)$ (в *тс/м*²), передаваемых плитой на грунт, формула (12) интегрируется по всей опорной площади круглой плиты; при этом величина P заменяется величиной давления, действующего на каждую элементарную площадку круга:

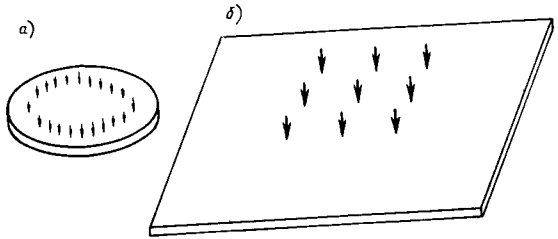


Рис. 7. Конструкции, к основанию которых применяются формулы задачи теории упругости с осевой симметрией

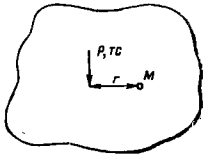


Рис. 8. Исходная схема нагрузки на поверхности упругого основания, работающего в условиях пространственной задачи

$$q(r)\,r\,dr\,d\varphi, \qquad (13)$$

где r — расстояние от площадки до центра; φ — угол, соответствующий элементу дуги, ограничивающей площадку.

Из формулы (12) видно, что перемещение поверхности упругого полупространства непосредственно под сосредоточенной силой (при $r=0$) оказывается бесконечно большим (рис. 9, эпюра *1*). Действие этой силы можно уподобить тупой игле, которая, погружаясь бесконечно вниз, тянет за собой и близлежащие точки поверхности. Однако на бесконечности (при $r=\infty$) перемещения обращаются в нуль.

При переходе от силы, сосредоточенной в точке, к давлениям, распределенным по кругу, бесконечно больших перемещений

как в пределах этого круга, так и вне вообще не будет (рис. 9, эпюра 2). Таким образом, определение осадок на основе формулы (12) не связано с теоретическими трудностями, как при использовании формулы (11). Правда, при больших площадях загружения формула (12) дает очень большие значения осадок, а при прямоугольных площадках осадка (при одной и той же интенсивности давлений) непрерывно возрастает с увеличением длины прямоугольника.

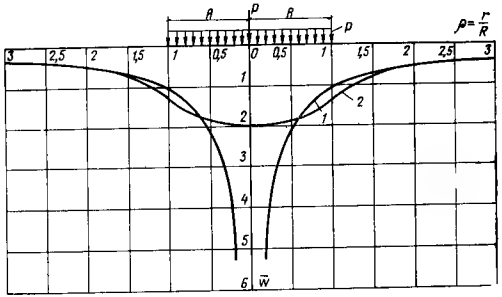


Рис. 9. Безразмерные эпюры перемещений $\bar{w}$ поверхности грунта под нагрузкой по решению Буссинеска (пространственная задача)

1 — под сосредоточенной силой *P*, *тс*; *2* — под равномерной нагрузкой *p*, *тс/м²*

Действительные перемещения определяются по формуле

$$w = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0 R} P \bar{w};$$

для равномерной нагрузки $P = \pi R^2 p$, где R — радиус нагруженного круга

Расчетная схема *сплошных гибких плит*, принимающих нагрузку на значительном расстоянии от края (см. рис. 7,*б*), применяется для расчета внутренних полей сплошной гибкой фундаментной плиты, несущей нагрузки в виде нескольких рядов («сетки») колонн, при расчете полов промышленных зданий и т. д.

В основу всех этих расчетов кладется решение задачи о бесконечной плите, лежащей на поверхности упругого полупространства и нагруженной в точке, принимаемой за ее центр, сосредоточенной силой. Решение этой задачи можно рассматривать как частный случай решения задачи о круглой плите, приняв, что радиус плиты очень велик.

В случае, если в действительности нагрузка распределена по некоторой площадке, результаты, полученные для сосредоточенной силы, интегрируются. Если же нагрузка приложена в ряде точек или распределена по ряду площадок, решения, получающиеся для каждой из нагрузок в отдельности, накладываются друг на друга. Правила и таблицы для расчета конструкций, где к основанию применяется решение задачи с осевой симметрией, изложены в третьей части книги.

К классу конструкций, рассчитываемых в условиях пространственной задачи теории упругости, относятся все конструкции, к которым даже в порядке приближения невозможно применить условия плоской задачи и задачи с осевой симметрией. Расчет в условиях пространственной задачи, вообще говоря, много сложнее.

Однако для двух наиболее важных типов конструкций, работающих в пространственных условиях, благодаря теоретическим исследованиям и составлению вспомогательных таблиц, графиков и программ для ЭВМ удалось значительно упростить расчет.

К этим типам конструкций относятся:

а) балки на упругом полупространстве;

б) прямоугольные плиты.

К *балкам* на упругом полупространстве (рис. 10, *а*) относятся железобетонные ленточные фундаменты (отдельные и перекрестные), фундаменты подкрановых путей, железнодорожные шпалы и т. п.

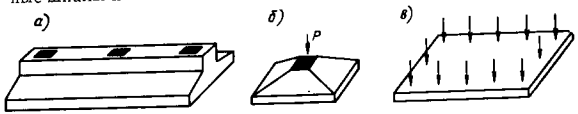


Рис. 10. Конструкции, к основанию которых применяются формулы пространственной задачи теории упругости

В качестве исходной формулы для определения перемещений под балкой снова используется формула Буссинеска (12), причем интегрирование проводится по всей прямоугольной опорной площади балки, передающей давления на грунт.

Формулы осадок грунта под балкой имеют очень сложный вид. Однако удлиненная форма балок позволяет почти без ущерба для точности пренебречь в формулах осадок многими членами, весьма малыми по сравнению с другими. Если же учесть, что балки в поперечном направлении почти не изгибаются, то формулы упростятся еще больше. В результате расчет проводится по алгоритму, форма которого почти совпадает с расчетом полос в условиях плоской деформации.

Для подавляющего большинства случаев расчета балок на упругом полупространстве (см. четвертую часть) составлены таблицы изгибающих моментов, реактивных давлений, осадок и т. п.

К прямоугольным плитам на упругом полупространстве относятся фундаментные подушки под отдельные колонны (рис. 10, *б*) и сплошные фундаментные плиты под сетку колонн при нагрузках, приложенных вблизи края (рис. 10, *в*). В случае большой жесткости прямоугольных плит в отношении расчета их на осадку и на перекос к ним примыкают и такие массивные сооружения, как устои мостов и гравитационные набережные.

В теории прямоугольных плит на упругом полупространстве, рассчитываемых на изгиб, очень сложны выражения как для осадок основания, так и для прогибов плиты; прогибы определяются интегрированием бигармонического уравнения. Чтобы облегчить расчет для простейших случаев нагрузки на жесткие прямоугольные плиты, составлены графики безразмерных расчетных величин. Для других, более сложных видов нагрузки даны ссылки на работы авторов, где есть таблицы, облегчающие расчет. Решение систем из 10 уравнений, например для расчета коробчатых (жестких) фундаментов многоэтажных зданий при помощи ЭВМ, уже не вызывает затруднений. Осадки и углы перекоса массивных сооружений определяют на основе соответствующих графиков без всяких затруднений.

Для расчета жестких плит, форма которых сильно отличается от прямоугольной, следует пользоваться методом Б. Н. Жемочкина [69].

Расчет жестких прямоугольных плит на упругом полупространстве освещен в пятой части книги, а расчет гибких прямоугольных плит, как в отношении теоретических его основ, так и методики расчета при помощи ЭВМ, — в шестой части.

Кроме расчетных схем, где основание принимается однородным на всю глубину, существует схема, где сжимается только конечный слой основания (рис. 11). Эта схема используется для

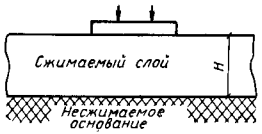


Рис. 11. Схема основания в виде сжимаемого слоя

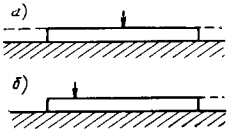


Рис. 12. Схема конструкций
а — бесконечных; *б* — полубесконечных

всех трех задач теории упругости, о которых было сказано выше. Она полностью соответствует действительности в случае, когда на сравнительно небольшой глубине сжимаемые грунты (песчаные, глинистые) подстилаются практически несжимаемыми породами, точнее породами, модуль которых в несколько раз превышает модуль верхних слоев грунта (например, песчаник,

известняк). Учет влияния подстилаемого слоя в этом случае может дать значительную экономию.

Этой схемой все чаще и вполне обоснованно пользуются при расчете сравнительно однородных оснований, для того чтобы избежать излишних запасов прочности, которые связаны с применением теории упругости при больших опорных площадях, особенно в случае плоской задачи, а также при расчете сплошных плит под сетку колонн. Дело в том, что, как показывает наблюдение за работой таких конструкций в натуре, их осадка и изгиб, а также распределение реактивных давлений под ними близки к результатам по указанной схеме расчета.

2. Расчетные категории конструкции в зависимости от размеров в плане и жесткости. Способ расчета конструкций, помимо выбора одной из трех задач теории упругости, зависит от того, к какой категории относится конструкция: к жесткой, короткой или бесконечной и полубесконечной.

Под *жесткими* в теории балок и плит на упругом основании подразумеваются конструкции, реактивные давления под которыми настолько мало отличаются от давлений под абсолютно жесткими конструкциями той же формы в плане, что этим отличием для облегчения расчета можно пренебречь. Вопрос о том, допустимо ли считать конструкцию жесткой, решается вычислением так называемого показателя гибкости, величина которого зависит как от жесткости конструкций, так и от размеров ее в плане (чем больше жесткость и меньше размеры в плане, тем меньше показатель гибкости). Наименование жесткая конструкция условно. В большинстве случаев эти конструкции изгибаются и потому требуют расчета на изгибающие моменты и поперечные силы.

Бесконечной балкой или плитой (рис. 12, *а*) принято называть конструкцию на упругом основании в тех случаях, когда на результатах расчета практически не сказывается влияние концов или краев конструкции. Так, при расчете средней части ленточных фундаментов при нагрузке, приложенной там же, влиянием концов балки можно пренебречь и условно считать, что балка простирается в обе стороны бесконечно. Также можно рассматривать гибкую сплошную плиту под сетку колонн во внутренней ее части (см. рис. 7,*б*).

Те же самые конструкции, которые при расчете их средней части относятся к категории бесконечных, должны быть отнесены к категории *полубесконечных* при расчете сечений, находящихся вблизи одного из концов (краев) конструкции (см. рис. 12, *б*). В этом случае при расчете конструкции вблизи нагрузки нельзя пренебрегать влиянием ближайшего края, а влиянием другого конца пренебречь можно.

С увеличением размеров плиты в плане и ее гибкости возрастает вероятность отнесения ее к категории бесконечных или полубесконечных. Возможность использования этих схем уста-

навливается по показателю гибкости и другим достаточно простым критериям, приведенным в соответствующих частях книги.

По схемам бесконечной и полубесконечной конструкции сравнительно легко можно рассчитывать и тогда, когда нагрузок несколько и реактивные давления имеют волнистый характер с относительными максимумами под каждой нагрузкой (рис. 13). Другие методы расчета оказываются в этом случае или бессильными, или чрезмерно громоздкими.

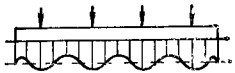


Рис. 13. Волнистый характер эпюр при нескольких нагрузках на гибкую длинную балку или плиту

При нагрузке плиты большой протяженности вблизи одного из углов следовало бы пользоваться схемой четвертьбесконечной плиты. К сожалению, хотя и есть исходный материал в виде решения задачи В. И. Соломина о нагрузке вблизи угла [131], расчет четвертьбесконечной плиты еще недостаточно табулирован.

Короткими балками и плитами принято называть конструкции на упругом основании промежуточного типа между жесткими и бесконечными. Более строго их следует называть балками (или плитами) конечной длины и жесткости. Если для таких конструкций нет таблиц безразмерных расчетных величин или программ для ЭВМ, их расчет значительно сложнее расчета жестких и бесконечных конструкций.

§ 4. ТЕОРИЯ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

а. Предыстория. Два решения теории упругости, которые оказались весьма важными для расчета балок и плит на упругом основании, были даны в то время, когда о применении их еще не было и мысли. Речь идет о решении Я. Буссинеска [131] об абсолютно жестком эллиптическом штампе на упругом полупространстве, частный случай которого (для абсолютно жесткого центрально-нагруженного круглого штампа) нашел широкое применение как для расчета круглых жестких плит, так и для определения при помощи штампового испытания модуля грунта в полевых условиях.

Согласно решению Я. Буссинеска, распределение реактивных давлений под центрально-нагруженным штампом определяется формулой

$$p(r) = \frac{P}{2\pi R\sqrt{R^2 - r^2}}, \qquad (14)$$

где P — суммарная нагрузка, приложенная к штампу; R — радиус штампа; r — расстояние от центра штампа до точки, в которой определяется реактивное давление.

Эта формула в качестве исходной служит и для определения поперечных сил и изгибающих моментов в круглых жестких плитах. Заметим, что переход к этим величинам от реактивных давлений осуществляется гораздо более сложно, чем в статически определимых балках, когда известны внешняя нагрузка и реактивные давления.

Далее, по Я. Буссинеску, осадку круглого штампа находят по формуле

$$W = \frac{P(1 - \nu_0^2)}{2RE_0}, \qquad (15)$$

где E_0 — модуль упругости упругого полупространства (модуль деформации грунта); ν_0 — коэффициент Пуассона.

Совершенно ясно, что, измеряя осадку под опытным штампом, мы можем установить отношение $\frac{E_0}{(1-\nu_0^2)}$. Если из каких-либо других опытов известно значение ν_0, то можно установить непосредственно и значение модуля деформации E_0. Однако ввиду того, что величина ν_0^2 мала (порядка 0,1—0,15), учет коэффициента Пуассона особого значения здесь не имеет.

Второе из упомянутых решений принадлежит М. Садовскому [137] и относится ко времени, уже непосредственно предшествующему применению теории упругости к расчету конструкций на упругом основании (1928 г.). Решение М. Садовского дано для абсолютно жесткой полосы шириной 1 *м* в условиях плоской задачи. Согласно этому решению, реактивные давления под жесткой полосой при нагрузке P' (в *тс/м*) определяются по формуле

$$p(x) = \frac{P'}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}. \qquad (16)$$

Здесь a — полудлина полосы; x — абсцисса при начале координат в середине балки; P' (в *тс/м*) — суммарная нагрузка, приходящаяся на полосу шириной 1 *м*.

Эпюра И. Садовского показана на рис. 14, причем, как это следует из сравнения формул (14) и (16), она имеет тот же вид, что и эпюра А. Буссинеска для круглого штампа. Если бы схема упругого полупространства идеально соответствовала реальным механическим свойствам грунтового основания, представленная на рис. 14 эпюра соответствовала, например, распределению в поперечном направлении реактивных давлений под ленточным фундаментом, так как в этом направлении ленту можно считать жесткой. Тогда оказалось бы, что к продольным краям ленты реактивные давления резко возрастают и на самых краях (при $x=a$) принимают бесконечно большие значения. В действитель-

ностн это не так, грунт не может принять таких больших давлений, и в нем образуются пластнческие деформации (см. главу II, § 3). Резкое возрастание реактивных давлений к краям, выявляемое в некоторых случаях по теории упругости, — один из недостатков, приводящих к завышенным величинам нзгибающих моментов.

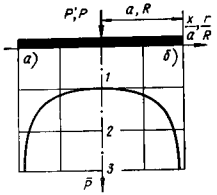


Рис. 14. Эпюра безразмерных реактивных давлений $\bar{p}$ под жестким штампом

а — для плоской задачи по формуле Садовского; *б* — для пространственной по формуле Буссинеска

Действительные давления определяются соответственно по формулам:

а) $p = \frac{P'}{\pi a}\bar{p}$; б) $p = \frac{P}{2\pi R^2}\bar{p}$

Этот недостаток в равной мере присущ н решению Я. Буссинеска [14]. Однако между решениями есть существенная разница: по Я. Буссинеску определить осадку можно, а по М. Садовскому нельзя, как во всяком решении, относящемся к условиям плоской задачн. Можно лишь определить смещения поверхности грунта по отношению к штампу, как это будет показано во второй части.

Позднее В. М. Абрамовым [2] и К. Е. Егоровым [58] было дано решение для эксцентрично-нагруженного круглого штампа, а В. А. Флориным [145] и К. Е. Егоровым [57] — для эксцентрично-нагруженной абсолютно жесткой полосы.

б. Расчет полос в условиях плоской задачи. Первым практическим решением непосредственно в области расчета конструкций на упругом полупространстве явилась работа Н. М. Герсеванова и Я. А. Мачерета [20] о строгом решении одной из важнейших задач теории балок на упругом основании — о балке (точнее полосе) бесконечной длины, нагруженной сосредоточенной силой, т. е. той самой задачи, с которой началось развитие этой теории после принятия гипотезы Винклера. Решение было получено для плоских условий. Формула Герсеванова — Мачерета очень громоздкая, но это не имело практического значения, так как нмн были построены безразмерные эпюры расчетных величин, позволяющие без труда рассчитывать любые балки, которые можно принять за бесконечные. Подробное объяснение понятия безразмерных эпюр будет дано ниже. Здесь же укажем, что, например, имея безразмерную эпюру для балки (полосы), работающей в условиях плоской задачи и нагруженной сосредоточенной силой, можно пользоваться этой эпюрой для расчета бесконечной балки при любом значении силы P', модуля деформации E_0, коэффициента Пуассона грунта ν_0 н жесткости полосы E_1J. Все

эти факторы учитываются сводной величиной, так называемой упругой характеристикой L, которая имеет размерность длины и определяется формулой

$$L = \sqrt[3]{\frac{2(1-\nu_0^2)E_1 J}{b' E_0}}, \qquad (17)$$

где b' — ширины полосы.

Роль характеристики балки (полосы) L вполне аналогична характеристике s (4) в расчете по гипотезе Винклера.

Чтобы перейти от безразмерной эпюры к действительной для данной конкретной балки, нужно ординаты безразмерной эпюры умножить на определенный множитель, зависящий от значений P и L и имеющий размерность определяемой величины. Так, изгибающий момент M устанавливается по величине безразмерного момента $\bar{M}$ при умножении на множитель PL, т. е. $M = \bar{M}PL$. При этом следует иметь в виду, что горизонтальные масштабы (абсциссы) у эпюр также должны быть изменены. Абсциссы действительной эпюры (расстояния от нагруженного до рассчитываемого сечения) будут соответствовать абсциссам безразмерной эпюры $\xi = x/L$. Здесь x — действительные абсциссы; ξ — приведенные, которые так же, как и ординаты безразмерной эпюры, являются величинами безразмерными.

Ту же задачу немногим позднее решил Б. Н. Жемочкин [67], а затем О. Я. Шехтер [157] показала, что решение можно получить в замкнутой форме, несравнимой по простоте с предыдущими решениями. За рубежом эту задачу решил М. Био [166].

Решение Герсеванова — Мачерета дано было в условиях плоской задачи. В то время еще не было ясно, что решение в условиях плоской задачи резко отличается от решения в условиях пространственной задачи, иначе говоря, что работа полосы, выделенной из бесконечной однородной нагруженной плиты (рис. 15), н работа балки конечной ширины резко отличаются между собой, так как в первом случае основание деформируется гораздо больше (с бесконечно большими осадками, о чем упоминалось выше). Чем у́же балка, тем сильнее отличаются результаты от решения по плоской задаче, причем изгибающие моменты, особенно в случае приложения нескольких сил, резко снижаются (см. четвертую часть). Поскольку при расчете по Винклеру ширина балки не играет никакой роли в отношении величины изгибающих моментов (подразумевается, что приведенная к ширине нагрузка остается одной и той же), в работе Н. М. Герсеванова, так же как и в ряде последующих работ, в том числе и в первых работах автора этой книги [24, 25], не было указано на пределы применимости плоского решения.

Появление работы Н. М. Герсеванова и Я. А. Мачерета вызвало поток работ в области нового расчета балок и плит на

упругом основании. При этом рассматривались уже не бесконечные, а конечные конструкции.

В 1934 г. Л. С. Гильман [22], не зная о существовании точного решения М. Садовского для штампа, предложил для приближенного решения этой задачи использовать широко распространенный в теории дифференциальных и интегральных уравнений метод представления искомой функции в виде степенного ряда, неизвестные коэффициенты которого устанавливаются из требования тождественного удовлетворения данного дифференциального, интегрального или интегродифференциального уравнения.

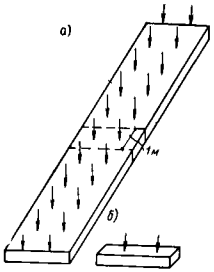


Рис. 15. Различие в условиях работы
а — полосы (плоская задача), *б* — балки (пространственная задача)

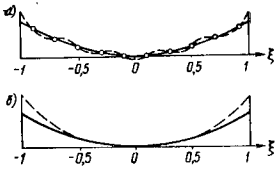


Рис. 16. Схема расхождений между прогибами полосы (сплошные линии) и осадками грунта (пунктирные) в приближенных решениях

Искомый закон распределения реактивных давлений был представлен Л. С. Гильманом в виде бесконечного четного степенного ряда

$$p(\bar{x}) = a_0 + a_2\bar{x}^2 + a_4\bar{x}^4 + \ldots \tag{18}$$

Здесь $\bar{x}$ — приведенная к полуширине a штампа абсцисса при начале координат под серединой штампа.

Чтобы определить неизвестные коэффициенты a_{2i} этого ряда, Гильман интегрирует уравнение Фламана (11), подставив в него вместо P' величину $p(x)d\rho$ (18). Тогда уравнение осадок будет иметь вид

$$W(x) = -\frac{2a(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\int_{-(1+x)}^{(1-x)} p(\bar{x})\ln\rho\, d\rho + C; \tag{19}$$

здесь $\rho = r/a$ — приведенное расстояние между точкой, осадка которой определяется, и элементом нагрузки $p(\bar{x})\ dr = p(\bar{x})a d\rho$; $\bar{x} = x + \rho$ — приведенная абсцисса этого элемента (см. вторую часть). Таким образом, осадки грунта оказываются выраженными тоже в виде бесконечного ряда

$$W(x) = A_0 + A_2x^2 + A_4x^4 + \ldots, \tag{20}$$

коэффициенты которого линейно зависят от коэффициентов a_{2i}. Так как осадка под штампом постоянная,

$$W(\bar{x}) = \text{const}, \tag{21}$$

то

$$A_{2i} = 0\ (i = 1,\ 2,\ 3\ldots). \tag{22}$$

Уравнения (22) образуют бесконечную систему относительно бесконечного числа неизвестных a_{2i}. Если ограничиться только $(n+1)$ членом в ряду (20) до степени $2n$ включительно, то из системы (22) надо отобрать n первых уравнений и оставить в них только члены с неизвестными a_{2i}, индексы у которых удовлетворяют неравенству $i < n$. К этим уравнениям добавляется уравнение, связывающее линейно коэффициенты a_{2i} с величиной внешней нагрузки P на основе условия равновесия. В результате получается укороченная система уравнений, решение которой позволяет написать приложенный закон распределения давлений в виде полинома степени $2n$. Теория решения укороченных систем изложена в книге Канторовича и Крылова [75]. В этой книге в качестве примера как раз разбирается решение, данное Гильманом.

Проф. В. А. Флорин [144, 146] обобщил метод Гильмана для случая гибкой балки при любой непрерывно распределенной по всей балке внешней нагрузке и сосредоточенных силах или моментах, приложенных у ее концов. Разбив нагрузку на две составляющие — симметричную и асимметричную, — Флорин находит решение для каждой из них в отдельности. Решение для симметричной составляющей он ищет в виде ряда (18). Перейдя в дифференциальном уравнении изгиба балки (2) к приведенным к полудлине полосы a абсциссам и вставив в него выражение (18), он получил после интегрирования выражение для прогибов балки в виде бесконечного ряда

$$Y(x) = B_0 + B_2x^2 + B_4x^4 + \ldots, \tag{23}$$

в котором коэффициенты B_{2i} линейно зависят от неизвестных коэффициентов a_{2i}.

На этот раз вместо тождества (21) должно выполняться тождество осадок грунта прогибам балки

$$W(x) = Y(x). \tag{24}$$

Подставляя в него выражения (19) и (23) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях, получаем уравнения относительно a_{2i}:

$$A_{2i} = B_{2i} \ (i = 1, 2, 3 \ldots). \qquad (25)$$

Свободные члены не приравниваются, поскольку прогибы балки, как системы, свободно уравновешенной в пространстве внешней и реактивной нагрузками, определяются уравнением (2) и условиями на концах только с точностью до свободного члена и члена с первой степенью x (угла поворота).

Прибавив к системе (25) уравнение, выражающее условие равновесия, и заменив бесконечную систему укороченной, получаем все необходимое для определения неизвестных в полиноме степени $2n$, дающим приближенное выражение функции $p(x)$.

Аналогично проводится (при помощи нечетных степенных рядов) решение для кососимметричной нагрузки. Окончательное решение получается суммированием двух отдельных решений.

Не зная о решении Гильмана и независимо от Флорина, автор решил с использованием того же метода укороченных систем задачу при самом общем случае нагрузки, включающем распределенную по участкам нагрузку, а также сосредоточенные силы и моменты, приложенные во внутренней части балки [24].

Распределенная по участкам нагрузка и сосредоточенные силы во внутренней части балки (наиболее часто встречающиеся на практике случаи) не позволяют решить задачу непосредственно в степенных рядах методом укороченных систем. Дело в том, что при интегрировании дифференциального уравнения (2) мы уже не получим степенного ряда, который представлял бы уравнение прогибов для всей балки в целом. Так, в случае нагрузки балки сосредоточенной силой P на приведенном расстоянии δ от середины балки выражение для прогибов правого (от нагруженного сечения) участка будет отличаться от прогибов левого участка членом $-\frac{Pl^3}{6E_1J}(x-\delta)^3$, который мы назвали особым членом.

Чтобы написать выражение для прогибов в виде уравнения, хотя бы приближенного, но действительного для всей балки в целом, мы ввели в уравнение прогибов такую функцию, которая обращается в нуль на всем левом участке балки и равна особому члену на правом участке. Эту функцию можно аппроксимировать при помощи некоторого степенного интерполяционного полинома. Коэффициенты этого полинома можно определить, приравнивая нулю его значения для ряда равноотстоящих точек, лежащих слева от нагруженного сечения, и величине особого члена в подобных же точках, лежащих правее этого сечения (коэффициенты лучше определить на основе метода наименьших квадратов, но мы этого не делали). Прибавив полином к ряду, выражающему прогибы левого участка балки, получим

искомое выражение прогибов в виде степенного ряда, справедливое для всей полосы в целом.

Проведя своим методом решение для конечной балки, но очень длинной, автор на основе особого приема перешел к решению для бесконечной и полубесконечной балок, составив и для них таблицы. Введение интерполяционных полиномов приводило в некоторых случаях к недостаточно точным решениям. Г. Я. Попов дал впоследствии точное решение задачи о бесконечной и полубесконечной балках [14, 112]. В книге приведены составленные на этой основе таблицы.

К методам Гильмана — Флорина — Горбунова-Посадова близки и другие методы решения плоской задачи. К ним, в частности, относится первое решение задачи о полосе конечной длины, опубликованное В. А. Флориным в 1936 г. [145, 146]. Разница между этим методом и методом того же автора, изложенным выше, заключается в том, что, заменяя ряд (18) полиномом степени $2n$, В. А. Флорин для определения неизвестных a_{2i} в уравнении реактивных давлений использует приравнивание прогибов полосы осадкам поверхности грунта в ряде точек, получая таким образом несколько уравнений, которые совместно с уравнением равновесия дают систему относительно a_{2i}.

Оба метода — приравнивание осадок и прогибов в ряде точек или приравнивание коэффициентов при равных степенях в уравнениях этих величин — обеспечивают примерно одинаковую и вполне достаточную для практических целей точность, если, например, при симметричной нагрузке использовать полиномы десятой степени. Следует заметить, впрочем, что первый из этих методов приводит к более равномерной точности для всей полосы в целом (рис. 16,*а*), в то время как второй метод обеспечивает бо́льшую точность для внутренней части полосы ценой ухудшения точности у края (рис. 16,*б*). Несколько более сложно, но предпочтительно в смысле точности использование схемы, в которой в большом числе точек ставится требование минимального отклонения прогибов от осадки на основе метода наименьших квадратов.

Значительно отличается от изложенных выше метод Б. Н. Жемочкина, впервые опубликованный в 1937 г. [67, 69]. Метод Жемочкина, изложенный на понятном для инженеров-проектировщиков языке строительной механики, получил в СССР весьма широкое распространение. Метод удобен не только для расчета полос постоянной жесткости в условиях плоской задачи, но и для обширного круга других, более сложных задач о конструкциях на упругом полупространстве, часто не поддающихся решению чисто аналитическими методами, например задач при ступенчатом изменении толщины, при переменной опорной площади и др.

Сущность метода Б. Н. Жемочкина применительно к расчету полосы заключается в следующем.

Выделенная в поперечном направлении из удлиненной однородно нагруженной конструкции полоса шириной 1 *м* рассчитывается как балка, которая мысленно делится на равные участки длиной *c*, число которых устанавливается в зависимости от желательной точности расчета. В пределах каждого участка реакции грунта считаются равномерно распределенными (рис. 17).

Между балкой и основанием в середине каждого участка помещается условный абсолютно жесткий стержень (рис. 18; для ясности число стержней сокращено). Горизонтальный стержень поставлен, чтобы сделать систему неизменяемой; в расчете этот стержень никакой роли не играет. Постановкой вертикальных стержней-связей осуществляется условие, что перемещения балки и основания в местах этих стержней одинаковы.

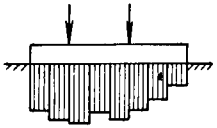


Рис. 17. Схема реакций грунта в методе Б. Н. Жемочкина

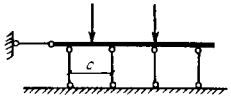


Рис. 18. Схема связей полосы в методе Б. Н. Жемочкина

Неизвестными в расчете являются силы x_i в стержнях, осадка Y_0 и угол поворота $\operatorname{tg}\varphi_0$ в сечении, принимаемом за начальное. Так как действительного значения величины Y в плоской задаче установить нельзя, в решение вводится некоторая условная начальная осадка. Чтобы избежать бесконечно больших осадок, возникающих, согласно формуле Фламана (11), в точках приложения к грунту сосредоточенных сил X_i (см. рис. 6), принимается, что давление на грунт, передаваемое каждым стержнем, равномерно распределяется вдоль всего участка, относящегося к данному стержню.

Далее составляются уравнения, выражающие условия X, что суммарное перемещение полосы и грунта по направлению X_i равно нулю, т. е. условие равенства прогибов балки осадкам грунта в точках, где поставлены стержни. К этим уравнениям прибавляются два уравнения равновесия, что в совокупности дает систему уравнений для определения всех неизвестных X_i, Y_0 и $\operatorname{tg}\varphi_0$.

В отношении выполнения контактного условия метод Жемочкина проводится по схеме рис. 16, *а*.

Из числа других советских методов расчета полос в условиях плоской задачи следует отметить метод П. И. Клубина (1950 г.) [80].

Реактивные давления П. И. Клубин ищет в виде ряда относительно полиномов Чебышева. В принятых нами обозначениях

этот ряд можно написать в виде

$$p(\xi) = \frac{a_0}{2\sqrt{1-\xi^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{T_n(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} \left(\xi = \frac{x}{a}\right), \qquad (26)$$

где T_n — полиномы Чебышева, определяемые равенствами

$$T_0(\xi) = 1;\ T_1(\xi) = \xi;\ T_2 = 2\xi^2 - 1;\ T_3 = 4\xi^3 - 3\xi \qquad (27)$$

и т. д. Полагая, что

$$a_0 = \frac{4}{\pi} p_0, \qquad (28)$$

где p_0 — среднее давление по подошве полосы, Клубин получает такое разложение закона реактивных давлений в ряд (26), что первый член этого ряда представляет собой давление под абсолютно жесткой равномерно нагруженной полосой (16). Остальные члены ряда являются поправками на конечную жесткость полосы. Аналогичный прием выделения члена, содержащего решение для абсолютно жесткого штампа, был применен в 1947 г. А. Г. Ишковой при решении задачи о круглой плите конечной жесткости [73].

Другие коэффициенты a_n в ряду (26) определяются приравниванием коэффициентов при равных степенях ξ в степенных рядах прогибов и осадок, т. е. тем же способом, как и в нашем методе и во втором методе Флорина (см. рис. 16, *б*). В случае прерывной и сосредоточенной нагрузок Клубин использует предложенный нами комбинированный метод приравнивания коэффициентов и введения интерполяционных полиномов.

Следует заметить, что в случае довольно жестких балок метод Клубина позволяет брать всего два-три члена ряда (26) и соответственно уменьшить число неизвестных и уравнений в решаемых системах. Дело здесь не в применении полиномов Чебышева, а в том, что под концами балки любой жесткости теоретически возникают бесконечно большие реактивные давления. Если балки достаточно жесткие, характер эпюр у краев близок по характеру к эпюре М. Садовского (16) и уточнение, вводимое первым членом в правой части (26), оказывается очень эффективным. Если же балки гибкие, то, хотя на самом краю напряжения и должны обратиться в бесконечность, участок повышенных давлений оказывается весьма малым, а потому метод Клубина требует здесь не меньшего, а большего числа членов в ряду.

Заканчивая этот краткий обзор советских методов расчета полос на упругом полупространстве в условиях плоской задачи, укажем, что наилучшее, по нашему мнению, решение подобного рода задач должно заключаться в следующем.

В качестве искомого закона распределения реактивных давлений должно быть принято уравнение

$$p(\xi) = \frac{A}{\sqrt{1-\xi^2}} + \sum_{i=0}^{n} a_i \xi^i \qquad (29)$$

с неизвестными коэффициентами A и a_i, определяемыми из условий задачи. Для предельных случаев жесткости значения коэффициентов окажутся следующими: для абсолютно жесткой полосы, или, иначе говоря, при показателе гибкости $t=0$ [см. формулу (30)], $A = \frac{2}{\pi} p_0$, все $a_i=0$. Для абсолютно гибкой балки ($t=\infty$) $A=0$, все $a_i=0$, кроме $a_0=p_0$. Таким образом, уравнение (29) простейшим образом может обеспечить точное (в математическом смысле) решение для обоих предельных случаев. Для промежуточных случаев неизвестные A и a_i должны определяться из условия равновесия и условия тождества прогибов и осадок, однако в отличие от существующих методов выполнение второго из них следует обеспечить не приравниванием в точках или приравниванием коэффициентов, а полностью способом наименьших квадратов. Предполагаемый способ может при наименьшем числе искомых неизвестных дать наилучшую и притом равномерную для всей полосы точность решения задачи. Комбинированный метод, где по способу наименьших квадратов определяются коэффициенты интерполяционных полиномов, может рассматриваться как первый шаг в этом направлении.

Все описанные методы, за немногими исключениями, позволяют проводить практический расчет полос в условиях плоской задачи и обеспечивают достаточную точность. Трудоемкость этих расчетов весьма велика, так как расчетчику приходится не только решать, но и самому составлять системы уравнений. Надо признать, что эти расчеты в целом все же сложнее винклеровских. Между тем расчет и по Винклеру часто мало доступен рядовому инженеру.

Единственный путь, открывавший возможность внедрения новых методов в практику, заключался в составлении таблиц готовых эпюр безразмерных величин. В 1939 г. вышел такой сборник [25], позволяющий достаточно просто рассчитывать балки постоянного сечения любой длины и жесткости при нагрузке сосредоточенными силами и моментами, приложенными в любом сечении, и при равномерно распределенной нагрузке.

Таблицы имеют три входа: 1) по безразмерному показателю гибкости балки (полосы):

$$t = \frac{(1-\nu_1^2)\,\pi E_0 b' l^3}{(1-\nu_0^2)\,4 E_1 J} \approx 10\,\frac{E_0}{E_1}\cdot\frac{l^3}{h^3} \qquad (30)$$

(здесь E_1 и ν_1 — соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала полосы: b', l, h, J — соответственно ши-

рина, полудлина, высота и момент инерции полосы); 2) по приведенному расстоянию от середины балки до нагрузки; 3) по приведенному расстоянию от середины до рассчитываемого сечения.

В отличие от расчета балок по Винклеру и бесконечных и полубесконечных по теории упругого полупространства указанные расстояния приводятся не к упругой характеристике L (17), а просто к полудлине балки l. Величина l заменяет L и в формулах перехода от безразмерных эпюр к действительным. Величина t связана с величиной L соотношением

$$\frac{2t}{\pi}\left(\frac{l}{L}\right)^3 = \lambda^3. \qquad (31)$$

За рубежом расчет балок в условиях плоской задачи теории упругости развивался с некоторым запозданием и не столь полно. В 1939 г. Боровичка [169] предложил метод решения через степенные ряда, а также через члены типа $x^{2n}\ln x$ и показал, что таким способом можно, не вводя интерполяционные полиномы, решить задачу о полосе, нагруженной сосредоточенной силой посередине, используя тот же способ приравнивания коэффициентов в рядах осадок и прогибов, которые использовали мы. Метод Оде [183] близок к методу Б. Н. Жемочкина.

Все работы в СССР и за рубежом проводились (как правило) при предположении об отсутствии трения между основанием и полосой.

Исследования [146, 52] показывают, что это предположение дает некоторый запас прочности.

в. Балки, рассчитываемые в пространственных условиях. На первых этапах развития теории балок на упругом полупространстве было принято, что особого различия результатов расчета в условиях пространственной и плоской задач не должно быть (подобно расчету по гипотезе Винклера). Однако дальнейшие исследования [35] показали, что разница в результатах очень велика и при расчете ленточных фундаментов в условиях плоской задачи получаются совершенно недопустимые излишние запасы прочности (см. четвертую часть, рис. 135). Решения задачи о балках в пространственных условиях сложнее, и поэтому предложено их гораздо меньше.

Однако еще Вигхардт [190], исходя из формулы Буссинеска (12), указал, что если искомый закон реактивных давлений, или, что одно и то же, давлений от балки на грунт имеет вид $p(x,y)$, то он связан с осадками грунта под балкой $W(x,y)$ по закону

$$W(x, y) = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{p(\bar{x}, \bar{y})\,d\bar{x}\,d\bar{y}}{\sqrt{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2}}. \qquad (32)$$

В формуле (32) x, y — координаты смещающейся точки поверхности основания, а $\bar{x}$, $\bar{y}$ — координаты элемента реактивных давлений; a и b — соответственно полудлина и полуширина по-

дошвы балки. Решение следует искать исходя из дифференциального уравнения изгиба балки (2), выражения осадок (32), тождества прогибов балки и осадки грунта

$$Y(x, y) = W(x, y) \tag{33}$$

и условия равновесия

$$\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} p_k^*(x, y)\, dx\, dy = P, \tag{34}$$

где P (T_c) — суммарная нагрузка на плиту.

Для упрощения Вигхардт предложил считать, что в поперечном направлении реактивные давления распределяются равномерно и в тождестве осадок грунта и прогибов балки брать осередненные в поперечном направлении осадки. Дальше этих предложений Вигхардт не пошел.

Проктор [113] также исходил из уравнений (32) и (33) и предложения, что реактивные давления распределены в поперечном направлении равномерно, но в качестве величины осадок в уравнении (33) принимал их величину вдоль средней оси балки. Что же касается прогибов балки, то она настолько жестка в поперечном направлении, что изгибом ее в этом направлении можно пренебречь. Дальнейшее изложение этого довольно громоздкого решения опускаем.

В. И. Кузнецов считает, что [92] точность этого решения невелика и предлагает другой вариант решения Проктора, приняв за неизвестную функцию реактивные давления, а не осадки, как у Проктора. Решение Кузнецова тоже очень трудоемко; значительного распространения оно не получило.

Проще, но не менее точен метод Б. Н. Жемочкина [69], аналогичный его методу для расчета полос в условиях плоской задачи. Разница лишь в том, что здесь используется вместо формулы Фламана (11) формула Буссинеска (12). Балка разбивается в продольном направлении на ряд прямоугольников, внутри которых давления, передаваемые подошвой балки грунту, считаются постоянными. Неизвестными являются интенсивности напряжений в каждой ступени эпюры. Осадки от каждой ступени определяются по формуле (32), причем здесь уже a и b — полудлина и полуширина ступени (одна из этих величин совпадает с полушириной всей балки). Так же, как и Проктор, Жемочкин пренебрегает тем, что при равномерном распределении давлений в поперечном направлении на поверхности грунта в том же направлении получается лунка, и поэтому, если приравнивать, как он это делает, прогибы балки осадкам грунта вдоль продольной оси симметрии балки, вне этой оси прогибы и осадки совпадать не будут.

Задача о балках конечной длины на упругом полупространстве решена нами [26, 27, 35]. Был использован тот же метод, что и для расчета полос в плоской задаче. Однако это решение

неизмеримо более сложное, и только окончательный алгоритм оказывается столь же простым, как и для плоской задачи.

На этот раз в качестве исходного уравнения для реактивных давлений приходится уже брать двойной степенной ряд с неизвестными коэффициентами. Например, для случая симметричной относительно осей x и y нагрузки этот ряд имеет вид

$$p(x, y) = a_{00} + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + a_{40}x^4 + a_{22}x^2y^2 + a_{04}y^4 + \ldots \tag{35}$$

Чтобы на основе контактного условия установить неизвестные коэффициенты этого ряда, необходимо знать, как будут выражаться осадки $W(x, y)$, если в уравнение (32) подставить выражение (35). Наши исследования показали, что выражение для осадки можно получить в виде двойного степенного ряда

$$W(x, y) = A_{00} + A_{20}x^2 + A_{02}y^2 + A_{40}x^4 + A_{22}x^2y^2 + A_{04}y^4 + \ldots, \tag{36}$$

причем коэффициенты этого ряда $A_{2i,\,2k}$ явятся линейными функциями коэффициентов $a_{2i,\,2k}$. Нами был установлен закон для определения этих зависимостей. Так как выражение совпадает с выражением для потенциала простого слоя, то на языке математической физики нами была решена задача об определении потенциала простого слоя через двойной степенной ряд в случае, если поверхностная плотность заряда также распределена по закону двойного степенного ряда. Коэффициенты ряда определяются через некоторые двойные интегралы (см. пятую часть).

Если выдвинуть требование, что в поперечном направлении вследствие большой жесткости балки перемещения поверхности грунта должны быть постоянными, то из нашего решения автоматически вытекает, что распределение давления от балки в поперечном направлении будет иметь тот же вид, что и распределение по Садовскому под бесконечно жесткой полосой [формула (16), см. рис. 14]. Разумеется, только величина P' в этой формуле должна быть заменена некоторой другой величиной, зависящей от x. Это позволяет облегчить расчет, перейдя от двойных степенных рядов к одинарным. Дальнейший алгоритм решения почти не отличается от алгоритма для расчета полос в условиях плоской задачи.

Таким образом, в отличие от других авторов, в нашем решении осуществляется для пространственных балок контактное условие не только вдоль продольной оси балки, но по всей ее опорной площади. Следует, однако, заметить, что, как показывают контрольные проверки [35], это уточнение, изменяя не более чем на 15% изгибающие моменты, не имеет решающего значения, и поэтому расчеты, например по методу Жемочкина, достаточно точны.

На основе нашего решения были рассчитаны примеры, показывающие отличие (весьма существенное в сторону снижения излишних запасов прочности) от решений плоской задачи, а

также влияние на расчетные эпюры отношения между длиной балки и ее шириной и показателя гибкости ($\alpha = a/b$ и t). Однако такие полные расчетные таблицы для определения всех расчетных эпюр, какие были составлены для расчета полос, для пространственных балок даны не были. В настоящем издании книги они публикуются впервые.

Так же, как и для полос, нами был осуществлен переход от расчета конечных, но достаточно длинных балок к расчету бесконечных и полубесконечных балок. Это облегчило расчет длинных ленточных фундаментов, нагруженных несколькими сосредоточенными силами, для которых все другие методы оказываются непригодными.

Решение для бесконечной балки хорошо совпало с решением той же задачи Бно [167]. Чтобы приблизить закон распределения реактивных давлений в поперечном направлении к эпюре Садовского, Био пользовался тем, что у продольных краев балки предусматривал повышение их значения при помощи добавочной прямоугольной ступеньки в эпюре. Прогибы балки приравнивались среднему значению осадок грунта в поперечном направлении.

Отметим также решение пространственной задачи для балок конечной длины Де-Беера [170], Де-Беера и Крсмановича [171]. Решение проведено в рядах с использованием формулы Шлейхера [149] для осадок грунта при нагрузке по прямоугольной площадке и с приравниванием осадок грунта прогибам балки в отдельных точках, как в методе В. А. Флорина (см. рис. 16,*а*). Крсмановнч на этой основе составил графики для определения изгибающих моментов в балке, нагруженной несколькими сосредоточенными силами [180, 180*а*].

Были попытки решить ту же задачу, использовав для прогибов балки не положения сопротивления материалов, а теории упругости. Такие же попытки проводились и для других задач по расчету конструкций на упругом основании. Чрезвычайно осложняя решения, они вносили лишь незначительные уточнения; точно так же, как подобного рода решения не используются на практике при расчете балок и плит верхних конструкций, не имеет смысла к ним прибегать и при расчете конструкций на упругом основании.

г. Расчет плит в пространственных условиях. Задача о расчете плиты на упругом полупространстве сводится, вообще говоря, к отысканию неизвестного закона распределения реактивных давлений $p(x, y)$ исходя из тождества прогибов плиты, описываемых дифференциальным уравнением (8), и осадок грунта, определяемых в случае прямоугольной плиты уравнением (32), а в других случаях — тем же уравнением, но с интегралами, взятыми по площади плиты.

Задача о прямоугольных плитах на упругом полупространстве является наиболее трудной из числа задач о конструкциях

на упругом основании. Значительно проще задачи о круглых плитах на упругом полупространстве. В 1939 г. Боровичка [168] решил задачу о круглой гибкой плите на упругом полупространстве при равномерной нагрузке по всей плите, используя метод степенных рядов. Затем, усовершенствовав этот метод, он решил ту же задачу при нагрузке плиты в центре сосредоточенной силой [169]. Б. Н. Жемочкин охватил значительно более широкий круг задач, в том числе и о круглой плите переменной жесткости и о кольцеобразных плитах [68, 69]. Для этой цели он видоизменил свой метод (см. рис. 17 и 18).

В книге, посвященной расчету круглых плит [29], мы развили метод степенных рядов на случай прерывных нагрузок подобно тому, как это сделано для балок. Алгоритм решения стал достаточно простым, благодаря чему в книге удалось дать готовые безразмерные эпюры расчетных величин для некоторых главнейших случаев нагрузок, подобные нашим таблицам для балок. В этом издании таблицы значительно расширены. Использовав предельный переход от гибких плит к абсолютно жестким, мы дали также на основе решения Буссинеска для жесткого штампа (14) точные (теоретически) формулы моментов и в замкнутой форме.

Круглую плиту под равномерной нагрузкой рассматривала А. Г. Пшкова [73], использовавшая для этой цели реактивные давления в виде суммы двух слагаемых, одно из которых определяется решением Буссинеска (14), а второе — степенным рядом. В этой работе впервые показано, что теоретически у края гибких конструкций реактивные давления равны бесконечности.

Для другой важной задачи с осевой симметрией — о плите неограниченных размеров, нагруженной сосредоточенной силой, — О. Я. Шехтер было получено точное решение в бесселевых функциях в весьма простой форме [158]. Решение это, аналогичное решению Герца для неограниченной плиты по Винклеру [54], было широко использовано в практике расчета сплошных плит под сетку колонн.

По расчету прямоугольных плит было очень мало работ. Трудности здесь не только в определении перемещений поверхности упругого полупространства. Еще бо́льшие трудности представляет необходимость использования бигармонического уравнения (8) и невозможность без рассмотрения изгиба определить изгибающие моменты и поперечные силы в плите, даже если мы каким-либо способом сумели бы заранее определить изменяющуюся в двух направлениях (пространственную) эпюру реактивных давлений.

По эпюре реактивных давлений можно лишь определить суммарные моменты, приходящиеся на какое-либо сечение (поперечное или продольное) плиты, т. е. те моменты, которые имеют размерность *тс·м*. Такой упрощенный расчет носит название

балочного расчета плиты. Однако важно установить не суммарный момент в плитах, приходящийся на данное сечение, а момент в каждой точке плиты. Эти моменты имеют размерности *тс* и могут в пределах данного сечения изменяться очень сильно, иногда с переменой знака, особенно если нагрузка передается на плиту через колонны. Суммарные моменты показывают лишь то общее количество арматуры, которое необходимо уложить для прочности сечения. Но под нагрузками от колонн этой арматуры будет недостаточно, а в пролетах — избыток; может даже оказаться, что в пролетах надо укладывать не нижнюю, а верхнюю расчетную арматуру.

Чтобы обойти эти трудности, Б. Н. Жемочкин [69] предложил рассматривать плиту как систему взаимно перекрывающихся балок, работающих во взаимно перпендикулярных направлениях. Перемещения под этими балками находят на основе перемещений от ступенек давлений, равномерно распределенных по элементарным прямоугольникам, на которые разбивают всю плиту. Ставится условие равенства этих перемещений и прогибов двух балок, перекрывающихся над данным элементарным прямоугольником, причем давление от этих балок передается на грунт раздельно. В результате получается, что часть реакций грунта передается на продольную балку и вызывает продольные моменты, а часть — на поперечные и вызывает поперечные моменты. Здесь Б. Н. Жемочкин допускает некорректность в отношении статики: любой элемент реактивных давлений работает одновременно в обоих направлениях полностью, обусловливая продольные и поперечные моменты. Таким образом, значение моментов, по Жемочкину, оказывается примерно в 2 раза заниженным. Подобная же ошибка в свое время допускалась (а иногда и сейчас допускается) при расчете фундаментных подушек. Разделяя площадь подушки на четыре трапеции, принимали, что реактивные давления под каждой трапецией работают лишь в одном направлении. Нами [32, 35] была показана ошибочность такого подхода.

Кроме того, погрешность метода Б. Н. Жемочкина, как отмечает и сам автор, заключается в пренебрежении крутящими моментами.

Задача расчета прямоугольных плит на упругом полупространстве была рассмотрена нами в работах [66, 74, 64], для чего использовались двойные степенные ряды для реактивных давлений (35) и осадок поверхности полупространства (36), причем линейная связь между коэффициентами этих двух рядов устанавливалась на основе уравнения (32). Затем для определения неизвестных $a_{2i,\ 2j}$, так же как и при решении задачи о расчете балок, в силу тождества (39) приравнивались между собой коэффициенты при одинаковых степенях x и y в уравнении осадок и прогибов плиты. Прогибы определялись на основе бигармонического уравнения (8). В случае нагрузок, распределенных

по участкам, использовались двойные интерполяционные полиномы для отображения особых членов.

В первую очередь была решена задача о распределении изгибающих и крутящих моментов в квадратной жесткой плите под отдельную колонну (фундаментной подушке) при различных предположениях относительно передачи нагрузки на плиту [32]. Затем решалась задача о расчете прямоугольных плит под сплошную нагрузку [35]. Эта задача имела актуальное значение для расчета коробчатых фундаментов под высотные здания, где шаг колонн примерно той же величины, что и толщина коробки, и поэтому приближенно можно принимать нагрузку, передаваемую колоннами, за равномерную. Далее нами был дан метод расчета гибких фундаментных прямоугольных плит на сосредоточенную нагрузку, приложенную в любой точке плиты [39]. Переходя затем к расчету прямоугольной плиты (хотя и конечной, но все же большой протяженности) были составлены таблицы для полубесконечных плит [40], т. е. для случаев, когда нагрузка приложена вблизи края плиты. Эти таблицы были изданы отдельной книгой. Для внутренних полей плиты рекомендовалось применять решение О. Я. Шехтер. Таким образом, достаточно элементарно можно рассчитывать сплошные плиты при любом расположении колонн, передающих любую нагрузку. В книге нет таблиц для случая, когда нагрузка приложена не вблизи одного края, а вблизи угла плиты. Т. А. Маликова использовала наши таблицы для составления программы расчета сплошных плит на ЭВМ.

В последние годы разрабатывались и многие другие программы для расчета прямоугольных плит большой протяженности. Общий очерк по этому вопросу читатель найдет в шестой части книги.

Расчет прямоугольных плит на сжимаемом слое, шарнирно соединенных с соседними, предложен Р. В. Серебряным [125, 174].

§ 5. ДРУГИЕ ГИПОТЕЗЫ О РАБОТЕ ОСНОВАНИЯ

Одновременно с разработкой теории и методов расчета по гипотезе упругого полупространства непрерывно велась работа и по использованию моделей грунта, распределительная способность в которых носила бы промежуточный характер между гипотезой Винклера и гипотезой упругого полупространства. Экспериментальные доказательства преувеличенности распределительной способности, связанной с применением гипотезы упругого полупространства, привели к росту таких попыток.

В той самой работе, в которой Вигхардт рассматривал возможность использования теории упругости для расчета конструкций на упругом основании [191], он предложил промежуточную гипотезу, по которой связь между давлением и осадками

выражается через убывающую экспоненциальную функцию

$$W(r) = p c e^{-kr}, \tag{37}$$

где c и k — постоянные, зависящие от упругих свойств основания; r — расстояние между точкой, нагруженной давлением p, и точкой, претерпевающей осадку от этой нагрузки. До конца он довел лишь пример расчета балки под равномерную нагрузку.

В дальнейшем наиболее важными «промежуточными» работами явились исследования Филоненко-Бородича [143], Власова [13, 13а] и Пастернака [110].

Филоненко-Бородич предложил воспользоваться мембранной и ламинарной моделями грунта. Он указывает, что в модели Винклера несоответствие с действительностью можно устранить путем наделения ее распределительной способностью, что достигается введением по верху пружин нерастяжимой нити с постоянной горизонтальной проекцией натяжения. Деформационные свойства основания в этом случае будут описываться тем же уравнением (37), что и у Вигхардта. Однако применение основания Вигхардта приводит к той несообразности, что под концами балки появляются сосредоточенные реакции грунта. Если в модели заменить одну нить множеством нитей по глубине пружин, эта несообразность устраняется. В пространственной модели нити заменяются мембранами, откуда и название модели. В ламинарной модели вместо нитей вводятся тонкие упругие стержни, вместо мембран — тонкие упругие пластинки.

В. З. Власов предложил теорию расчета балок на упругом основании, используя свой общий вариационный метод приведения двухмерных проблем теории упругости, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, к более простым одномерным задачам. Дальнейшее развитие эта теория получила в трудах Н. Н. Леонтьева [13а].

Автор принимает, что упругим основанием является вертикальная пластинка, на верхнем прямолинейном краю которой покоится балка. Задача рассматривается в условиях плоского напряженного состояния. Пластинка имеет ограниченную высоту и опирается на несжимаемое основание. Вместо гипотезы Винклера (1) вводится предположение, что деформации поперечных удлинений остаются постоянными по ширине основания, а продольные перемещения отсутствуют везде. В этих условиях решение задачи сводится к интегрированию дифференциального уравнения изгиба балки:

$$\frac{d^4 Y}{d x^4} - 2r^2 \frac{d^2 Y}{d x^2} + s^4 Y = \frac{q a^4}{E_1 J}. \tag{38}$$

Здесь r^2 и s^4 являются обобщенными упругими безразмерными характеристиками, определяемыми по формулам

$$r^2 = \frac{F a^2 E_0}{12 (1 + \nu_0) E_1 J}; \quad s^4 = \frac{F a^4}{(1 - \nu_0^2) h^2 E_1 J}, \tag{39}$$

причем $F = \delta h$ — площадь поперечного сечения пластинки; q — внешняя нагрузка; a — полудлина балки.

Дифференциальное уравнение (38) отличается от уравнения изгиба балки (3) тем, что в нем есть дополнительный член со второй производной, причем коэффициент при этом члене (r^2) позволяет учитывать влияние касательных напряжений в упругом основании, отсутствующих при расчете по Винклеру.

П. Л. Пастернак тоже характеризует упругое основание двумя параметрами. Первый из них C_1 (коэффициент сжатия) связывает интенсивность вертикального отпора грунта σ с его осадкой W винклеровской зависимостью, аналогичной (1):

$$\sigma = C_1 W.$$

Независимый от C_1 второй параметр (коэффициент сдвига), имеющий размерность *кгс/см*, позволяет определить интенсивность вертикальной силы сдвига t в виде произведения C_2 на производную осадки в соответствующем направлении:

$$t = C_2 \frac{\partial W}{\partial x}. \tag{40}$$

Для балок на упругом основании модель П. Л. Пастернака приводит к тому же дифференциальному уравнению (38). П. Л. Пастернак рассмотрел также распределение давлений и перемещения оснований под жесткими круглым, кольцевым и прямоугольным штампами.

Все предложения — Вигхардта, Филоненко-Бородича (упрощенное), Власова и Пастернака — для балок дают одно и то же дифференциальное уравнение, несмотря на, казалось бы, значительное различие в отправных идеях и моделях. Кроме того, все эти модели обладают одним и тем же недостатком: у концов балок и по краям плит вне зависимости от их жесткости при расчете выявляются реакции в виде сосредоточенных сил. Поперечные силы оказываются у краев или на концах конструкций отличными от нуля даже в тех случаях, когда эти края свободны и не несут никакой нагрузки. Наконец, и это главное, грунт не может принимать воздействий в виде сосредоточенных сил. Здесь концентрация нагрузки на грунт оказывается еще более высокого порядка, чем это получается по теории упругости, где под краями конструкций давление на грунт бесконечно велико (см. рис. 14). А между тем именно бесконечно большие значения реактивных давлений под краями конструкций являлись предметом критики гипотезы упругого полупространства, так как они вызывают повышенное значение изгибающих моментов и при реальном грунте возникать не могут; грунт при таких давлениях переходит в пластическое состояние и давление падает.

Сами же авторы двухпараметровых моделей считали, что реакции в виде сосредоточенных сил нельзя рассматривать как реальные силы, действующие в упругом основании по концам

конструкции. Эти сосредоточенные реакции следует понимать как фиктивные силы, которыми характеризуется влияние свободной от нагрузки части основания на напряженное состояние конструкции. Однако любое отвлеченное истолкование сущности этих сил не может освободить нас от необходимости на основе законов статики считать их приложенными как к концам конструкции, так и к самому основанию.

Таким образом, если при использовании двухпараметрических моделей мы освобождаемся от одного из недостатков расчета по гипотезе упругого полупространства — чрезмерно медленного затухания осадок поверхности грунта или вообще отсутствия этого затухания, то другой недостаток недопустимо возрастает. Кроме этого, определение численного значения параметров в этих моделях связано с рядом затруднений.

Кроме двухпараметровых предложены другие модели, также заслуживающие внимания.

М. Хетенни [178] предложил упрощенную разновидность модели Филоненко-Бородича, где внутри пружин винклеровского основания заложена балка или плита какой-нибудь заданной жесткости.

А. П. Синицын [69] предложил для упрощенного учета пластических деформаций в грунте, которые, как он считает, распространяются в поверхностном слое грунта под всей подошвой конструкции, принимать, что основание является комбинацией упругого полупространства с набором винклеровских пружин, расположенных над ним.

Использование пружин для имитации работы грунта в пластическом состоянии в трактовке А. П. Синицына не особенно удачно. Пластические деформации в грунте возникают не в слое под всем фундаментом, а в областях, имеющих сложную форму и расположенных вблизи краев (см. рис. 23 и 33). Но если вместо пластических деформаций говорить о структурных, то модель становится вполне понятной. Эта модель дает быстро затухающие перемещения и лишена недостатка в виде сосредоточенных реакций у краев конструкции. У краев фундамента здесь наблюдается разрыв в перемещении поверхности основания. К этой модели пришли и И. Я. Штаерман [164], и М. Хетени [178]. Модель А. П. Синицына для разделения деформаций основания на упругие и остаточные использовали Г. К. Клейн [77а] и И. И. Черкассов [151].

Иную комбинацию упругого полупространства и винклеровской модели предложил Л. Н. Репников [117, 116]. Здесь упругие пружины работают внутри упругого полупространства, причем ставится условие, что осадки пружин и полупространства равны между собой. Таким образом, в этой модели упругое полупространство как бы армировано пружинами, но пружины внутри него работают без трения о полупространство. Рассматриваются два варианта — когда пружины находятся только под

конструкцией и когда пружины расположены по всему основанию. Первый вариант — пружинами имитирует остаточные деформации, а упругим полупространством — упругие. Модель при соответствующем подборе модуля деформации и коэффициента постели может отобразить любой характер перемещений поверхности грунта под кострукцией и вне ее.

Подробный очерк таких моделей, комбинирующих модели Винклера и упругого полупространства, содержится в статье Е. Шульца [189].

Совсем иной характер носит промежуточный способ расчета, названный способом коэффициента жесткости. Формально это тот же расчет по гипотезе Винклера, но с переменным коэффициентом постели, называемом здесь коэффициентом жесткости. Однако речь идет не только об использовании переменного коэффициента постели для случаев, когда в различных областях грунта под подошвой фундамента залегают грунты, значительно различающиеся по своей сжимаемости. Такие расчеты проводились и до возникновения метода коэффициента жесткости. Очень важно, что метод коэффициента жесткости может отобразить и эффект распределительной способности грунта вне зависимости от того, учитывать ли эту способность по экспериментальным данным или по теории упругости. Достаточно только так подобрать закон изменения под подошвой конструкции коэффициента жесткости, чтобы он обеспечивал нужный характер осадки. Мало того, этот коэффициент соответствующим подбором закона его изменения может отобразить (очень приближенно) влияние зон пластических деформаций, образующихся под краями фундамента. Универсальную формулу для определения закона распределения коэффициента жесткости под прямоугольными фундаментами предложил С. А. Ривкин [119, 120]. Особенно много сделавший для популяризации и внедрения расчета по коэффициенту жесткости, С. Н. Клепиков [78, 79] использовал этот способ и для учета ползучести грунтов. Метод позволяет сравнительно легко решать сложные вопросы совместной работы верхнего строения с фундаментом, в том числе и с учетом пластических деформаций и ползучести материала верхнего строения. Все эти положительные стороны метода приковывали к нему внимание многих авторов, в том числе П. П. Шагина [153], Б. А. Косицына [88], В. И. Лишака [93], Д. Д. Сергеева [124], Д. Н. Соболева [128], А. В. Вронского [15]. Из зарубежных авторов широко известна работа Х. Грасгоффа [176].

К расчету с использованием коэффициента жесткости примыкает способ М. Кани [179], где напряжения в основном определяются с учетом модели однородного упругого полупространства, но деформации в каждой точке поверхности рассматриваются как сумма обжатий отдельных слоев в столбике грунта под этой точкой от соответствующих напряжений. Таким

образом, сделана попытка учесть разнослойность основания, причем общая сжимаемость основания может изменяться не только в вертикальном, но и в горизонтальном направлении. М. Кани приближенно учитывает и распределительную способность грунта.

Неоднородность основания в горизонтальном направлении в случае, если о ней заранее ничего не известно, может быть учтена вероятностными методами [10, 71, 129, 130].

Однако большое значение приобретают те модели, в которых отражается свойство грунтовых оснований значительно меньше деформироваться в случае больших опорных площадей (порядка 25 $м^2$ и более), чем в случае фундаментов обычных размеров (в несколько квадратных метров). Это свойство приходится учитывать при расчете получивших в последнее время широкое распространение сплошных плит под многоэтажные здания. Такой эффект влияния площади фундамента на осадку может быть объяснен тем, что под собственным весом даже однородное основание становится неоднородным, так как чем глубже залегают слои грунта, тем они плотнее.

Пока фундамент имеет малую опорную площадь, в основании работают только поверхностные, малоуплотненные слои грунта. При бо́льших опорных площадях в работу вступают уже и глубокие уплотненные слои, и осадка определяется их сжатием (рис. 19).

Г. К. Клейн [77] предложил учитывать это явление введением вместо постоянного по глубине модуля деформации модуля, изменяющегося с глубиной по какому-либо закону, например линейно или по квадратной параболе (рис. 20). Другое

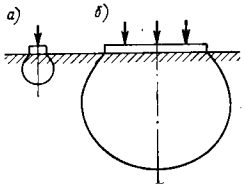


Рис 19. Схема распространения давлений, обжимающих грунт

а — при малом размере фундамента; *б* — при большом

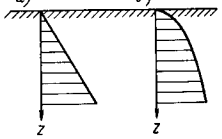


Рис. 20. Рост модуля деформации по Г. К. Клейну

а - по линейному закону; *б* — по параболическому

предложение, о котором говорилось выше, получило распространение особенно в трудах К. Е. Егорова [62, 64]. Оно заключается в том, что в расчет вводится не упругое полупространство, а сжимаемый слой, ниже которого основание принимается

вовсе несжимаемым (см. рис. 11). Толщина слоя подбирается так, чтобы при модуле деформации, определенном обычным штамповым испытанием (см. главу III), расчетная осадка поверхности слоя соответствовала бы ожидаемой действительной осадке. Что касается ожидаемой осадки, то ее величину находят довольно надежными приближенными полуэмпирическими методами. В первом издании нашей книги указывалось, что если исходить из действительных осадок зданий на плитах большой протяженности и модуля по полевым испытаниям, то толщину слоя следует принимать равной примерно 20 *м*. Эта цифра была названа с некоторым запасом, более близка к истине цифра 15; толщина условного слоя может колебаться, однако, в зависимости от рода грунта, размеров и формы фундамента. Обо всем этом читатель найдет более подробные сведения в шестой части.

Модель Клейна и модель сжимаемого слоя при правильном выборе расчетных параметров хорошо приближает расчетные данные к действительности.

Для модели сжимаемого слоя могли быть использованы уже имевшиеся решения Мелана [182] для плоской задачи и Маргерра [181] для пространственной о напряженном состоянии и перемещениях слоя под нагрузкой.

С. С. Давыдов [53] дал свое решение первой из этих задач с тем отличием от Мелана, что вместо условия отсутствия касательных напряжений между слоем и несжимаемым основанием он ввел условие отсутствия горизонтальных перемещений вдоль нижней границы слоя. Это предположение ближе отвечает действительности и дает меньшее значение осадок. Использовав метод Б. Н. Жемочкина, С. С. Давыдов разработал алгоритм для расчета тех элементов подземных сооружений, которые работают как полосы на упругом полупространстве.

В дальнейшем С. С. Давыдов [53а] так усовершенствовал свой метод расчета, что он позволил (как и метод А. П. Синицына) учитывать работу песчаной или щебеночной подготовки, считая, что верхний слой грунта состоит из несвязанных между собой столбиков. О. Я. Шехтер на основе работ Маргерра дала точные решения задач о полосе и о неограниченной плите под сосредоточенной силой, а также провела расчет полос конечной длины и жесткости [156, 157, 158, 159]. Автор [30], а затем К. Е. Егоров [62] составили таблицы для определения осадок круглых и прямоугольных фундаментов на упругом слое. На основе первых из этих таблиц и метода Б. Н. Жемочкина В. А. Авраменко провел расчеты в продольном направлении коробчатого фундамента высотного здания на Смоленской площади (см. пятую часть). Те и другие таблицы использовала Л. К. Федулова-Локкенберг и развила общий метод подобного расчета полос [142].

На основе метода О. Я. Шехтер определения осадок поверхности слоя [157] и метода Б. Н. Жемочкина расчета конструк-

ций на упругом основании [69] И. К. Самарин и Г. В. Крашенинникова также развили общий метод такого расчета [122]. Г. В. Крашенинникова составила обширный сборник таблиц безразмерных эпюр реактивных давлений для важнейших типов гидротехнических сооружений, рассчитываемых как полосы в условиях плоской задачи [89]. К. Е. Егоров разработал метод расчета круглых плит конечной жесткости на сжимаемом слое [65].

И. К. Самарин [123] изучал вопрос о сжимаемой толще основания гидротехнических сооружений по их осадкам. Многие специалисты неправильно отождествляли понятие о расчетной толщине слоя, обеспечивающей совпадение расчетных осадок с натурными, с той глубиной, где, согласно опытным данным, уже не фиксируются перемещения под нагрузкой. Использовать такие данные для расчета нельзя, так как распределение напряжений и деформаций в натуре совсем иное; расчет при назначенной таким образом толщине слоя приведет к значению осадки, значительно отличающемуся от действительного.

В § 3 главы III даны весьма ориентировочные сведения о выборе расчетного значения толщины сжимаемого слоя. Подробные сведения, касающиеся изучения этого вопроса, были приведены в статье Т. А. Маликовой [97] и даны в шестой части книги. Там же изложены методы расчета прямоугольных плит конечной жесткости, лежащих на сжимаемом слое.

Конечно, эта схема является искусственной. Наблюдения за послойными деформациями грунта [63] показывают, что затухание перемещений происходит с глубиной гораздо быстрее, чем это следует по теории упругости, и что, начиная с некоторой глубины, они вовсе отсутствуют. Однако измерения модуля деформации в скважинах в однородных грунтах констатируют известный рост модуля деформации с глубиной, но все же не выявляют какую-то границу, при переходе через которую модуль деформации изменяется скачком, становясь равным бесконечности, как это следовало бы, если схема сжимаемого слоя была полным отражением действительности. Модель Г. К. Клейна, более естественная, чем модуль слоя, не оправдывается в том смысле, что для объяснения относительно малых осадок фундаментов больших площадей и быстрого затухания реальных осадочных лунок нужно было бы прибегнуть к такому быстрому возрастанию модуля деформации с глубиной, какое никак не вяжется с данными испытания грунта в скважинах [188].

В главе II будет сделано предположение о том, чем объясняется столь значительное несоответствие теории и действительности, и будут указаны пути, следуя которым, по нашему мнению, можно это несоответствие устранить, не прибегая к искусственным построениям. Это весьма важно, так как все описанные модели, хотя и приводят к деформациям поверхности грунта, в той или иной мере хорошо приближающимся к действительности, не дают возможность рассматривать основание в целом, заглянуть внутрь него, определить, какие же будут напряжения и перемещения не только на поверхности, а на любой глубине. Это важно и потому, что надо уметь определять, например, давление от зданий, строящихся на поверхности грунта, на подземные сооружения и коммуникации; только при применении строгих методов теорий упругости и пластичности грунтов мы можем установить развитие зон пластических деформаций с глубиной (см. главу II), определить, выдержат ли передаваемое на них давление слабые прослойки основания и т. д. и т. п. Схема сжимаемого слоя и отчасти схема плавно возрастающего модуля деформации искажают картину действительных перемещений и напряжений внутри грунта.

Однако пока нет практических методов расчета, удовлетворяющих высоким требованиям как теории, так и опытным данным, применение искусственных схем оправдано.

Разумеется, расчет на сжимаемом слое сложнее, чем расчет на однородном полупространстве, хотя бы потому, что включает лишний параметр — глубину сжимаемого слоя. Тем самым, например, таблицы безразмерных величин должны быть в несколько раз увеличены по своему числу. Существует, однако, предложенный нами способ, который позволяет достигать примерно того же эффекта, что и применение схемы сжимаемого слоя, но используя схему однородного полупространства и все относящиеся к нему таблицы. Речь идет о том, чтобы вводить в расчет вместо модуля деформации, установленного штамповым испытанием, повышенный модуль деформации, определяемый на основе ожидаемой осадки здания, иначе говоря, определяемый не по осадке штампа, а по осадке здания. Такой подход к назначению модуля деформации столь же законен, как и назначение модуля при помощи штамповых испытаний; отличие состоит в том, что в последнем случае осреднение сжимаемости грунта проводится не только для поверхностного слоя, но и для слоя большой мощности. Ожидаемая осадка может быть установлена с достаточной точностью. Если при этом используется схема сжимаемого слоя, рекомендуемое здесь расчетное значение модуля деформации может быть определено так. Расчетный модуль деформации для однородного упругого полупространства определяется так, чтобы его поверхность претерпевала под заданной нагрузкой те же перемещения, что и поверхность сжимаемого слоя с модулем по штамповому испытанию. Если заранее установлена толщина условного сжимаемого слоя и известно штамповое значение модуля деформации, путем простого пересчета можно найти повышенное расчетное значение модуля. Такой способ пересчета был рекомендован в первом издании книги и более подробно описан в главе III.

Непосредственно схему слоя или повышенный модуль деформации совершенно необходимо использовать при расчете

фундаментов с большими опорными площадями во избежание излишков в запасе прочности. Оба подхода дают примерно один и тот же результат. Существует разница только в случае абсолютно жестких полос или плит. В этом случае при основании в виде упругого однородного полупространства под абсолютно жесткими полосами и плитами на краях выявляются резко повышенные давления (см. рис. 14) вне зависимости от значения модуля деформации. Переход к схеме сжимаемого слоя, как показал, например, К. Е. Егоров для жесткой полосы [64], дает более равномерное и более близкое к действительности распределение реактивных давлений (рис. 21). В этой же работе

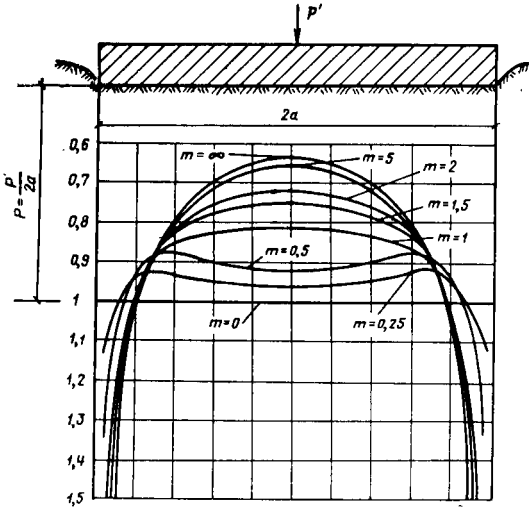


Рис. 21 Безразмерные эпюры реактивных давлений под ленточным жестким фундаментом в зависимости от $m=H/a$

(*H* — толщина сжимаемого слоя; *a* — полуширина фундамента). Переход к действительным эпюрам осуществляется по формуле

$$p=\frac{P'}{2a}\cdot\bar{p}$$

К. Е. Егорова приведены совершенно аналогичные графики и для круглого штампа. Таким образом, абсолютно жесткие конструкции для устранения излишних запасов прочности следует рас-

считывать по схеме слоя. Для конструкций не абсолютно жестких, а просто жестких при использовании повышенного значения модуля деформации устанавливаются бо́льшие значения показателя гибкости (30), и они часто переходят из категории жестких в категорию конструкций конечной жесткости и длины, в силу чего эпюра реактивных давлений и по этому способу становится более равномерной.

Заканчивая обзор существующих промежуточных методов, мы должны обратить особое внимание на работы Б. Г. Коренева, который в своих трудах [83—85] дал не только обстоятельный анализ этих моделей, но развил общую теорию расчета конструкций на сжимаемом основании, в которой каждая из моделей рассматривается как частный случай, обусловливающий вид ядра в интегральном уравнении, связывающий перемещения с нагрузками, передаваемыми на грунт конструкцией. Более подробное освещение теории Б. Г. Коренева, к сожалению, выходит за рамки книги.

§ 6. СВЯЗЬ МЕЖДУ РАСЧЕТАМИ ПО ВИНКЛЕРУ И ПО ГИПОТЕЗЕ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Было бы ошибкой утверждать, что расчет по гипотезе Винклера полностью утратил свое значение и должен быть во всех случаях заменен расчетом по теории упругости. Можно привести много примеров, когда расчет по Винклеру будет единственно правильным, либо более близким к действительности, либо, наконец, приводит к результатам, одинаковым с результатами расчета по теории упругости.

Так, например, безусловно законен винклеровский метод для расчета стенок цилиндрического резервуара и набора судового днища (применимость этого расчета здесь не имеет никакого отношения к механике грунтов). То же можно сказать и о расчете рельсов, так как они расположены на шпалах, каждую из которых можно рассматривать как винклеровскую пружину.

Гипотеза Винклера лучше отображает действительность в случае илистых, торфяных, мелкозернистых водонасыщенных песков. Для других песчаных оснований эта гипотеза в случае их малых опорных площадей и с значительными нагрузками будет давать результаты не хуже получающихся по теории упругости; однако и те и другие результаты будут далеки от действительности, так как в этом случае приходится считаться с учетом пластических деформаций в грунте (см. главу II), которые не отображаются ни той, ни другой гипотезой. У фундаментов с большой опорной площадью роль пластических деформаций незначительна, и применение гипотезы упругого полупространства достаточно обосновано. Хотя песок и представляет собой несвязную среду, на большой глубине в массиве его дефор-

мации от нагрузки на поверхности уже мало отличаются от деформаций связного грунта.

Ранее, как в книге [35], так и в первом издании настоящей книги, мы приводили в качестве примера случай, когда, казалось бы, оба расчета должны давать одинаковые результаты. Это случай основания в виде узкого сжимаемого слоя, покоящегося на нижнем, почти несжимаемом основании (скале). Решение задачи, полученное по теории упругости, в случае, если упругий слой конечной толщины может без трения перемещаться по горизонтальной плоскости поверхности скалы, приводит к формуле осадок [30]:

$$W = \frac{p\,(1-\nu_0^2)\,H}{E_0}, \qquad (41)$$

где p — давление на грунт в рассматриваемой точке; H — толщина упругого слоя.

Если упругий слой вовсе не может перемещаться вдоль поверхности скалы [18],

$$W = \frac{p\,(1+\nu_0)\,(1-2\nu_0)\,H}{(1-\nu_0)\,E_0}. \qquad (42)$$

Но равенства (41) и (42) полностью совпадают с формулой Винклера (1), если соответствующим образом изменить обозначения (w на Y, p на p') и считать

$$K = \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)H} \qquad (43)$$

или

$$K = \frac{(1-\nu_0)\,E_0}{(1+\nu_0)\,(1-2\nu_0)\,H}. \qquad (44)$$

Действительное значение K будет лежать между этими двумя предельными значениями. Этот коэффициент постели уже не будет фиктивной величиной, а будет однозначно определяться опытами со штампом любой площади.

Исследования [30] показали, что равенства (41) и (42) будут выполняться практически точно при толщине слоя $H \leqslant 0{,}5\ b$, при $H \leqslant 0{,}75\ b$ — с точностью до 5%, при $H < b$ — с точностью до 8% (b — полуширина балки или плиты).

В этих пределах расчеты по схеме сжимаемого слоя и по Винклеру должны были бы давать одинаковые результаты. Дальнейший анализ, однако, показал, что это не так. Формулы (41) и (42) справедливы для связи между реактивными давлениями и осадками почти по всей длине конструкции, за исключением участков вблизи концов. Здесь характер реактивных давлений и в случае слоя будет иным, чем по Винклеру. Это отступление является достаточным, чтобы вызвать заметную разницу в результатах расчета по обеим теориям. Особенно заметна будет эта разница при равномерной нагрузке на всю балку (или плиту) или приближающейся к равномерной. В этом случае, по Винклеру, вся балка осаживается вниз как жесткая, реактивные давления равны внешней нагрузке, прогибы в балке и изгибающие моменты отсутствуют. Балка же на сжимаемом слое будет прогибаться выпуклостью вниз и изгибающие моменты в ней будут проявляться. В целом результаты расчета по обеим теориям в случае слоя значительно сближаются, однако ожидать полного или достаточно хорошего совпадения в отношении изгиба и изгибающих моментов все же нельзя. Еще менее законно было бы распространять положение об идентичности результатов расчета по обеим гипотезам на те случаи, когда, согласно предыдущему параграфу, реально сжимаемого слоя нет, а этой схемой пользуются условно для расчета конструкций на однородном основании. Разница между расчетом по Винклеру и расчетом по теории упругости в условиях пространственной задачи много меньше, чем плоской. Более того, оказывается, что если в пространственном расчете положить коэффициент постели равным среднему значению отношений величины реактивного давления к величине осадки, вычисленной по пространственному расчету для ряда точек, взятых по всей длине балки, то при таком коэффициенте постели расчет по Винклеру дает результаты, весьма близкие к пространственному (см. главу III четвертой части). Исключение составляет лишь нагрузка, приближающаяся к равномерной.

Да и вообще результаты несколько сближаются, если модуль деформации устанавливается на основе испытания тем же штампом, что и коэффициент постели, а при больших опорных площадях — исходя из одной и той же величины ожидаемой осадки (см. главы II и III). Такой подход дает более низкое значение коэффициента, чем обычно принимаемые в расчете, например по таблице [86]. При переходе к большим площадям коэффициент постели падает еще более, а модуль деформации, как указывалось выше, возрастает.

Из сказанного, однако, отнюдь не вытекает, что можно найти такую универсальную формулу для определения коэффициента постели K в зависимости от модуля деформации E_0, которая давала бы возможность получить по винклеровскому расчету те же результаты, что и по теории упругости. Разница в механических свойствах обеих моделей не позволяет получить одинаковые результаты расчета при любом подборе параметров, характеризующих эти модели.

Между тем ввиду сравнительной простоты винклеровской теории было сделано немало попыток построить такую формулу.

Так, в работе Герсеванова — Мачерета [20] приводилась формула для коэффициента постели в зависимости от модуля деформации и жесткости полосы, обеспечивающая одно и то же значение изгибающего момента под нагрузкой, приложенной к бесконечно длинной полосе. Б. Н. Жемочкин [67] вывел такую же формулу и по моментам, и по значению максимальных реактивных давлений. Био [166, 167] вывел формулы для сопоставления моментов для бесконечно длинной балки как в условиях плоской, так и в условиях пространственной задачи[1]. Конечно, все эти формулы дают совсем разное значение K. Если, например, обеспечить совпадение моментов под единственной сосредоточенной нагрузкой, то стоит приложить к длинной балке еще другие нагрузки, как моменты под нагрузкой разойдутся, а еще более будет разница в пролетных моментах вплоть до различия их знака. Переход от длинных балок к коротким или от балок к плитам также будет коренным образом изменять коэффициент постели. Ставить же задачу таким образом, чтобы сначала решить задачу по теории упругости, а потом, согласно этому решению, подобрать наилучше отвечающее таким-то или таким-то результатам коэффициента постели, бессмысленно. Только переход к расчету по переменному коэффициенту жесткости (см. § 3) может эффективно сблизить результаты.

При попытке определять этими способами коэффициент постели через модуль упругости коэффициент постели становится зависящим от жесткости, формы, размеров в плане фундамента и от нагрузки, а поэтому теряет свое значение как величина, характеризующая деформационные свойства грунта.

Возможность использования классического винклеровского расчета при постоянном коэффициенте постели в тех случаях, когда основание удовлетворительно отвечает свойствам упругого полупространства, должна считаться исключенной. Даже если достижимо малое различие между результатами расчета, переходить к расчету по Винклеру не имеет смысла, так как основной характеристикой, по которой будет устанавливаться коэффициент постели, явится и здесь модуль деформации, а таблицы, программы для ЭВМ и т. д. устранят главное преимущество винклеровского расчета — сравнительную его простоту. Особенно опасно использование гипотезы Винклера, когда работа конструкции происходит в условиях плоской задачи, например при расчете гидротехнических конструкций. Хотя замена некорректного решения Фламана корректным (см. главу II, § 4) и уменьшит деформативность основания, все же эта деформативность останется в плоских условиях бо́льшей, чем в пространственных.

[1] В последней из этих формул Био допустил вскрытую нами [35] ошибку. Эта погрешность привела Био к ошибочному заключению, что условный коэффициент постели мало зависит от ширины балки.

Глава II. ГИПОТЕЗА УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА В РАСЧЕТЕ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

В главе I были рассмотрены некоторые недостатки применения гипотезы упругого полупространства при расчете конструкций на упругом основании, точнее, некоторые несоответствия результатов этого расчета поведению конструкций и оснований в натуре. Так, было указано, что грунты обладают большими остаточными деформациями и не работают (или почти не работают) на растягивающие напряжения. В § 2 говорилось, почему эти свойства грунтов не являются серьезным препятствием для расчета.

Также легко ответить на возражение, что теория упругости имеет дело с мгновенно деформирующимися под нагрузкой телами, а глинистые грунты деформируются медленно. В расчетах для глинистых грунтов модуль деформации определяется исходя из конечной осадки штампа или фундаментной плиты. Испытания штампом нельзя проводить столь долго, чтобы осадка полностью стабилизировалась, хоть осадки штампа стабилизируются много быстрее, чем осадки здания. Все же применение оценки значения конечного модуля на основе экстраполяции здесь возможно. К тому же наиболее опасным можно считать состояние конструкций непосредственно после окончания строительства. В дальнейшем деформации замедляются, а конструкции успевают к ним приспособиться.

Есть, однако, недостатки, которые требуют более подробного рассмотрения:

1) нелинейный характер зависимости осадок от давлений;

2) изменение значения модуля деформации при переходе от измерения его штамповым испытанием к измерению по осадкам плит больших площадей;

3) несоответствие эпюр реактивных давлений, наблюдаемых в действительности, расчетным;

4) преувеличение распределительной способности.

В значительной мере эти недостатки имеют общие причины. Рассматривать, однако, их следует раздельно.

§ 1. НЕЛИНЕЙНЫЙ ХАРАКТЕР ЗАВИСИМОСТИ ОСАДОК ОТ ДАВЛЕНИЙ

Рассмотрим типичный график зависимости осадок от давлений, получаемый при испытании плотных песчаных оснований малозаглубленным штампом (рис. 22,*а*). В I стадии осадка штампа близка к прямо пропорциональной нагрузке. Во II стадии нарастание осадок начинает быстро опережать возрастание нагрузки. И, наконец, когда нагрузка достигает своей предель-

ной или критической величины, происходит потеря устойчивости основания с образованием значительных осадок и выпора грунта из-под штампа без увеличения нагрузки. Такие фазы деформации основания носят название трех фаз Н. М. Герсеванова [18]. В. Г. Березанцев [7] впоследствии уточнил, что в глинистых и рыхлом песчаном основаниях, а также во всех случаях значительно заглубленных штампов переход между I и II фазами мало заметен и, хотя в III фазе наблюдается резкое возрастание осадок, кривая осадок не имеет здесь вертикального направления вследствие отсутствия выпора грунта (рис. 22,*б*).

При расчете конструкций на упругом основании интересны I и II фазы. Результаты штамповых испытаний говорят о том, что тангенс угла наклона касательной к кривой осадок может ощутимо измениться при переходе от начальных давлений на штамп к тем давлениям, которые соответствуют давлениям, передаваемым на грунт от реального сооружения. Если считать, что давление на грунт от сооружения будет достигать 2—3 *кгс/см*², как это обычно бывает, можно устанавливать модуль деформаций по среднему значению тангенса угла наклона кривой внутри этого участка. Возможные отклонения модуля деформации от этого значения на 10 и даже 20% существенного влияния на расчет по прочности не окажут. Давление на грунт не может быть таким, чтобы необходимо было считаться с нелинейностью зависимости осадок от давлений. Происходит это вот почему. Согласно существующим воззрениям, нелинейность осадок проистекает из-за образующихся у краев фундамента пластических зон, которые ослабляют основание (рис. 23). Размеры этих зон могут быть определены приближенно исходя из рассмотрения напряжений в грунте, как в упругом полупространстве, не обращая внимание на искажения, вносимые в распределение напряжений самими зонами. Согласно СНиП II-Б. 1-62 [134], нормативные давления на грунт не должны превышать тех давлений, при которых глубина зон пластических деформаций достигает $^1/_4$ ширины фундамента. На основе некоторых сравнительных оценок принимается, что тем самым обеспечена законность применения теории упругости к основаниям.

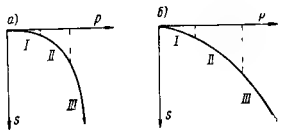


Рис. 22. Зависимость осадок S от давлений на штамп P

а — фазы (стадии) по Н. М. Герсеванову (для штампа на плотном песчаном грунте при умеренном заглублении): *I—III* — стадии соответственно уплотнения, сдвигов и выпирания; *б* — фазы (стадии) по В. Г. Березанцеву (для штампов, сильно заглубленных в плотный песок, а также для всех случаев штампа на рыхлом песчаном и на любом глинистом основании): *I—III* — стадии соответственно уплотнения, сдвигов и резко нарастающих осадок

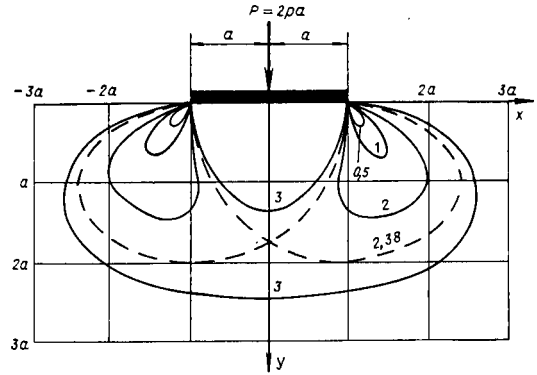


Рис. 23. Постепенное развитие зон пластических деформаций при росте нагрузки на штамп для глинистого грунта, определяемых по теории упругости [34]

Разумеется, в глинистых грунтах нелинейный характер кривой осадок может быть связан с деформациями ползучести, но рассмотрение этого вопроса выходит за рамки книги. Кроме того, весьма вероятно, что нелинейность этой кривой зависит и от сопротивления перемещениям, оказываемым собственным весом грунта; об этом будет сказано в главе II, § 4.

§ 2. ВВЕДЕНИЕ КОРРЕКТИРУЮЩЕГО КОЭФФИЦИЕНТА ДЛЯ МОДУЛЯ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ ИЗМЕРЕНИЯ ЕГО ШТАМПОВЫМ ИСПЫТАНИЕМ К ИЗМЕРЕНИЮ ПО ОСАДКЕ БОЛЬШИХ ПЛИТ

Этот вопрос можно сформулировать и иначе: относительное уменьшение осадок при переходе к плитам больших размеров.

Согласно теории упругости (см. часть пятую, главу I), осадка жесткого квадратного штампа W определяется формулой

$$W = 0{,}88\ \frac{1-\nu_0^2}{E_0}\, p a'. \qquad (45)$$

В формуле (45) E_0, *кгс/см*² и ν_0 — модуль деформации и коэффициент Пуассона грунта; p — среднее давление в *кгс/см*²; a' — сторона штампа в *см*. Формула (45) служит для определения модуля деформации по осадке штампа.

Связь между давлением и осадкой по гипотезе Винклера определяется формулой (1). Отсюда получаем соотношение между коэффициентом постели и модулем деформации, установленными на основе полевых испытаний одним и тем же штампом:

$$K = 1{,}14 \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)\,a'}. \qquad (46)$$

Возьмем случай мелкого песка при коэффициенте пористости $\varepsilon=0{,}65$, для которого (согласно табл. 4) можно ожидать, что полевые испытания дадут значение модуля деформации около $E_0=280$ *кгс/см²*. Полевые испытания производятся штампом 70×70 *см*. Следовательно, в тех же условиях при $\nu_0=0{,}35$ коэффициент постели $K=0{,}018\cdot E_0=5$ *кгс/см³*. Примерно таким значением и пользуются для подобного рода грунта при расчете по гипотезе Винклера.

Перейдем теперь от экспериментального штампа к реальным фундаментам различных размеров. Предположим, что гипотеза упругого полупространства вполне соответствует действительным свойствам грунтового основания. Если это так, то при расчете фундаментов независимо от их размеров по гипотезе упругого полупространства следует брать все те же значения $E_0=280$ *кгс/см²*, а при расчете по Винклеру, чтобы обеспечить равные осадки, значения коэффициента постели должны приниматься разными. Так, для фундаментов со сторонами 1, 2, 5, 10 и 20 *м* коэффициенты постели будут соответственно $K=3{,}5$; 1,7; 0,7; 0,35; 0,17 *кгс/см³*. Между тем на практике при расчетах по Винклеру коэффициент постели принимают не зависящим от размеров подошвы, и поэтому для больших опорных площадей, с точки зрения теории упругости, расчетное значение коэффициента постели оказывается в несколько раз преувеличенным против действительного.

Отойдем теперь от теории упругости и обратимся к натурным данным о зависимости осадок от размеров фундамента (стороны квадрата). Обобщая данные (для разных грунтов несколько различные), приведенные в работах Пресса и Кеглера [149], Д. Е. Польшина (см. главу I, § 2 и др.), эту зависимость весьма схематически можно представить в виде графика (рис. 24). Предполагается, что среднее давление, передаваемое на грунт фундаментом, остается постоянным и величина его равна, например, 2 *кгс/см²*.

Первая часть графика, относящаяся к малым значениям ширины штампа a', существенно зависит от рода грунта. На графике этот участок кривой имеет форму, характерную для штампа на поверхности песчаного основания. При малых значениях стороны пластические деформации в грунте захватывают значительную часть опорной площади. С ростом a' зоны пластических деформаций уменьшаются и увеличивается сопротивляемость грунта. Поэтому вопреки формуле (45) осадки с возрастанием a' уменьшаются. Это будет наблюдаться для песков, пока сторона штампа не достигнет 20—40 *см*. Затем кривая поворачивает вверх и имеет далее примерно одинаковый характер и для песчаных, и для глинистых грунтов. Вначале после поворота следует прямолинейный участок, который полностью отвечает установленной по теории упругости линейной зависимости осадок от стороны штампа. Также ориентировочно этот отрезок соответствует стороне штампа от 0,5 до 3 *м*. Именно к этим значениям стороны штампа и относятся результаты опытов Польшина. При дальнейшем росте a' осадки возрастают медленнее, и при стороне $a'=10\div15$ *м* кривая почти переходит в горизонтальную прямую.

Рис. 24. Схема зависимости осадок w жесткой квадратной фундаментной плиты от ее ширины a' (масштабы условные)

Отсюда следует, что с ростом a' коэффициент постели действительно следует снижать, но по закону (46) примерно только до $a'=5$ *м*. Затем снижение замедляется, после 10 *м* оно становится малым; при ширине, большей 15 *м*, осадка почти перестает зависеть от площади, что противоречит теории упругости, но согласуется с гипотезой Винклера. Однако расчетное значение коэффициента постели должно здесь приниматься примерно в 10 раз меньшим того, какое было получено по полевым испытаниям, и обычно используется в расчетах. Напротив, при использовании в расчете гипотезы упругого полупространства мы должны для получения расчетных осадок, совпадающих с действительными, начиная с $a'=10\div15$ *м*, вводить для E_0 корректирующий множитель, всевозрастающий и даже чуть ли не литейно-зависящий от a'. Таким образом, при обычных расчетах фундаментов с большой опорной площадью коэффициент постели берется завышенным против действительного, а модуль деформации — сильно заниженным.

Наблюдаемая при больших площадях фундаментов почти независимость осадки от площади, по нашему мнению, может найти исчерпывающее объяснение лишь во влиянии собственного веса грунта на уменьшение его деформативности, о чем будет подробнее сказано в § 4. Здесь же лишь заметим, что такая независимость будет и в том случае, если мы перейдем от упругого однородного полупространства к невесомому слою конечной

толщины. Таким образом, анализ зависимости осадок от ширины фундамента может являться дополнительным подтверждением рекомендаций для перехода к этой схеме расчета или к повышению расчетного значения модуля.

§ 3. НЕСООТВЕТСТВИЕ ЭПЮР РЕАКТИВНЫХ ДАВЛЕНИЙ, НАБЛЮДАЕМЫХ В ДЕЙСТВИТЕЛЬНОСТИ, РАСЧЕТНЫМ. РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ ГРУНТОВ

К настоящему времени накопилось очень много опытов по определению реактивных давлений под подошвой штампов и реальных сооружений. Результаты эти далеко не четкие, иногда противоречивые, и говорить можно лишь об общих тенденциях [139].

Грунты представляют собой очень неоднородную среду. Поэтому эпюры реактивных давлений, определяемых опытным путем, часто имеют пилообразный характер, иначе говоря, случайные отклонения от некоторого среднего результата в силу местного уплотнения или, напротив, разрыхления грунта весьма велики. Этому способствует и трудность настолько разровнять поверхность основания под штампом, а тем более под фундаментом, чтобы везде измерительные мессдозы примыкали к грунту одинаково плотно. Все это требует перехода от рассмотрения показаний отдельных мессдоз к осредненным показателям нескольких мессдоз, находящихся в одном и том же положении, например на одинаковом расстоянии от центра круглого штампа.

Чтобы избежать ошибочных выводов при анализе характера эпюр, необходимо учитывать множество факторов. Жесткий штамп и упругая балка или плита будут иметь различные эпюры давлений. Под упругой балкой или плитой давления будут различны в зависимости от характера и места ее приложения. Эпюры под жестким штампом зависят от того, гладкий штамп или шероховатый. Эпюра меняет свой вид по мере роста нагрузки. Реактивные давления под фундаментами зданий отражают перераспределение нагрузок на фундамент вследствие влияния верхнего строения. Большое значение для малых штампов будут иметь величина заглубления, величина нагрузки и характер грунта. Перечень этих факторов можно продолжить; следует остерегаться слишком упрощенных и обобщенных выводов, которые часто делают на основе отдельных экспериментов. В этом параграфе нет возможности детально изложить, как именно влияют все перечисленные факторы. Затронем лишь главнейшие моменты, отсылая читателя к первоисточникам.

Начнем со случая, когда экспериментальные данные меньше всего соответствуют результатам расчета по теории упругости. Пусть мы имеем дело с жестким круглым, квадратным или

прямоугольным штампом с шероховатой подошвой и со сравнительно небольшой шириной, например 0,7—1 *м*, расположенным на поверхности песчаного основания.

Опыты показывают, что при плотном песке у самых краев штампа реактивные давления всегда равны нулю. На рис. 25 приведены эпюры для апофемы квадратного штампа, полученные Ю. Н. Мурзенко [102]. Подобные эпюры получены А. П. Криворотовым [90] и другими авторами [173]. Исключение составляют только опыты Т. Ф. Липовецкой [173], возможно, потому, что она измеряла давления не под самым штампом и при недостаточной густоте расположения датчиков.

При небольших нагрузках, когда штамп недостаточно прижат к грунту, во внутренней части иногда наблюдается примерно равномерное распределение давлений. В дальнейшем, хотя у самого края реактивные давления остаются равными нулю, вблизи него реактивные давления становятся максимальными, а внутри — минимальными. Эпюра реактивных давлений, таким образом, принимает седловидную форму, хотя и не слишком близкую к теоретической эпюре для абсолютно жесткого штампа (см. рис. 14). При нагрузках, приближающихся к тем, при которых штамп теряет устойчивость, эпюра может приблизиться к параболической, а при гладком штампе — к стреловидной.

Все эти видоизменения эпюры в настоящее время полностью находят теоретическое объяснение.

Отсутствие напряжений у краев штампа объясняется тем, что песок не может оказать никакого сопротивления давлению, так как тотчас же произошел выпор грунта. Это непосредственно следует из теории пластичности грунтов [132]. В дальнейшем в песчаном основании под шероховатым штампом постепенно образуется упругое ядро (рис. 26), которое и оказывает (в соответствии с решением смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов [37а]) сопротивление по эпюре

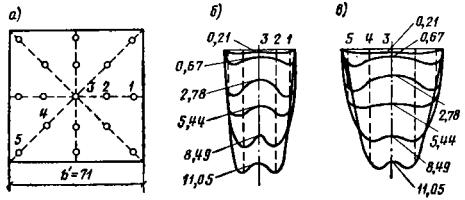


Рис. 25. Экспериментальные эпюры реактивных давлений под квадратным штампом 71×71 *см* на поверхности песчаного основания при давлениях от 0,2 до 8 *кгс/см²*

а — расположение мессдоз; *б* — эпюры вдоль апофемы; *в* — эпюры вдоль диагонали

того же типа, что показывает и эксперимент (рис. 27)*. Наконец, при нагрузках, близких к выпору, ядро может разрушиться, пластические деформации в грунте подойдут близко к подошве и получается параболическая эпюра. При гладкой подошве штампа выпирание двустороннее, по так называемой схеме Хилла, когда пластические зоны подходят к самой подошве и смягчающее влияние ядра отсутствует. Острый клин песка,

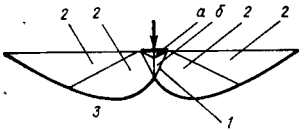


Рис. 26. Потеря песчаным основанием устойчивости по смешанной задаче

1 — граница уплотненного ядра, образующегося под штампом при нагрузках еще достаточно далеких от той, при которой происходит выпирание (ядро состоит из *а* — упругой и *б* — пластической части); *2* — пластическая область, сдвигаемая при выпоре; *3* — упругая бесконечная область

остающегося несдвигаемым под серединой штампа, приводит к реакциям, близким к сосредоточениям.

Под круглыми штампами, как правило, эпюры носят характер, более близкий к параболическому, чем под удлиненными прямоугольными (в поперечном направлении). Объясняется это тем, что при одной и той же интенсивности давлений пластические деформации под круглым фундаментом будут занимать относительно бо́льшую площадь. Они расположены под периферийными участками плиты, а эти участки в круглой плите занимают относительно бо́льшую часть общей опорной площади, чем краевые участки в жесткой полосе, работающей в условиях плоской задачи.

В отдельных случаях при малом заглублении снижение реактивных давлений у концов балки или краев плиты, закладываемой на песчаном основании и несущей нагрузку, близкую к равномерной, может привести к тому, что вместо положительных моментов в конструкции, как это следовало бы ожидать при расчете по теории упругости, возникнут отрицательные моменты, и, следовательно, она будет изгибаться выпуклостью вверх, а не вниз (по Винклеру, при постоянном коэффициенте постели равномерно нагруженная конструкция не изгибалась бы вовсе).

Если штамп на песчаном основании заглублен, реактивные давления у краев уже будут отличны от нуля, и в целом эпюра этих давлений будет иметь более четкий седловидный характер, так как пригрузка от собственного веса грунта, расположенного по сторонам от подошвы штампа, согласно теории пластичности

* Следует отметить, что к эпюре того же характера приводит и решение нелинейной задачи, в которой переход от упругих к пластическим деформациям происходит не сразу по достижении определенного напряженного состояния, как в смешанной задаче, а постепенно [163].

грунтов [132], затрудняет возникновение пластических деформаций.

Сцепление в грунтах оказывает на эпюру то же влияние, что и заглубление. Данные для этого случая приведены в книге Н. А. Цытовича [149]. Эпюры в этом случае приобретают четко выраженный седловидный характер. На рис. 28 показаны результаты опытов О. Фабера на плотной глине [146] со штампом

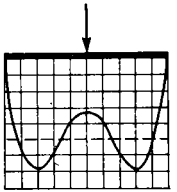


Рис. 27. Эпюра реактивных давлений под жестким штампом на песчаном основании по смешанной задаче

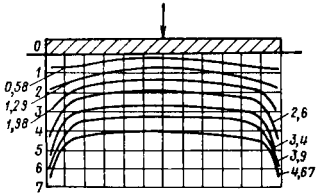


Рис. 28. Экспериментальные эпюры реактивных давлений под круглым штампом на поверхности плотного глинистого основания

диаметром 30 *см*. Широко известны, например, результаты натурных измерений напряжений по подошве быка моста через Рейн у Людвигсгаффена [146] (рис. 29). Аналогичные результаты приведены в статье Е. Шульца [188].

Однако, если речь идет не о монолитных конструкциях в виде устоев мостов, а о плитах, даже большой толщины, то их показатель гибкости (30) оказывается настолько большим, что повышение реактивных давлений у самого края уже почти не вызывает пластических деформаций, и здесь они не имеют никакого практического значения. Без заметного ущерба для точности почти все приближенные методы вовсе не выявляют в этом случае резко повышенных давлений, хотя в целом эпюра давлений и сохраняет свой характер, приводящий, как правило, к изгибу всей плиты выпуклостью вниз. Характерная особенность здесь — выявление относительных максимумов нагрузок под колоннами и минимумов в пролетах. Необходимо, чтобы расчетный метод давал в этом отношении результаты, соответствующие опытам, так как концентрация давлений под нагруженными сечениями уменьшает значение изгибающих моментов. Именно в этом и было в свое время прогрессивное значение гипотезы Винклера.

Следует указать, что даже в тех случаях, когда условия работы основания конструкции наиболее благоприятны для сбли-

жения действительных эпюр реактивных давлений с расчетными по теории упругости, как, например, в случае моста у Людвигсгаффена (см. рис. 29), эпюры реактивных давлений все же оказываются под жесткими штампами более пологими, чем по теории упругости, вне зависимости от влияния пластических деформаций. Происходит это благодаря влиянию, оказываемому на нижние глубокие слои собственным весом грунта. В своем исследовании [61] К. Е. Егоров показал, что использованием схе-

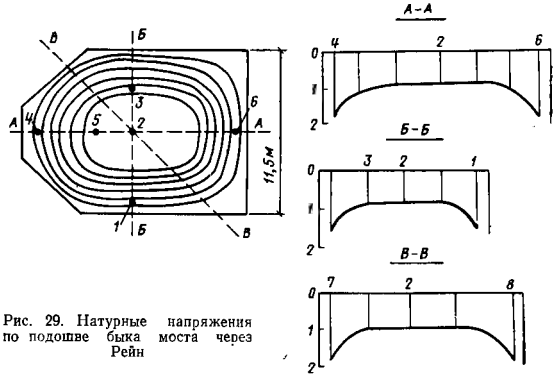


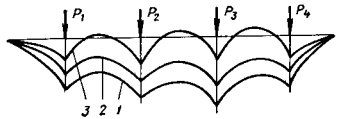
Рис. 29. Натурные напряжения по подошве быка моста через Рейн

мы сжимаемого слоя можно добиться того, чтобы эпюры были более пологими (см. рис. 21). Следует заметить, что подобный же эффект дает влияние веса грунта и в случае гибких плит или балок. Хотя на этот раз эпюры реактивных давлений и не имеют резко выявленных концентраций давлений у краев, но все же общий их характер, как уже говорилось, приводит к тому, что плита в целом (например, под сеткой колонн) изгибается выпуклостью вниз, почему в эпюрах моментов доминируют положительные моменты. Чем меньше сжимаемый слой, тем меньшей оказывается эта тенденция изогнуться выпуклостью вниз, тем меньшими становятся положительные моменты под колоннами, а в пролетах изгибающие моменты даже могут оказаться отрицательными, приближаясь к моментам по Винклеру. В винклеровском расчете вся эпюра моментов вообще как бы приподнята по отношению к моментам по теории упругости, моменты под колоннами много меньше, в пролетах они становятся отрицательными (рис. 30).

Иногда высказывается мнение, что при расчете плит на осадки и на прочность следует вводить разные расчетные толщины условного сжимаемого слоя, так как на осадку целиком действует нагрузка, передаваемая плитой, а на изгиб действуют только волны этой нагрузки, отступающие от среднего значения (см. схему на рис. 13). Поскольку эти отступления имеют различный знак, их действие по закону Сен-Венана затухает быстрее, чем от собственной нагрузки. В это рассуждение вкрадывается одна

Рис. 30. Схема эпюры изгибающих моментов для многопролетной балки (полосы)

1 — по модели однородного полупространства; *2* — по сжимаемому слою или с повышенным значением модуля деформации; *3* — по гипотезе Винклера



ошибка: общая тенденция плиты изогнуться выпуклостью вниз вызывается средней нагрузкой, а не волнами. Уменьшая толщину сжимаемого слоя при расчете на изгиб (прочность) по сравнению с расчетом на осадки, мы неправомерно снижаем ту составляющую изгибающих моментов, которая обусловливает общую тенденцию балки или плиты изогнуться выпуклостью вниз.

Перейдем теперь к вопросу о том, как при помощи теории приблизить расчетные эпюры к действительным в тех случаях, когда влиянием пластических деформаций в грунте нельзя пренебречь в расчете, во избежание значительного искажения против действительных эпюр изгибающих моментов. Будем рассматривать наиболее важный случай, когда мы имеем дело с жесткой полосой, рассчитываемой в условиях плоской задачи. При игнорировании влияния пластических деформаций и при использовании схемы однородного полупространства мы должны пользоваться для закона реактивных давлений формулой Садовского (16). В случае сжимаемого слоя эпюра реактивных давлений без учета пластических деформаций будет иной, однако предложения по исправлению эпюры Садовского учетом пластических деформаций не теряют своей общности и при переходе к схеме сжимаемого слоя.

Изложим сначала практический и довольно простой способ учета пластических деформаций — путем срезки пик реактивных давлений под краями полосы [34, 35]. Надо помнить, что такая срезка в обычных случаях загрузки полосы в середине или по всей длине приводит к уменьшению ординат положительных моментов, на которые работает полоса. Если полоса работает на отрицательные моменты, стремясь изогнуться выпуклостью вверх (как днище сухого дока), то срезка пик приводит к увеличению расчетных отрицательных моментов

Предложенный нами способ основан на теории предельно напряженного состояния сыпучей среды; теория эта развита в СССР главным образом трудами В. В. Соколовского [132]. Для краткости будем называть ее теорией пластичности грунтов. Согласно этой теории, в условиях плоской задачи компоненты напряжений элемента грунта, находящегося в пластическом состоянии, должны удовлетворять точно так же, как и компоненты напряжений упругого грунта, двум дифференциальным уравнениям равновесия [137]:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \gamma = 0; \\ &\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (47)$$

Вместо третьего, основного, уравнения теории упругости (уравнения совместности или сплошности)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \qquad (48)$$

компоненты напряжений пластического грунта должны удовлетворять условию предельного равновесия

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = \sin^2\rho\,(\sigma_x + \sigma_y + 2k\operatorname{ctg}\rho)^2. \qquad (49)$$

Здесь ρ — угол внутреннего трения грунта; k — коэффициент сцепления грунта в *тс/м*.

Принято, что ось y направлена по поверхности, а ось x — вертикально вниз, γ — объемный вес грунта. Сжимающие напряжения считаются положительными. Предполагается, что в компоненты напряжений в формуле (49) входят напряжения и от собственного веса грунта.

Согласно теории пластичности грунтов [132], давления под краем фундамента не могут превысить величины

$$p_0 = \gamma H \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\, e^{\pi \operatorname{tg}\varphi} + k\operatorname{ctg}\varphi\left(\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\, e^{\pi\operatorname{tg}\varphi} - 1\right). \qquad (50)$$

Здесь γ — объемный вес грунта в *тс/см*^{3}; H — глубина заложения фундамента.

Чтобы выяснить, как должны распределяться реактивные давления от края к середине, рассмотрим сначала случай жесткого фундамента при центрированной нагрузке. Будем считать, что подошва фундамента гладкая и что поэтому зона пластических деформаций начинается под краями фундамента под самой подошвой. Ниже будут указаны пути более строгого решения, свободного от такого предположения.

В нашей статье [34] на основе приближенных расчетов по методу В. В. Соколовского было указано, что в случае равномерно распределенной нагрузки грунт, находящийся на некотором участке под краями фундамента в предельно напряженном состоянии, будет принимать от фундамента вертикальные, максимально возможные давления, закон распределения которых в пределах пластической зоны вдоль подошвы очерчивается прямолинейной (трапециевидной) эпюрой. Впоследствии и сам В. В. Соколовский [133] подтвердил это положение, причем произвел более точные расчеты, исправив вычисленные нами параметры для определения трапециевидной эпюры. На рис. 31 эта прямолинейная эпюра изображена в виде отрезка BC. На этом же графике сплошной линией в средней части и пунктиром у краев нанесена обычная эпюра Садовского (16) для реактивных давлений под жесткой полосой.

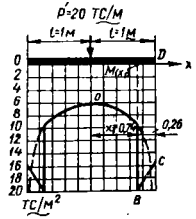


Рис. 31. Учет пластических деформаций при определении реактивных давлений под жесткой полосой

Поясним, как определяются уравнения прямых, срезающих пики в эпюре Садовского.

Перенесем начало координат, например, в левый край штампа и напишем искомое уравнение прямой:

$$p = p_0 + A(l - x). \qquad (51)$$

Здесь под x понимается действительное расстояние от середины штампа до рассматриваемой точки, под которой определяется предельное давление; l — полудлина полосы.

Преобразуем теперь уравнение (51), введя обозначения

$$\bar{p} = \frac{p}{k}; \quad \bar{p}_0 = \frac{p_0}{k}; \quad p_1 = \frac{A}{\gamma}; \quad \bar{x} = \frac{(l-x)\gamma}{k}. \qquad (52)$$

Тогда разделив правую и левую части уравнения (51) на k, получим

$$\bar{p} = \bar{p}_0 + \bar{p}_1 \bar{x}. \qquad (53)$$

Согласно Соколовскому [133], параметр $\bar{p}_1$ определяется табличкой

$\rho = 10°$	15°	20°	25°	30°	35°	40°	
$\bar{p}_1 = 0{,}46$	1,26	2,94	6,70	16,2	36,7	76,4,	

$\bar{p}_0$ легко определить по формуле (50).

Для песчаных оснований, т. е. при $k=0$, следует пользоваться формулой

$$p = p_0 + p_1 (l - x)\gamma. \tag{54}$$

Рассмотрим пример, к которому относится эпюра на рис. 31. Полоса $2\,l=2$ *м* и шириной $b'=1$ *м* лежит на грунте с характеристиками $\rho=30°$, $k=0{,}5$ *тс/м*^{2} и загружена суммарной нагрузкой $p'=20$ *тс/м*. Заглубление (пригрузка) отсутствует, т. е. $H=0$. При $\rho=30°$ находим $p_1=16{,}2$, а по формуле (50) — $p_0=15$ *тс/м*^{2}. Следовательно, возвращаясь к записи в форме (51), получим

$$p = 15 + 24{,}3\,(l - x)\,тс/м^2. \tag{55}$$

Возникает вопрос, как далеко от краев полосы эпюра будет следовать прямолинейному закону (55).

На всем крайнем участке подошвы фундамента, где эпюра (16), полученная по теории упругости, превышает эпюру предельных напряжений, установленных по теории пластичности, излишек напряжений не может быть воспринят грунтом. Будем исходить из положения, что невоспринятые у края фундамента напряжения (т. е. вся часть эпюры Садовского, лежащая ниже прямой BC на рис. 31) будут передаваться на соседние упругие элементы, находящиеся ближе к середине фундамента.

В этих элементах также возникнут пластические деформации, поскольку напряжения превысят ординату предельной эпюры напряжений.

Следовательно, прямолинейный отрезок эпюры продвинется дальше, выйдя за границы эпюры Садовского. Перераспределение напряжений будет непрерывно переходить через границу, отделяющую пластическую зону от упругой, все более отодвигая эту границу к середине фундамента. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока граничная точка не займет положения M (x_1), при котором внешняя по отношению к этой точке часть эпюры Садовского не сравняется по площади с трапециевидной эпюрой.

Равенство этих площадей, согласно уравнениям (16) и (51), запишется так:

$$\frac{P'}{\pi}\int_{x_1}^{l}\frac{dx}{\sqrt{l^2 - x^2}} = \int_{x_1}^{l}[p_0 + A(l - x)]\,dx, \tag{56}$$

а после интегрирования

$$\frac{P'}{\pi l}\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{x_1}{l}\right) = (p_0 + l\,A)(l - x_1) - \frac{A_2}{2}(l^2 - x_1^2). \tag{57}$$

Для рассматриваемого нами частного случая на основе равенства (55), т. е. при $p_0=15$ *тс/м*^{2} и $A=24{,}3$ *тс/м*^{3}, равенство (57) перепишется так:

$$12{,}15x_1^2 - 39{,}3\,x_1 + 6{,}37\arcsin\frac{x_1}{l} = -17{,}15.$$

Пробными поисками находим отсюда

$$x_1 = 0{,}74\ м.$$

Окончательный вид эпюры показан на рис. 31.

При нагрузке $q = \frac{P}{2b'\,l}$ *тс/м*^{2}, равномерно распределенной по всей длине полосы шириной b', момент в середине, вычисленный для реактивных давлений, следующих эпюре (16), вычисляется по формуле (124):

$$M = \left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}\right) b'\,l^2 q. \tag{58}$$

В случае же смешанной эпюры (см. рис. 31) искомый момент определяется формулой

$$M = \left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}\right) b'\,l^2 q - \frac{2b'\,l\,q}{\pi}\int_{x}^{l}\frac{x\,dx}{\sqrt{l^2 - x^2}} + p_0\,b'\,(l - x_1) \times$$
$$\times\left(x_1 + \frac{l - x_1}{2}\right) + (p_м - p_0)\frac{l - x}{2}\left(x_1 + \frac{l - x_1}{3}\right) b', \tag{59}$$

где p_1 — максимальная ордината трапециевидной эпюры давлений;

$$p_м = p_0 + A\,(l - x_1). \tag{60}$$

Уравнение (59) можно переписать:

$$M = \left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}\right) b'\,l^2 q - \frac{2b'\,l\,q}{\pi}\sqrt{l^2 - x^2} + p_0\,b'\,(l - x_1)\,x_1 +$$
$$+ \frac{(l - x_1)^2\,b'}{2}(p_0 + A\,x_1) + \frac{b'\,(l - x_1)^3}{6}\,A. \tag{61}$$

В рассмотренном примере значение изгибающего момента в середине полосы без учета пластических деформаций будет $M=1{,}37$ *тс·м*, а при учете пластических деформаций — $M=1{,}15$ *тс·м*, т. е. произойдет снижение примерно на 16%.

Учет пластических деформаций в грунте путем среза краев давлений, определяемых по теории упругости, был предложен В. А. Флориным в 1937 г. [144—146]. Он использовал приближенную формулу Белзецкого для определения несущей способности основания. Нами применена более точная теория Соколовского. Кроме того, В. А. Флорин избегает резкого скачка эпюры давлений, распределяя излишек, срезаемый от эпюры, на всю внутреннюю часть. Признавая, что в действительной эпюре распределения давлений скачка быть не может, мы пользовались нашей схемой, которая дает известный дополнительный запас и позволяет избежать всяких произвольных гипотез о распределении срезанных давлений во внутренней части штампа.

И. Я. Штаерман [165] решил задачу учета влияния пластических деформаций исходя из той же схемы предельных давлений, что и мы. Однако для внутренней части штампа он опреде-

лял напряжения, рассматривая пластическую часть давлений как пригрузку для условного жесткого штампа, ширина которого меньше действительного и равна ширине упругого участка под штампом. Скачок к эпюре давлений тем самым снимается.

Трудно сказать, является ли постановка И. Я. Штаермана более строгой, чем наша, так как обе исходят из предпосылки, что зона пластических деформаций якобы начинается под самым штампом и, вместо того чтобы решать смешанную задачу теории упругости и теории пластичности грунтов, используют предположение, что предельное значение давлений на грунт будет тем же, что и в решении задачи Соколовского, когда весь грунт принимается находящимся в предельном (пластическом) состоянии.

В настоящее время есть все предпосылки для строгого решения задачи. В работе [45] дано решение смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов для полосовой нагрузки (абсолютно гибкая полоса). Идея вкратце состоит в том, что сначала определяется условная граница пластических зон наподобие того, как это сделано для различных нагрузок на диаграмме рис. 23. Граница определена на основе значений σ_x, σ_y, τ_{xy} по теории упругости, чтобы в точках границы удовлетворялось условие предельного равновесия (49). Само собой разумеется, что внутри этой зоны грунт будет в перенапряженном состоянии, т. е. левая часть равенства (49) будет больше правой. А этого не должно быть. Чтобы исправить решение, зона пластических деформаций первого приближения и соседние с ней области грунта разбиваются на ряд элементарных квадратов. Внутри квадратов, приходящихся на пластическую область, прикладываются фиктивные нагрузки в виде вертикальных и горизонтальных двойных сил. Под двойной силой в теории упругости [137] принято понимать предел, к которому стремится нагрузка из двух равных и противоположно направленных сил P (рис. 32) при бесконечном уменьшении расстояния s между точками их приложения, причем произведение D должно оставаться постоянным. Очевидно, что силы P должны бесконечно возрастать. Эти нагрузки самоуравновешенные. Чтобы получить формулы для напряжений, возникающих от сосредоточенных сил, достаточно продифференцировать соответствующие формулы для напряжений от обычных сил [137] по той координате, по которой направлены двойные силы. Если в качестве отправных используются формулы Мелана, исправленные и дополненные нами [37, 146, 42] для сил, приложенных внутри полуплоскости, то они удовлетворяют условиям на верхней границе полуплоскости, где должны выполняться равенства $\sigma_x=0$, $\tau_{xy}=0$ (по-прежнему ось x считаем направленной вниз). Так как двойные силы самоуравновешены, об условии равновесия при их использовании заботиться не надо. Величины двойных сил, приложенных внутри каждого квадрата, выбираем так, чтобы с при-

бавкой напряжений, вызываемых этими силами внутри квадрата, удовлетворялось условие предельного состояния (49). Поскольку в точке приложения сосредоточенной двойной силы получаются бесконечно большие напряжения, сосредоточенные двойные силы заменяются такими же силами, но равномерно распределенными по каждому из элементарных квадратов, и определяется необходимая интенсивность этих распределенных двойных сил. Влияние соседних квадратов, в которых была приведена аналогичная операция, нарушает достигнутое условие выполнения равенства (49). Кроме того, влияние всех этих дополнительных фиктивных нагрузок может вызвать перенапряженное состояние в соседних квадратах, куда как бы перейдет излишек напряжений, бывший внутри области первого приближения. Что-

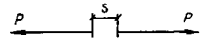


Рис. 32. Схема к понятию двойной силы

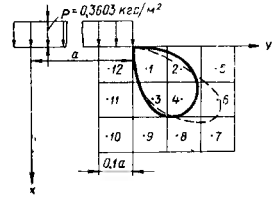


Рис. 33. Результаты решения частного примера смешанной задачи. Сплошная кривая — граница пластической области, устанавливаемая условно по теории упругости, пунктирная — установленная при решении смешанной задачи

бы исправить это, операцию повторяют, захватывая возможные новые квадраты. Иногда бывает и наоборот: в прежнем перенапряженном квадрате под влиянием фиктивных нагрузок оказывается недонапряженное, т. е. упругое, состояние. Для дальнейшего улучшения решения процесс повторяют для всех перенапряженных квадратов. Итерацию проводят до тех пор, пока излишек напряжений во всех пластических квадратах оказывается достаточно малым. Расчеты показали, что достигается это быстро. На рис. 33 показаны результаты расчета для частного случая равномерной полосовой нагрузки, распределенной на участке шириной 2 $a=2$ *м* при угле внутреннего трения $\varphi=36°$, коэффициенте скрепления $k=0{,}1$ *тс/м²* и объемном весе $\gamma=1{,}8$ *тс/м³*. Изображена одна из двух симметричных пластических областей, образовавшаяся у правого края полосы. На диаграмме видна разница между решением задачи по одной теории упругости и строгим решением смешанной задачи; область пластических деформаций значительно расширилась.

При некотором видоизменении эта методика может быть использована и для решения задачи о влиянии пластических деформаций на распределение реактивных давлений под жестким штампом. Этого можно достигнуть, если определять искомую эпюру реактивных давлений методом Жемочкина, т. е. в виде ступенчатой эпюры с неизвестными интенсивностями давлений от каждой ступени. На этот раз к прежним неизвестным интенсивностям двойных сил в каждом элементарном квадрате прибавляются неизвестные интенсивности ступенек в методе Жемочкина. Прибавляются и уравнения, вытекающие из условия постоянного значения перемещений под штампом. В принципе этот метод может быть обобщен и для гибких балок (полос). Все эти расчеты возможны только при помощи ЭВМ, и для реализации их предстоит еще большая работа.

§ 4. РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ ГРУНТА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ФОРМУЛ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Из числа аргументов против применения к расчету оснований вообще и особенно к расчету конструкций на упругом основании методов теории упругости наиболее часто приводится ссылка на более быстрое затухание перемещений поверхности грунта в натуре по сравнению с теорией. Наиболее разительное расхождение здесь получается в случае использования формул плоской задачи теории упругости, где вообще никакого затухания перемещений не происходит (см. рис. 6). Следует прибавить, что расхождение отмечено не только в перемещениях, но и в распределении напряжения [148]. Опытные данные свидетельствуют о том, что нормальные вертикальные напряжения гораздо сильнее концентрируются в тех областях грунта, которые расположены непосредственно под нагрузкой и быстрее затухают по мере отхода от нагрузки, чем это следует из теории упругости.

Особенно большую известность приобрели результаты опытов (рис. 34) Л. И. Манвелова и Э. С. Барташевича [98] по изу-

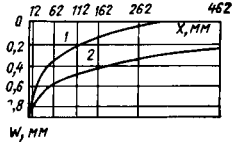


Рис. 34. Перемещения поверхности грунта вне жесткого круглого штампа диаметром 72 *см* на пылеватом суглинке при давлении $p=0{,}8$ *кгс/см*^{2}
1 — экспериментальная кривая осадок поверхности вне штампа; *2* — теоретическая кривая

чению перемещений. Исходя из полученных данных, авторы рекомендовали либо перейти к двухпараметровой модели, либо вернуться к расчету по гипотезе Винклера.

Тщательность методики опытов Манвелова и Барташевича не вызывает никаких сомнений. Однако следует заметить, что, во-первых, штамп был относительно небольшого размера. В этом случае в работу втягиваются лишь поверхностные слои грунта с малой структурной прочностью, которые, действительно обладая большими остаточными деформациями, гораздо хуже подчиняются формулам теории упругости, чем глубокие слои под большими фундаментами (см. рис. 19). При больших площадках загружения опыт показывает более медленное затухание осадок вне площадки [11]; во-вторых, распределительная способность грунта гораздо сильнее сказывается на работе непосредственно под штампом (или под конструкцией на упругом основании). Дело в том, что под подошвой штампа перемещающиеся точки находятся ближе к элементам нагрузки, чем вне подошвы. Поэтому и влияние распределительной способности под подошвой больше. В этом отношении характерен пример узких балок; здесь удается достигнуть совпадения расчетов по теории упругого полупространства по гипотезе Винклера. Дело в том, что распределительная способность грунта почти целиком уходит на перемещения вне балки и мало влияет на работу грунта под балкой.

Приведенные соображения достаточно весомы, чтобы убедиться в невозможности пренебрегать распределительной способностью. В то же время следует признать большое преувеличение роли этой способности при использовании в расчетах основания теории упругости.

Однако результаты, получаемые теоретически, можно приблизить к экспериментальным данным, если уточнить теорию.

Так, одной из причин медленного затухания осадок вне фундамента по теории упругости по сравнению с натурой является неучет роли пластических деформаций, возникающих под краями фундамента (см. рис. 23). Через зоны пластических деформаций перемещения передаваться не могут; они передаются лишь через области, остающиеся упругими. Таким образом, решение смешанной задачи может сблизить теорию и действительность.

Но основная причина расхождения не в этом. Чтобы пояснить, в чем дело, рассмотрим сначала наиболее яркий случай расчета фундамента в условиях плоской задачи, где расхождение особенно велико.

С этой целью обратимся к формуле Фламана (11) и к соответствующей ей эпюре перемещений поверхности основания на рис. 6. Покажем, что решение Фламана не вполне корректно с точки зрения теории упругости.

В самом деле, при решении этой задачи ставится условие на поверхности грунта $\sigma_x=0$ и $\tau_{xy}=0$, где σ_x — нормальные вертикальные напряжения, а τ_{xy} — касательные (в противоположность рис. 6 примем, что вертикальная ось — ось x, а горизон-

тальная — ось y при начале координат в точке приложения силы P). Эти условия вытекают из того, что поверхность полуплоскости свободна от нагрузки всюду, кроме загруженной точки.

В теории упругости принято, что после приложения нагрузки перемещения упругого тела настолько малы, что деформациями контура, для которого выписаны граничные условия, можно пренебречь. В нашем же случае граница уходит как угодно далеко от первоначального положения как под нагрузкой, так и при значительном удалении от нее. Правда, перемещения под равномерно распределенной нагрузкой конечны, хотя и велики; однако для удаленных точек несоответствие между тем, для какой границы условия поставлены и где они фактически выполняются, остается тем же.

Возникает вопрос, нельзя ли решение Фламана, по традиции удерживающееся в теории упругости уже 80 лет, заменить другим, более строгим решением?

В теории упругости существует теория единственности, согласно которой для упругого тела при заданной нагрузке и заданных граничных условиях есть только одно решение. Однако перемещения после приложения нагрузки должны быть конечными и не слишком большими [137].

К нашему случаю, таким образом, условия теоремы единственности не подходят. Поэтому законны попытки найти другое, верное решение. Это решение должно давать затухающие на бесконечности перемещения, так как иначе, не говоря уже о здравом смысле, граничные условия опять выполняться не будут, даже в порядке приближения.

Следует сказать, что если не ставить условие о затухании перемещений на бесконечности, то другие решения задачи Фламана можно найти довольно просто. Так, Б. А. Берг [6] показал, что таким образом можно добиться большей концентрации напряжений под нагрузкой в соответствии с данными эксперимента.

Вопрос о том, каким способом погасить перемещения на бесконечности, много сложнее. Одна из попыток решения этой задачи была изложена в статье [47]. К сожалению, последующая проверка показала, что в это решение вкралась существенная погрешность [47а]. Задачу эту затем следует решить, учитывая влияние на работу на перемещениях собственного веса грунта. Именно учет влияния собственного веса даст, по нашему мнению, ключ к радикальному приближению теории к действительности.

До сих пор при применении к расчету оснований как формулы Фламана, так и формулы Буссинеска считалось, что объемный вес не влияет на перемещения. Принято, что перемещения от собственного веса произошли до приложения нагрузки. Между тем нетрудно понять, что где бы мы ни провели условный

уровень нулевых перемещений (см. рис. 6), часть грунта будет перемещаться вверх, и его вес будет производить соответствующую работу, в какой-то мере аналогичную работе, происходящей при насильном погружении в жидкость на заданную глубину полого сосуда. Работа тем больше, чем шире сосуд и чем глубже он погружается. Именно поэтому особенно большое значение на уменьшение осадок и общей деформируемости грунта должен иметь учет собственного веса при больших опорных площадях. В плоской задаче речь всегда идет о больших опорных площадях. В пространственной задаче условие отсутствия перемещений на бесконечности удовлетворяется и для невесомой задачи (см. формулу Буссинеска). Однако при больших нагруженных площадях осадки оказываются значительными, и теорема единственности будет неприменима. Отсюда вытекает возможность новых решений в пространственной задаче, которые учитывали бы влияние собственного веса грунта на осадки. Возможно также, что и для малых площадей на основе применения условия минимума потенциальной энергии при наличии объемного веса можно получить иное решение, чем для невесомой среды. В частности, можно сослаться на опыты [152] по исследованию влияния на осадки грунта под нагрузкой его собственного веса, проведенные в связи с необходимостью исследовать деформационные свойства грунтов Луны, где, как известно, сила притяжения в 6 раз меньше, чем на Земле. Опыты были проведены на самолетах, ибо при «горке» можно резко уменьшить силу тяжести, а также на центрифугах, где, наоборот, можно искусственно увеличить вес грунта. Было доказано, что осадка при одном и том же независимом от напряжения давлении на штамп оказывается при малом весе грунта значительно большей, чем при большом весе, хотя речи об обратной пропорциональности здесь быть не может.

В этой связи возникает мысль, что нелинейный характер зависимости осадок от давлений (см. рис. 22) объясняется не только и даже не столько развитием зон пластических деформаций, сколько тем, что при малых давлениях на штамп, когда внешняя нагрузка мала по сравнению с сопротивлением вдавливанию, оказываемым грунтом, кривая зависимости будет идти довольно полого. Чем больше давление, передаваемое на штамп, тем меньше относительное влияние веса грунта на перемещения и тем больше влияние его чисто упругих деформационных свойств. При больших давлениях зависимость будет близкой к той, которая получается для невесомого грунта, и кривая поэтому пойдет значительно более круто вниз.

К тем же выводам о собственном весе грунта как причине нелинейности зависимости осадок от давлений приводит, в частности, и анализ характера осадок глубоких опор, где из-за большой пригрузки собственным весом грунта выпор его из-под опоры на поверхность исключается. Учет же внутреннего выпо-

ра, происходящего вблизи торца опоры, как показал В. Г. Березанцев [8], оказывает незначительное влияние на расчетную величину осадки. По экспериментальным данным диаграммы осадок глубоких опор имеют большую кривизну, которую можно объяснить только изложенными выше соображениями.

Таким образом, мы можем сказать, что учет важнейших факторов, влияющих на деформативные свойства грунта путем уточнения решений теории упругости и теории пластичности грунтов, открывает перспективы для максимального сближения данных теории и экспериментов. Такое уточнение теории приведет к резкому сокращению излишних запасов прочности и, следовательно, даст большой экономический эффект. Сама по себе модель упругого полупространства, обладающего распределительной способностью, обязательно должна дать меньшую деформативность основания, чем модель Винклера, где пружины работают без связи друг с другом и не передают нагрузку в стороны. Если до сих пор гипотеза Винклера приводила часто к более экономным решениям, то это объясняется, с одной стороны, необоснованными назначениями коэффициентов постели и заниженных значений модуля деформации, а с другой стороны, тем, что применение теории упругости проводилось с серьезными принципиальными погрешностями. Для полного исключения этих погрешностей предстоит еще очень большая научная работа, и чисто теоретическая, и по созданию соответствующих практических методов расчета, в том числе при помощи ЭВМ. Однако направление этих работ уже достаточно ясно.

В настоящее же время приходится пользоваться некоторыми приемами, которые сближают расчетные данные с натурными, но имеют несколько искусственный характер.

Глава III. МОДУЛЬ ДЕФОРМАЦИИ

§ 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Деформационные свойства грунта при использовании модели упругого полупространства определяются модулем деформации E_0 и коэффициентом Пуассона ν_0. Во все расчеты, кроме случая плоского напряженного состояния (глава I, § 2), эти величины входят в виде соотношения

$$\frac{E_0}{1-\nu_0^2},$$

причем, поскольку величина ν_0^2 мала по сравнению с единицей, роль коэффициента Пуассона в расчетах незначительна.

В табл. 1 приведены величины ν_0 согласно СНиП II-Б. 1-62 [134].

Значительно сложнее обстоит дело с определением расчетного значения модуля деформации E_0.

Еще не так давно модуль деформации определялся опытами с грунтами в компрессионных приборах. Позднее предпочтение было отдано значению этой величины, определяемой в полевых условиях испытанием штампа, руководствуясь тем соображением, что условия работы грунта под штампом ближе к условиям работы грунта в натуре под фундаментами зданий и сооружений. Перемена методики имеет существенное значение, так как оказалось, что штамповые испытания дают значительно большее значение модуля деформации. Между тем лабораторные испытания много проще, особенно в случае, если приходится определять модули деформации глубоких слоев. Поэтому лабораторные испытания можно провести для значительно большего числа скважин и, следовательно, надежнее исследовать грунт в случае его значительной неоднородности. Вместе с тем малая величина образца в компрессионном испытании может дать случайную характеристику грунта в данном месте строительной площадки, тогда как в штамповом испытании происходит некоторое осреднение деформационных свойств по всей площадке штампа и по глубине, где сжимается грунт.

Таблица 1

Значения коэффициента Пуассона ν_0

Грунт	Значение ν_0
Крупнообломочный	0,27
Пески и супеси	0,3
Суглинки	0,35
Глины	0,42

В силу этих взаимно противоречивых причин мы, хотя и считаем, что предпочтение надо отдавать модулю деформации по штамповым испытаниям, в то же время не можем утверждать, что данные компрессионных испытаний вообще не пригодны для использования их в расчетах. К тому же часто бывает так, что геологические исследования предоставляют проектировщику только данные о компрессионных испытаниях при отсутствии сведений о полевых опытах.

Поэтому весьма важно знать, в каком соотношении находятся величины модуля по компрессии и по штамповым испытаниям. Первая весьма важная работа в этой области принадлежала И. А. Агишеву [3]. Он сделал попытку на основе статистической обработки сопоставить величины модулей и вывести коэффициент перехода $m=E_{шт}/E_к$. Им была получена зависимость $m=f(\Sigma)$ (где Σ — коэффициент пористости грунта) для четвертичных глинистых грунтов, без учета их вида. О. И. Игнатова [72] уточнила результаты Агишева, разбив грунт на супесь, суглинки и глины и оставив результаты испытаний только в шурфах, отбросив результаты испытания в скважинах, где невозможно проконтролировать качество подготовки основания, что приводит к заниженному значению модуля деформации.

Таблица 2

Значения коэффициента m

Грунт	Коэффициент пористости e											
	0,41—0,5	0,51—0,6	0,61—0,7	0,71—0,8	0,81—0,9	0,91—1	1,01—1,1	1,11—1,2	1,21—1,3	1,31—1,4	1,41—1,5
Супеси	4,2	4,2	3,7	3	2,2	—	—	—	—	—	—
Суглинки	5	4,8	4,5	3,9	3,2	2,6	2,1	—	—	—	—
Глины	—	—	6	6	5,8	5,4	4,8	4,1	3,4	2,7	2

Результаты работы О. И. Игнатовой сведены в табл. 2.

Из таблицы видно, что разница между результатами компрессионных и штамповых испытаний весьма велика. Применение на первых этапах расчета конструкций по гипотезе упругого полупространства и значений модуля деформаций по компрессионным испытаниям послужило одной из причин, что новая теория приводила к неоправданно завышенным усилиям в конструкциях и к преувеличению их изгиба.

В чем причина столь значительного уменьшения величины модуля деформации по компрессионным испытаниям по сравнению с результатами полевых опытов? Канд. техн. наук В. В. Михеев писал по этому поводу (не опубликовано):

«При выемке грунта из выработки напряжения от собственного веса на стенах выработки и на забое резко уменьшаются. С возрастанием глубины интервал изменения возрастает. Происходит расширение грунта и начинаются сдвиги в точках вблизи поверхности выработки, т. е. происходит частичное разрушение связей в грунте и уменьшение его пористости. При большой глубине может наступить нарушение предельного равновесия и произойти пластическое течение грунта, причем это наблюдается в пристенных зонах, как раз откуда выбираются образцы. Расширение грунта происходит не только от нагрузки. При откачке воды из выработки или при подъеме образца с глубины из-под уровня грунтовых вод падают напоры воды в порах грунта. Грунтовые воды газонасыщены в соответствии с природным (бытовым) давлением, и поэтому происходит газовыделение в воде из пор грунта, пористость увеличивается при неизменной влажности.

Поэтому даже при безупречном отборе образца он будет характеризовать грунт более сжимаемым, чем в натуре.

К этому следует прибавить искажение действительной сжимаемости в компрессионном приборе.

При заполнении грунтом обоймы происходит нарушение его естественной структуры, что ведет к увеличению сжимаемости. То же действие оказывает и выравнивание неровностей в поверхностной зоне; наконец, условия выжимания воды из пор грунта отличаются от натурных».

Поэтому модуль деформации E_0 в настоящее время определяется полевым испытанием грунтов статическими нагрузками (штампом).

Правила этих испытаний регулируются ГОСТ 12374—66 «Грунты. Метод полевого испытания статическими нагрузками» и «Инструкцией по испытанию грунтов статическими нагрузками (штампом)» (РСН 34-70 Госстроя РСФСР).

Согласно этим документам, испытания ведутся в открытых или подземных горных выработках (шурфах, котлованах, буровых скважинах и т. п.). Буровые скважины применяются только для песчаных и глинистых грунтов, залегающих ниже уровня грунтовых вод на глубинах не более 15 *м*, или при отсутствии грунтовых вод на глубинах от 6 до 15 *м*, считая от отметки устья скважин.

Для испытания (не в скважинах) применяют жесткий круглый плоский глухой штамп площадью $F=2500$ *см*^{2} для плотных песчаных грунтов и глинистых грунтов при консистенции $B \leqslant 0{,}25$ и $F=5000$ *см*^{2} в крупнообломочных грунтах и песчаных грунтах средней и рыхлой плотности, а также в глинистых грунтах, имеющих консистенцию $B>0{,}25$. Для испытания в буровых скважинах применяют штампы площадью 600 *см*^{2}, причем в глинистых грунтах при $0{,}75<B\leqslant 1$ он должен быть фильтрующим.

Испытанию подвергают слои грунта, толщина которых в 1,5—2 раза превышает диаметр штампа. Перед испытанием грунт уплотняют нагрузкой, равной природному (бытовому) давлению $p_б$, но не менее 0,5 *кгс/см*^{2}. Нагрузку штампа увеличивают ступенями, причем величина ступени регламентируется в зависимости от вида грунта. Общее число ступеней, включая конечную ступень предварительного уплотнения, должно быть не менее пяти. При предварительном уплотнении каждую ступень нагрузки выдерживают для несвязных грунтов 5 *мин*, для связных — 30 *мин*. Конечную ступень предварительного уплотнения выдерживают до условной стабилизации осадки с тем, чтобы приращение осадки штампа не превысило 0,1 *мм* для несвязных грунтов за 1 *ч* и для связных за 2 *ч*. При последующей нагрузке каждую ступень выдерживают до условной стабилизации. Одновременно измеряют осадку штампа прогибометрами с

точностью 0,1 *мм*, причем интервалы между отсчетами осадок регламентированы в зависимости от грунта.

Модуль деформации E_0, *кгс/см*^{2} грунта вычисляют для прямолинейного участка осадки s, *см* штампа от удельной ступени нагрузки p, *кгс/см*^{2} по формуле

$$E_0 = (1 - \nu_0^2)\, 0{,}8\, d \frac{\Delta p}{\Delta s}, \qquad (62)$$

где d — диаметр штампа в *см*; Δp — приращение удельной ступени нагрузки на штамп между $p_б$ и p в *кгс/см*^{2}; Δs — приращение осадки штампа в *см*. Формула (62) выведена на основе решения задачи об осадке круглого жесткого штампа на упругом полупространстве.

Так как теоретически грунт на большой глубине при ненарушенном его состоянии должен давать меньшую осадку, чем на поверхности, ранее при пользовании формулой (62) для обработки испытания грунта в скважинах вводился поправочный коэффициент 0,7; однако ввиду того, что при этих испытаниях не обеспечивается достаточно плотное примыкание штампа к грунту, этой поправкой пренебрегают.

Для вычисления модуля деформации E_0, *кгс/см*^{2} в процессе проведения испытаний строят график зависимости $s = f(p)$, откладывая по оси абсцисс величины p, а по оси ординат — соответствующие им условно стабилизированные значения s. Через четыре точки, нанесенные на график, методом наименьших квадратов проводят осредняющую прямую, причем за начальные значения p_0 принимают $p_б$, а за конечное значение — p, соответствующее четвертой точке. Значение модуля деформации выражают с точностью до одного десятка.

Разгрузку штампа производят теми же ступенями, что и его нагружение. При разгрузке ведут наблюдение за упругой деформацией грунта: при испытании глинистых грунтов в течение 1 *ч* на каждой ступени разгрузки (включая последнюю) и в течение 3 *ч* при полной разгрузке. В песчаных грунтах продолжительность интервалов во времени вдвое короче.

По разгрузочной кривой (рис. 35) устанавливают модуль упругости грунта, который оказывается значительно превышающим модуль деформации. Другим способом установления модуля упругости является многократная загрузка и нагрузка штампа, после которых грунт освобождается от остаточных деформаций и модуль упругости может определяться по нагрузочной ветви.

Модуль упругости является необходимой характеристикой грунта при расчете фундаментов под машины, а также при расчете, например, фундаментов подкрановых путей при условии, что они были подвергнуты предварительно многократной обкатке.

Иногда полезно определить модуль при вторичном загружении, который имеет промежуточное значение между модулем деформации и модулем упругости (см. § 1 главы V, часть вторая).

К недостаткам штампового испытания относится ограниченность его во времени, поэтому из-за различной консолидации грунта в основании штампа и сооружения значение модуля деформации глинистых грунтов получается завышенным.

Кроме того, результаты штамповых испытаний характеризуют деформативные свойства грунта только для температурно-влажностных условий, в которых проводилось испытание. Весьма часто после окончания строительства промышленных зданий с большой площадью в плане с годами происходит поднятие купола грунтовых вод, и деформативность основания возрастает.

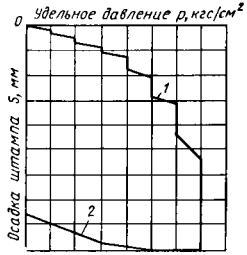


Рис. 35. График зависимости осадки штампа от удельной нагрузки p, вычерчиваемый при проведении полевых испытаний статическими нагрузками

1 — нагрузочная кривая; *2* — разгрузочная кривая

Из других определений модуля деформации укажем на лабораторный метод трехосного сжатия, в котором возможны воссоздание природного напряженного состояния и замер давлений в поровой воде. Однако пока еще не выработана единая методика таких испытаний. Другой перспективный метод — применение прессиометров. Нужно, однако, оговорить, что при испытании ими грунта на небольшой глубине модуль деформации должен получаться заниженным, так как сопротивление основания в горизонтальном направлении ослаблено близостью поверхности. Для глубоких слоев метод будет давать правильный результат, если предположить, что грунт изотропен.

§ 2. ТАБЛИЧНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ДЕФОРМАЦИИ

Далеко не всегда проектировщик имеет данные о модуле деформации, полученные в полевых испытаниях, хотя только они и могут дать достоверные сведения о сжимаемости грунтов площадки как в плане, так и по глубине, особенно в случае раз-

нослойного основания. Приходится либо обращаться к модулям деформаций по компрессионным испытаниям и табл. 2 для перевода их к значениям по полевым испытаниям, либо, что, пожалуй, надежнее, к таблице нормативных значений этих модулей. В СНиП II-Б.I-62 [134] сказано, что таблицей можно пользоваться для предварительных расчетов, а также при значении характеристик грунтов, входящих в расчеты оснований фундаментов зданий и сооружений II—IV классов. Таблица построена на основе статистической обработки данных о модулях деформаций по большому числу строительных площадок в разных частях страны. СНиП допускает использование утвержденных в установленном порядке таблиц для грунтов, специфических для отдельных районов. Для просадочных грунтов в случае, если расчет ведется без учета возможных просадок при замачивании, используется та же таблица.

Впервые таблица нормативных значений модуля деформации была опубликована в СНиП II-Б.1-62 [134], однако в 1966 г. в «Бюллетене строительной техники» № 6 была напечатана ее новая официальная редакция. Наши табл. 3 и 4 заимствованы из этого издания.

В пояснение к таблице напомним, что консистенция B определяется формулой

$$B = \frac{W - W_p}{W_п}, \qquad (63)$$

где W — природная влажность грунта в %; W_p — влажность на границе раскатывания; $W_п = W_т - W_п$ — число пластичности; здесь $W_т$ — влажность на границе текучести.

В зависимости от B, согласно СНиП II-Б.1-62, глинистые грунты подразделяют следующим образом.

Супеси

Твердые	$B<0$
Пластичные	$0 \leqslant B \leqslant 1$
Текучие	$B>1$

Суглинки и глины

Твердые	$B<0$
Полутвердые	$0 \leqslant B \leqslant 0{,}25$
Тугопластичные	$0{,}25 < B \leqslant 0{,}5$
Мягкопластичные	$0{,}5 < B \leqslant 0{,}75$
Текучепластичные	$0{,}75 < B < 1$
Текучие	$B>1$

§ 3. ВЫБОР РАСЧЕТНОГО ЗНАЧЕНИЯ МОДУЛЯ ДЕФОРМАЦИИ

При определении расчетного значения модуля деформации особой точности не требуется. Ошибка до 30% в значении этой величины практического влияния на расчетные значения реактивных давлений, изгибающих моментов и поперечных сил не

Таблица 3

Нормативные значения модулей деформации глинистых грунтов E_0 (в кгс/см²)

Происхождение и возраст грунта	Грунт и его консистенция	Модуль деформации грунта при коэффициенте пористости ε									
		0,31—0,4	0,41—0,5	0,51—0,6	0,61—0,7	0,71—0,8	0,81—0,9	0,91—1	1,01—1,1	1,11—1,3	1,31—1,5	1,51—1,7
Четвертичные отложения. Аллювиальные, делювиальные, озерно-аллювиальные	Супеси $0 \leqslant B \leqslant 1$	—	320	240	160	100	70	—	—	—	—	—
	Супеси $0 < B \leqslant 0{,}25$	—	340	270	220	170	140	110	—	—	—	—
	Суглинки $0{,}25 < B \leqslant 0{,}5$	—	320	250	190	140	110	80	—	—	—	—
	Суглинки $0{,}5 \leqslant B \leqslant 1$	—	—	—	170	120	80	60	50	—	—	—
	Суглинки $0 \leqslant B \leqslant 0{,}25$	—	—	280	240	210	180	150	120	—	—	—
	Глины $0{,}25 < B \leqslant 0{,}5$	—	—	—	210	180	150	120	90	—	—	—
	Глины $0{,}5 < B \leqslant 1$	—	—	—	—	150	120	90	70	—	—	—
	Супеси $0 \leqslant B \leqslant 1$	—	330	240	170	110	70	—	—	—	—	—
	Супеси $0 \leqslant B \leqslant 0{,}25$	—	400	330	270	210	—	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 3

Происхождение и возраст грунта	Грунт и его консистенция	Модуль деформации грунта при коэффициенте пористости ε											
		0,31—0,4	0,41—0,5	0,51—0,6	0,61—0,7	0,71—0,8	0,81—0,9	0,91—1	1,01—1,1	1,11—1,3	1,31—1,5	1,51—1,7
Четвертичные отложения: Аллювиальные, делювиальные, озерно-аллювиальные	Суглинки $0,25 < B \leqslant 0,5$	—	350	280	220	170	140	—	—	—	—	—
	Суглинки $0,5 < B \leqslant 1$	—	—	—	170	130	100	70	—	—	—	—
Моренные	Супеси, суглинки $B \leqslant 0,5$	750	550	450	—	—	—	—	—	—	—	—
Юрские отложения Оксфордского яруса	Глины $-0,25 \leqslant B \leqslant 0$	—	—	—	—	—	—	—	—	220	—	—
	Глины $0 < B \leqslant 0,25$	—	—	—	—	—	—	240	220	190	150	—
	Глины $0,25 < B \leqslant 0,5$	—	—	—	—	—	—	—	—	180	120	100

Таблица 4

Нормативные значения модулей деформации песчаных грунтов E (в *кгс/см*²) независимо от происхождения и возраста

Грунт	Модуль деформации при коэффициенте пористости ε			
	0,41—0,5	0,51—0,6	0,61—0,7	0,71—0,8
Пески гравелистые и крупные	500	400	300	—
Пески средней крупности	500	400	300	—
» мелкие	480	360	280	180
» пылеватые	390	280	180	110

окажет. Исключением является расчетная величина осадок, на которой ошибка в значении модуля деформации сказывается в полной мере. Влияние ошибки на стрелу прогиба носит промежуточный характер.

Выбор расчетного значения модуля деформации — особо ответственная часть расчета — и требует весьма внимательного анализа, в каких именно условиях работает конструкция на упругом основании.

Прежде всего необходимо учитывать глубину залегания отдельных пластов грунта, которые могут повлиять на изгиб и на усилия в конструкции. Для различных конструкций эта глубина различна (табл. 5).

Таблица 5

Глубина исследования грунтов

Тип и размер фундамента	Глубина
Фундаментная подушка под отдельные колонны шириной более 1,5—2 *м*	1,5 ширины
Ленточный фундамент шириной более 1,5—2 *м*	3 »
Плита значительной жесткости и большой площади, сплошная плита толщиной более 1 *м* под сетку колонн уникальных сооружений	1—1,5 »
Гибкая плита толщиной в пролете до 0,4 *м* под сетку колонн	7—10 *м*
Тонкая плита, пол промышленных зданий, усовершенствованное дорожное покрытие	3—5 »

При меньшей, чем указано в таблице, ширине подушек и лент можно ограничиться поверхностным испытанием пробной нагрузкой на отметке залегания фундаментов.

Наличие скального или полускального слоя должно быть учтено, если этот слой залегает на глубине, не превышающей пятикратную ширину ленты.

При наличии скального подстилающего слоя, а также достаточно мощных пластов практически несжимаемых полускальных грунтов типа известняков, песчаника, мергеля достаточно знать модули деформаций только вышележащих сжимаемых грунтов.

Расчетная осадка конструкции и распределение в ней усилий будут соответствовать моменту, когда деформации основания прекратятся. Если основанием служит песчаный грунт, этот момент наступает вскоре после того, как нагрузка на конструкцию достигнет своего расчетного значения. Осадки глинистого основания могут возрастать после окончания строительства еще длительное время, измеряемое месяцами и даже годами.

В связи с этим при расчете массивных железобетонных плит на песчаном основании можно пренебрегать собственным весом плиты, так как полностью деформация плиты произойдет раньше, чем затвердеет бетон. При глинистом основании можно пренебрегать лишь частью веса фундаментной плиты.

В остальном, с точки зрения расчета конструкций на упругом основании на прочность, качественного различия между этими грунтами нет.

Лёссовидные просадочные грунты, если исключена возможность их замачивания, также не имеют с точки зрения нашего расчета особых свойств. При возможности их замачивания проводится дополнительный расчет конструкций на случай просадки основания. Для такого расчета обычно используется метод коэффициента жесткости [78].

В случае, если глубина, на которую должны быть исследованы грунты основания ниже подошвы конструкции, не превышает 5—7 *м* и залегающий в этих пределах грунт может считаться однородным, в расчет вводится значение модуля деформации согласно указаниям предыдущего параграфа.

Если эта глубина превышает 5—7 *м*, а также во всех случаях неоднородного по глубине основания (без скального подстилающего слоя), то в расчет вводится осредненное взвешенное значение модуля деформации, для вычисления которого необходимо определить значение модуля деформации для каждого из слоев неоднородного грунта в отдельности, а в случае их большой толщины — и для различных отметок слоя одного и того же однородного грунта.

Осредненное значение модуля деформации E_0 определяется по формуле, учитывающей близость разнородных слоев поверхности дна котлована, в котором возводится конструкция, и толщину этих слоев [138]:

$$E_0 = \frac{\Sigma H_i \sigma_i}{\Sigma \frac{H_i \sigma_i}{E_i}}, \qquad (64)$$

где H_i — толщина i-го слоя в *см*; E_i — модуль деформации i-го слоя, определяемый пробной нагрузкой при давлениях, равных напряжениям в данном слое, вызванным нагрузкой от сооружения и от собственного веса грунта; σ_i — среднее значение нормальных напряжений в *кгс/см²* для данного слоя на вертикальной оси под центром конструкции при равномерно распределенной по опорной площади конструкции единичной нагрузке на грунт (без учета собственного веса грунта).

При определении значений σ_i условно принимается, что конструкция не заглублена. Учитывается влияние только тех слоев, которые находятся в пределах сжимаемой толщи грунта [134]. Значения σ_i определяются в зависимости от соотношения сторон опорной площади конструкции по табл. 6. Более подробная таблица приведена в нормах [134].

Таблица 6

Значения σ_i

z/b'	При α			
	1	2	3	10 и более (ленточный фундамент)
0	1	1	1	1
0,2	0,96	0,96	0,98	0,98
0,4	0,80	0,87	0,88	0,88
0,6	0,61	0,73	0,75	0,75
0,8	0,45	0,53	0,63	0,64
1	0,34	0,48	0,53	0,55
1,2	0,26	0,39	0,44	0,48
1,4	0,20	0,32	0,38	0,42
1,6	0,16	0,27	0,32	0,37
2	0,11	0,19	0,24	0,31
2,4	0,08	0,14	0,19	0,26

Здесь z — глубина ниже подошвы конструкции; b' — ширина прямоугольной подошвы конструкции; α — отношение сторон подошвы.

Специального учета последействия на деформации дна глубоких котлованов веса вынутого грунта не требуется, так как в методе полевых штамповых испытаний влияние на осадку бытового (природного) давления уже учтено.

Следует помнить о необходимости введения корректирующего коэффициента для модуля деформации при расчете плит, когда их площадь превышает сотню квадратных метров. Если при значении модуля деформации исходить из тех фактических осадок, которые имеют эти плиты, иначе говоря, если рассматривать такие конструкции, как большие штампы для определения модуля деформации, мы получим значения, намного превышающие значения модулей для тех же грунтов при стандартном штамповом испытании. Между тем ориентация на фактически ожидаемые осадки правильна и с принципиальной точки

зрения, и с точки зрения натурных данных о прогибах больших плит (см. шестую часть). Объяснение, почему конструкции больших опорных площадей дают относительно меньшую осадку и меньший изгиб, было приведено в главе II. Остановимся только на практическом способе учета, так как игнорирование его часто ведет к значительному перерасходу материалов.

В первом издании было дано указание, основанное на изучении осадок при относительно однородном грунте, главным образом высотных зданий в Москве. Было сказано, что если пользоваться модулем деформации, определенным штамповым испытанием, то для сближения расчетных осадок с действительными надо пользоваться формулами теории упругости не для однородного до бесконечности основания, а для сжимаемого слоя толщиной около 20 *м*, ниже которого залегают несжимаемые скальные грунты[1].

Указание о величине сжимаемого слоя в 20 *м* нами было дано с запасом, поскольку выводы были сделаны на основе единичных опытных данных. В действительности же изучение опытных данных приводило к выводу, что толщина сжимаемого слоя H составляет 15 *м*, хотя, конечно, могут быть и отклонения от этой величины в зависимости от рода грунта и других условий. В качестве ориентировочного значения мы рекомендуем исходить из $H=15$ *м*. Более подробные сведения по этому вопросу приведены в шестой части.

Приняв толщину условно сжимаемого слоя $H=15$ *м*, подбираем повышенное значение модуля деформации таким образом, чтобы средняя осадка конструкции, вычисленная по теории упругости при схеме однородного полупространства, равнялась бы средней осадке той же конструкции на сжимаемом слое. Чтобы ввести корректирующий коэффициент модуля деформации, используется формула значений средних осадок фундаментов различной формы при полуширине (или радиусе) фундамента b, средней интенсивности нагрузки p и толщине слоя H:

$$S_{ср}=\frac{2bp\,(1-\nu_0^2)}{E_0}\,\omega_{ср}. \qquad (65)$$

[1] Хотя нормированные способы расчета осадок [134] не используют непосредственной формулы теории упругости для однородного полупространства, а вводят так называемую активную зону, в результате чего расчетное значение осадок несколько снижается, все же и это значение при больших опорных площадях, если не учитывается заглубление или оно мало, оказывается намного превышающим фактическое значение осадки. Это было учтено при составлении норм для проектирования гидротехнических сооружений [136]; так как опорные площади гидротехнических сооружений весьма велики, гидротехники вынуждены были считаться с фактическими данными осадок фундаментов больших площадей в большей мере, чем проектировщики фундаментов, имеющих дело с малыми площадями. В настоящее время, в связи с широким использованием в качестве фундаментов плит больших площадей, не учитывать фактические данные становится невозможным.

Таблица 7

Значения коэффициента $\omega_{ср}$ в формуле средних осадок фундамента (65)

$\gamma=\frac{H}{b}$	Круг	Прямоугольник при				Лента ($\alpha=\infty$)
		$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=3$	$\alpha=10$	
0	0	0	0	0	0	0
0,25	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,13
0,5	0,22	0,22	0,24	0,24	0,25	0,25
0,75	0,31	0,31	0,34	0,34	0,35	0,36
1	0,38	0,39	0,43	0,44	0,46	0,46
1,5	0,50	0,53	0,59	0,61	0,63	0,64
2	0,58	0,62	0,70	0,73	0,77	0,79
2,5	0,63	0,68	0,79	0,83	0,89	0,92
3	0,66	0,72	0,87	0,92	1,00	1,03
4	0,70	0,77	0,96	1,04	1,15	1,20
5	0,72	0,80	1,03	1,13	1,27	1,34
7	0,75	0,84	1,10	1,23	1,45	1,54
10	0,78	0,87	1,16	1,31	1,62	1,77
20	0,81	0,91	1,23	1,42	1,90	2,19
50	0,83	0,93	1,27	1,48	2,10	2,66
∞	0,85	0,95	1,30	1,63	2,25	∞

Величина $\omega_{ср}$ в формуле (65) определяется по табл. 7 в зависимости от приведенной толщины слоя ($\gamma=H/b$) и отношения длины фундамента к ширине ($\alpha=a/b$). Корректирующий коэффициент при модуле деформации E_0:

$$m=\frac{\omega'_{ср}}{\omega_{ср}}, \qquad (66)$$

где E_0 — значение модуля деформации по штамповому испытанию; $\omega_{ср}$ — коэффициент, определяемый по табл. 7 в соответствии с формой фундамента и толщиной сжимаемого слоя; $\omega'_{ср}$ — тот же коэффициент при бесконечной мощности слоя (определяется по последней строке табл. 7).

Этот способ неприменим для ленточных фундаментов, если условно считать, что отношение сторон у них равно бесконечности, так как теоретическое значение осадок равномерно нагруженной ленты по формуле Фламана оказывается равным бесконечности.

Таблица 7 составлена в предположении, что трение между сжимаемым слоем и подстилающим отсутствует. Это обусловливает при малой толщине слоя небольшое преувеличение осадок, устанавливаемых формулой (65), по сравнению с действительными, что, в свою очередь, приводит к несколько заниженному значению корректирующего коэффициента (66). Тем самым в расчет вводится небольшой дополнительный запас прочности.

Если схема сжимаемого слоя, подстилаемого скальным основанием (см. рис. 11), не является искусственной схемой для приближения свойств упругой среды к свойствам однородного грунта, а соответствует действительным условиям работы конструкции, то расчет желательно проводить не с условно повышенным модулем, а непосредственно по схеме сжимаемого слоя. В этом случае условия работы конструкции сближаются с теми, какие должны быть по гипотезе Винклера, но все же разнятся от них. Методы расчета конструкций на сжимаемом слое будут изложены в последующих частях книги или там будут даны ссылки на пособия, при помощи которых может быть произведен расчет. Лишь в том случае, если не окажется вспомогательных таблиц для такого расчета, можно использовать формулу (66), чтобы воспользоваться более широко разработанной методикой расчета конструкций на однородном полупространстве.

Ленточные фундаменты, опирающиеся на сваи, следует рассчитывать по методу коэффициента постели, так как в этом случае модель из набора отдельных пружин лучше отвечает механическим свойствам основания. Чтобы определить значение коэффициента постели K, учитывающего податливость сваи, следует установить испытанием отдельной сваи коэффициент пропорциональности $K' = P/S$, *тс/м* между нагрузкой на сваю P, *тс* и осадкой S, *м* и затем разделить этот коэффициент на среднюю опорную площадь ленты, приходящуюся на каждую сваю. ΔF. Условный коэффициент постели, таким образом,

$$K = \frac{K'}{\Delta F} = \frac{P}{S \Delta P} \ тс/м^3. \qquad (67)$$

Этим же способом следует рассчитывать железнодорожные рельсы, причем коэффициент постели устанавливается исходя из податливости шпал, которые сами по себе рассчитываются как балки на упругом полупространстве (см. четвёртую часть).

Плиты фундаментных свайных ростверков в случае висячих свай рассчитываются как плиты на упругом полупространстве, причем вводится модуль деформации грунта, залегающего на глубине острия свай.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

Расчет конструкций, работающих в условиях плоской задачи

В условиях плоской задачи рассчитываются полосы шириной в 1 *м*, выделенные в поперечном направлении из длинных плит на упругом основании или стенок внутри упругого основания (рис. 36).

Расчет полос разрабатывался ранее расчета других конструкций на упругом полупространстве, был более других популяризирован и, главное, облегчен составлением таблиц. Поэтому часто расчет ведется в условиях плоской задачи и в тех случаях, когда его необходимо проводить в условиях пространственной задачи, в частности в случае расчета ленточных фундаментов. Такое решение ошибочно, оно ведет к весьма большим излишним запасам прочности. Нужно помнить, что расчет в условиях плоской задачи и в условиях пространственной задачи дает один и тот же результат только при использовании гипотезы

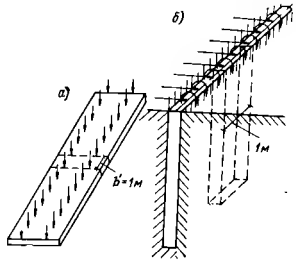


Рис. 36. Схема конструкций на упругом полупространстве и внутри него

а — поперечная полоса, выделенная из длинной плиты; *б* — полоса, выделенная из длинной стенки, работающей внутри упругого основания

Винклера. Насколько сильно завышаются изгибающие моменты от неправомерного использования условий плоской задачи, показано в четвертой части (глава I). К этому надо добавить, что преувеличение моментов усугубляется использованием в качестве основы расчета не вполне корректного решения плоской задачи Фламана. В книге впервые даны подробные таблицы для расчета конечных балок в пространственных условиях, и поэтому расчет в условиях плоской задачи уже не может быть оправдан для балок и с этой точки зрения.

Приведенные в первом издании книги обширные таблицы безразмерных эпюр для радикального облегчения расчета коротких полос в условиях плоской задачи не помещены здесь из-за ограниченного объема. Эти таблицы предусматривают случаи равномерно распределенной нагрузки по всей полосе и нагрузки в виде сосредоточенных сил и моментов, приложенных в любом сечении полосы. Те же таблицы могут быть использованы в порядке приложения и для более сложных типов нагрузки, например нагрузка, непрерывно распределенная на отдельном участке полосы, может быть заменена несколькими сосредоточенными силами и т. д. Таблицам предпосланы пояснения, снабженные примерами. Ранее эти таблицы были опубликованы в отдельной книге [25].

При пользовании таблицами следует помнить, что расчеты в условиях плоской задачи проводятся главным образом при проектировании конструкций, имеющих большую опорную площадь (например, гидротехнических сооружений), и поэтому необходимо учитывать корректирующий множитель для модуля деформации согласно (66).

В книге, однако, даны таблицы для длинных и жестких полос. Объясняется это тем, что прежние таблицы для длинных полос, составленные на основе приближенного перехода от конечных, но достаточно длинных полос к полубесконечным (терминологию см. в части первой, главе I, № 3) оказались в некоторых случаях недостаточно точными [14]. Новые таблицы, любезно предоставленные для этого издания их авторами Г. Я. Поповым и В. Л. Воробьевым, основаны на точном решении по теории Фламана. Они позволяют провести вычисления едва ли не большей части встречающихся на практике случаев, когда гибкая полоса нагружена рядом сосредоточенных сил (для случаев сплошной нагрузки по участку теми же авторами в статье [14а] опубликованы таблицы). Наши таблицы для жестких полос публикуются по тем же мотивам.

Кроме того, даются таблицы, составленные Т. А. Маликовой, для полубесконечных и бесконечных полос, лежащих на основании в виде сжимаемого слоя. Таблицы для полубесконечных полос были ею составлены при помощи таблиц для конечных, но весьма длинных полос ($t=50$), приведенных в книге Г. В. Крашенинниковой [89] по предложенному нами методу [25]. Таблицы для бесконечных полос были вычислены на основе точного решения О. Я. Шехтер [157]. Расчет по этим таблицам осуществляется при модуле деформации по штамповому испытанию.

Для расчета длинных полос переход к схеме бесконечной и полубесконечной полосы необходим, так как иначе, т. е. при помощи приближенных примеров расчета балок конечной длины, невозможно обеспечить волнообразный характер эпюры реактивных давлений (см. рис. 13) и, следовательно, избежать резкого преувеличения изгибающих моментов. Только в отдельных случаях, когда плиты большой толщины или относительно малы пролеты, волны резко не выявляются.

Что же касается коротких полос (классификацию полос см. в главе I, § 5), то, помимо расчета по нашим прежним таблицам с корректирующими коэффициентами модуля, их можно проводить по таблицам Г. В. Крашенинниковой [89]. Для длинных полос у Г. В. Крашенинниковой нет таблиц.

Глава I. РАСЧЕТ ПОЛОС ПРИ ПОМОЩИ ТАБЛИЦ БЕЗРАЗМЕРНЫХ ВЕЛИЧИН

§ 1. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Содержание таблиц

Таблицы, помещенные в этой части книги, и те, которые печатались в наших книгах ранее, предназначены для расчета полос, выделенных в поперечном направлении из длинных плит (см рис. 36, *а*), свободно лежащих на сплошном упругом основании при соблюдении условий плоской деформации, а также балок, лежащих на вертикальном тонком слое (см. рис. 4, *б*), при соблюдении условий плоского напряженного состояния. Правила расчета полос и балок на вертикальном слое общие (за небольшими оговоренными ниже исключениями).

Таблицами предусматриваются следующие нагрузки (рис. 37):

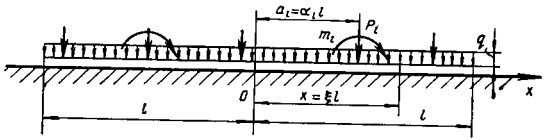


Рис. 37. Схема нагрузки действительных и приведенных расстояний при расчете полос

1) равномерно распределенная q, *тс/м²* по всей длине полосы;

2) нагрузка в виде сосредоточенных сил P, *тс*, приложенных в любых сечениях полосы;

3) нагрузка в виде изгибающих моментов m_i, *тс·м*, приложенных в любых сечениях полосы.

4 Зак. 98

Таблицы служат для определения эпюр реактивных давлений, поперечных сил и изгибающих моментов; в случае подвижной нагрузки они могут быть использованы для построения линий влияния этих величин.

В таблицах приведено лишь такое число значений цифр, которое отвечает общему приближенному характеру расчета (в частности, неизбежной погрешности в его исходных данных). Поэтому при графическом построении полученных по таблицам эпюр иногда выявляются заметные на глаз отклонения от плавной линии, которые всегда находятся в пределах, практически допустимых; стремление увеличить точность расчета по таблицам было бы принципиально неоправданным.

2. Исходные данные для расчета

Для расчета необходимо иметь следующие исходные данные:

1) полудлину полосы l, *м* (см. рис. 37);

2) толщину полосы h, *м* (см. § 3);

3) модуль упругости материала полосы E_1, *тс/м²*. Если эти значения даны в *кгс/см²*, то для перехода к *тс/м²* их следует умножить на 10. Модули упругости бетона определяются согласно СНиП [135];

4) модуль деформации E_0 или, в специально оговоренных случаях, модуль упругости грунта. Рекомендации для определения расчетного значения модуля деформации E_0 приведены в части первой, главе III, § 3, которые надо тщательно учитывать во избежание заниженного назначения этой величины. В случае, если значение E_0 определено в *кгс/см²*, его также надо умножить на 10, чтобы перейти к *тс/м²*;

5) коэффициент Пуассона для материала полосы ν_1 и для грунта ν_0. Коэффициент Пуассона для железобетона $\nu_1 = 1/6$, для грунтов ν_0 определяется по табл. 1;

6) место приложения и величину нагрузок q, *тс/м²*; P_i, *тс*; m_i, *тс · м*.

3. Предварительное назначение толщины полосы

Если толщина полосы не задана из конструктивных соображений, то предварительное ее значение можно определить из предположения о прямолинейном распределении реактивных давлений (рис. 38).

Та же самая трапециевидная эпюра используется, согласно СНиП II-Б.1-62 [134], для проверки на нормативные давления. Наибольшее давление на грунт у края внецентренно-нагруженного фундамента не должно быть более 1,2 $R^н$, где нормативное давление определяется по правилам СНиП. Здесь уместно оговорить, что теоретически под концами полосы на упругом полупространстве всегда будут бесконечно большие давления. При приближенных решениях давления имеют конечное значение, но все же часто велики. Поэтому проверка на нормативные давления, согласно строгому расчету, бессмысленна. Это учитывает СНиП. Повышенное значение реактивных давлений у краев, выявленное расчетом по схеме упругого полупространства, для работы полос совершенно безопасно, так как появляющиеся там пластические деформации грунта приводят к тому, что края полосы, стремящейся изогнуться выпуклостью вниз, оседают несколько больше; это ведет к уменьшению изгиба (неравномерных осадок) полосы и снижению изгибающих моментов. Исключение из этого правила составляют лишь некоторые гидротехнические конструкции (например, днища шлюзов или доков), которые под влиянием веса стен могут стремиться изогнуться выпуклостью вверх.

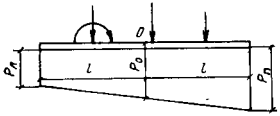


Рис. 38. Приближенная схема прямолинейного распределения реактивных давлений

Таким образом, опасность при превышении нормативных давлений окончательной эпюры реактивных давлений возникает только тогда, когда превышение отмечено в средней части эпюры или на большом краевом участке длиной более чем 1,5—2 *м*.

Значения крайних ординат трапециевидной эпюры будут следующие:

левой

$$p_л = p_0 - \frac{3}{2l^3} M_0; \tag{68}$$

правой

$$p_п = p_0 + \frac{3}{2l^3} M_0. \tag{69}$$

При этом $p_0 = q + \frac{\Sigma P_i}{2l}$, а M_0 представляет собой сумму моментов сосредоточенных сил P_i, относительно середины полосы плюс сумму внешних моментов m_i. Положительное направление моментов считается по часовой стрелке. При симметричной относительно середины полосы нагрузке приближенная эпюра будет прямоугольной.

Эпюры поперечных сил и моменты определяются при помощи эпюры реактивных давлений элементарным путем как для статически определяемой балки, так как все воздействия, приложенные к полосе, известны. Ни в коем случае не следует исходить из схемы обратной неразрезной (статически определимой) балки; это гораздо сложнее и приводит к крупным ошибкам, так как реакции фиктивных опор не будут совпадать с действительными внешними нагрузками.

Положительные моменты в сечениях полосы вблизи от места приложения сосредоточенных сил, вычисленные в предположении трапецевидной (или прямоугольной) эпюры реактивных давлений, оказываются обычно несколько приуменьшенными по сравнению с теми, которые получаются по последующему уточненному расчету. Отрицательные же моменты оказываются преувеличенными.

Исходя из предварительного значения толщины полосы при помощи таблиц можно последовательно найти и правильно установленную (по максимальным значениям моментов и скалывающих напряжений) толщину или же, не изменяя предварительного значения толщины, установить необходимый процент армирования.

Следует помнить, что увеличение толщины полосы приводит к некоторому возрастанию изгибающих моментов под сосредоточенными силами (см. рис. 58), а поэтому новые толщины следует назначать не непосредственно по полученному моменту, а с небольшим превышением при недостаточной прежней толщине и с приуменьшением при слишком большой толщине (если задан процент армирования).

Все сказанное становится излишним, если можно установить заранее, что толщина полосы настолько велика или полоса настолько коротка, что по расчетной категории она относится к жестким (см. § 5), так как в этом случае отпадает необходимость точно знать толщину.

В другом крайнем случае, когда полоса имеет настолько малую толщину или настолько большую длину, что ее следует отнести к категории бесконечных полос, определение трапецевидной эпюры необходимо только для проверки на нормативные давления. Что же касается предварительного назначения высоты, то ее можно определить по моментам, установленным согласно трапецевидной эпюре лишь в случае, если приведенная длина пролетов между нагрузками не превышает 0,8 (см. п. 15). Если же их относительная длина превышает эту величину, предварительное значение толщины может определиться по моменту под наибольшей из приложенных сил $P_{макс}$ при игнорировании влияния относительных сил. Этот способ применим и с той оговоркой, что приведенное расстояние точки приложения $P_{макс}$ до ближайшего конца балки не менее 1,4. Если при этом приведенное расстояние до соседних сил не превышает 1,4, значение немного приуменьшено; в противном случае, приувеличено против того, какое устанавливается при учете влияния соседних сил.

Согласно решению Н. М. Герсеванова и Я. А. Мачерета [20], момент в бесконечной полосе под максимальной сосредоточенной силой при игнорировании влияния соседних нагрузок определяется формулой

$$M = 0{,}385 \sqrt[3]{\frac{E_1}{6E_0}}\, P_{макс}\, h. \qquad (70)$$

С другой стороны, известно, что при заданном проценте армирования μ, расчетном сопротивлении предельно растянутой арматуры $R_а$ и расчетном сопротивлении бетона сжатию при изгибе $R_и$ полезная высота связана с моментом формулой [121]:

$$M = A b' h_0^2, \qquad (71)$$

где

$$A = \frac{\mu}{100} R_а \left(1 - 0{,}5 \frac{\mu}{100} \frac{R_а}{R_и}\right) \qquad (72)$$

(b' — ширина полосы).

Приняв $h_0 \approx h$, что допустимо при большой толщине полосы, из формул (70)—(72) получим

$$h = \frac{0{,}21}{A b'} \sqrt{\frac{E_1}{E_0}}\, P_{макс}. \qquad (73)$$

В отступлении от принятого правила в этой формуле h и b' берут в *см*, величину $P_{макс}$ — в *кгс*, E_1 и E_0 — в *кгс/см²*.

Полученную толщину можно проверить на скалывающие напряжения, принимая, что максимальное значение поперечной силы будет $Q \approx 0{,}5\, P_{макс}$.

Все эти указания имеют грубо ориентировочный характер. Для опытного инженера вполне допустимо устанавливать предварительное значение толщины по опыту проектирования с последующим уточнением по таблицам. Кроме того, толщина полосы часто бывает ранее задана (например, по конструктивным соображениям); тогда при помощи таблиц остается определить только нужный процент армирования.

4. Определение показателя гибкости полосы

На основании исходных данных вычисляется показатель гибкости полосы t (величина отвлеченная) по формуле

$$t = \frac{(1 - \nu_1^2)\, \pi E_0 b' l^3}{(1 - \nu_0^2)\, 4F_2 J} \approx 10 \frac{E_0}{E_1} \cdot \frac{l^3}{h^3}. \qquad (74)$$

В формуле (74) $J = \frac{b' h^3}{12}$ — момент инерции сечения полосы.

Значения модулей E_0 и E_1 при подстановке в формулу (74) должны иметь одинаковую размерность — либо $тс/м^2$, либо $кгс/см^2$. Значения линейных размеров — b', l, h — считаем выраженными в метрах, а момент инерции J — в $м^4$.

При вычислении показателя гибкости вполне допустима ошибка в 20—30% из-за неточности исходных данных. На окончательных результатах расчета эта ошибка скажется весьма незначительно. По той же причине допустимо при установлении приближенного значения t пренебрегать, как это и сделано во втором приближенном равенстве (74), величинами ν_1^2 и ν_0^2 ввиду их малости.

Точное значение показателя гибкости балки на упругом вертикальном слое получается по первому равенству (74), если положить в нем $\nu_1=0$ и $\nu_0=0$. Приближенное значение t для балки (в случае прямоугольного сечения) то же самое, что и для полосы.

5. Определение расчетной категории полосы

В зависимости от значения показателя гибкости t полоса относится к одной из следующих расчетных категорий:

а) при $t<1$ полоса с достаточной точностью может считаться абсолютно жесткой и относиться к категории жестких полос (расчет см. в п. 6);

б) при $1 \leqslant t \leqslant 10$ полоса рассчитывается как имеющая конечную длину и конечную жесткость и относится к категории коротких полос (расчет см. в п. 7);

в) при $t>10$ полоса с достаточной точностью может считаться бесконечно длинной и относиться к категории длинных полос (расчет см. в п. 14).

§ 2. РАСЧЕТ ПОЛОС КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

6. Расчет жестких полос

Жесткие полосы рассчитывают по таблицам (для значения $t=0$) так же, как короткие полосы (см. п. 7).

Кроме того, эти полосы можно рассчитывать и непосредственно — по точным формулам реактивных давлений, изгибающих моментов и поперечных сил, установленных для абсолютно жестких полос (122)—(131). Расчет по формулам сложнее и может быть оправдан лишь в случае необходимости получения особой точности при расчете таких полос, для которых значение t весьма близко к нулю.

7. Общие правила расчета полос конечной длины (жестких и коротких)

Эти правила распространяются на расчет по таблицам жестких балок при любой нагрузке и коротких балок на равномерную нагрузку, а также на расчет коротких балок на любую нагрузку по таблицам, помещенным в первом издании книги, а также в книге [25]. Правила расчета жестких и коротких балок, лежащих на сжимаемом слое по таблицам Г. В. Крашенинниковой, приведены в ее книге [89].

Первым шагом при расчете полос конечной длины является переход от абсолютных расстояний (до нагрузок и рассчитываемых сечений) к приведенным безразмерным расстояниям. Для этой цели, поместив начало координат в середину полосы и направив ось x вправо, вычисляют приведенные абсциссы точек приложения сосредоточенных сил P_i и моментов m_i (см. рис. 37):

$$\alpha_i = \frac{a_i}{l},$$

где α_i — абсолютные расстояния от середины полосы до соответствующих нагрузок.

Значения α_i округляют до первого знака после запятой, т. е. до целого числа десятых, например:

$$\alpha = \frac{4\ м}{6\ м} = 0{,}666\ldots \approx 0{,}7.$$

Делается это потому, что интервалы $\Delta\alpha$ в таблицах между соседними значениями α равны 0,1, а интерполирования следует по возможности избегать. Опыт показывает, что механически проведенная интерполяция, без вдумчивого учета факторов, влияющих на очертание эпюр, может привести к грубым ошибкам (подробнее об интерполяции см. в п. 17).

Наибольшая из возможных погрешностей от округления величин α равносильна перемещению сосредоточенной нагрузки

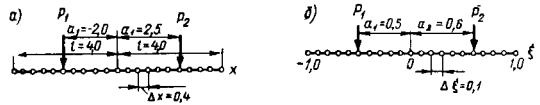


Рис. 39. Схема расстояний до нагрузок и рассчитываемого сечения для балок конечной длины

а — действительные расстояния; *б* — приведенные расстояния

на $^1/_{40}$ часть общей длины полосы и поэтому не имеет большого значения.

Далее устанавливается, для каких сечений полосы таблицы дают ординаты расчетных эпюр. Таблицы позволяют строить эпюры по 21 точке, которые находятся друг от друга на расстоянии $^1/_{10}$ полудлины полосы ($^1/_{10}\,l$).

Эти точки имеют приведенные абсциссы:

$$\xi = \frac{x}{l} = -1{,}0;\ -0{,}9;\ \ldots;\ 0{,}0;\ \ldots 0{,}9;\ 1 \text{ (рис. 39)}.$$

8. Выбор таблицы

Для установления таблицы, при помощи которой должен проводиться расчет, значение показателя гибкости t (см. п. 4) округляется до ближайшей цифры из 0,1, 2, 3, 5, 7, 10. Например, вместо значения $t=6{,}3$ берется $t=7$, вместо $t=4$ берется $t=3$ или $t=5$.

Интервалы между табличными значениями t вполне обеспечивают практически необходимую точность вычисления (см. главу III, рис. 57 и 58).

Полосы рассчитывают в зависимости от вида нагрузки:

1) для равномерно распределенной нагрузки q — согласно п. 9 (там же приведены правила знаков для всех эпюр, не зависящие от вида нагрузки);

2) для нагрузки в виде сосредоточенной силы P — согласно п. 10;

3) для нагрузки в виде изгибающего момента m — согласно п. 11.

При сложной нагрузке ординаты эпюр расчетных величин, полученные от каждой отдельной нагрузки согласно указаниям пп. 9, 10 и 11, суммируются по правилам, указанным в п. 12

Чтобы правильно пользоваться таблицами, относящимися к тому или иному случаю, расчетчику необходимо ознакомиться не только с соответствующим параграфом руководства, но и со всеми предыдущими параграфами, так как они включают в себя последовательно ряд указаний, общих для различных видов нагрузки.

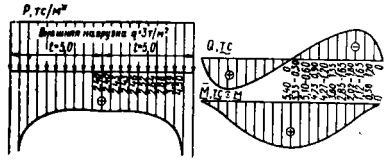
9. Случай равномерной нагрузки

Эпюры реактивных давлений p, $тс/м^2$, поперечных сил Q, $тс$ и изгибающих моментов M, $тс\cdot м$ при равномерно распределенной по полосе нагрузке q, $тс/м^2$ определяют по табл. 8.

В строках таблицы, соответствующих значению t, даются не значения ординат эпюр, а ординаты безразмерных величин $\bar{p}$, $\bar{Q}$ и $\bar{M}$. Истинные значения p, Q и M, приходящиеся на полосу ши-

Таблица 8

Безразмерные эпюры для полосы конечной длины шириной $b'=1$ м, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой q (в $тс/м^2$)



Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p = \bar{p}\ q\ тс/м^2$;

поперечных сил $Q = \bar{Q}\,b'\ lq\ тс$;

изгибающих моментов $M = \bar{M}\ b'l^2q\ тс\cdot м$

t	ξ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\bar{p}$					
0	0,64	0,64	0,65	0,67	0,69	0,74	0,80	0,89	1,06	1,46	—
1	0,69	0,70	0,71	0,72	0,75	0,80	0,87	0,99	1,23	1,69	—
2	0,72	0,72	0,74	0,74	0,77	0,81	0,87	0,99	1,21	1,65	—
3	0,74	0,74	0,75	0,76	0,78	0,81	0,87	0,99	1,19	1,61	—
5	0,77	0,78	0,78	0,79	0,80	0,83	0,88	0,97	1,16	1,55	—
7	0,80	0,80	0,81	0,81	0,82	0,84	0,88	0,96	1,13	1,50	—
10	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,85	0,88	0,95	1,11	1,44	—
15	0,88	0,88	0,87	0,87	0,87	0,87	0,89	0,94	1,07	1,37	—
20	0,90	0,90	0,90	0,89	0,69	0,88	0,89	0,93	1,05	1,32	—
30	0,94	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,90	0,92	1,01	1,26	—
50	0,97	0,97	0,96	0,95	0,94	0,92	0,91	0,92	0,99	1,18	—
						$\bar{Q}$					
0	0	−0,036	−0,072	−0,108	−0,138	−0,167	−0,190	−0,206	−0,210	−0,187	0
1	0	−0,030	−0,060	−0,089	−0,115	−0,138	−0,155	−0,183	−0,153	−0,110	0
2	0	−0,028	−0,056	−0,082	−0,107	−0,128	−0,145	−0,153	−0,144	−0,104	0
3	0	−0,026	−0,052	−0,076	−0,099	−0,120	−0,136	−0,144	−0,136	−0,099	0
5	0	−0,022	−0,045	−0,066	−0,087	−0,105	−0,121	−0,129	−0,124	−0,090	0
7	0	−0,020	−0,039	−0,058	−0,077	−0,094	−0,108	−0,117	−0,113	−0,084	0
10	0	−0,016	−0,033	−0,049	−0,065	−0,080	−0,094	−0,103	−0,101	−0,075	0
15	0	−0,012	−0,025	−0,038	−0,051	−0,064	−0,076	−0,085	−0,085	−0,065	0
20	0	−0,010	−0,019	−0,030	−0,041	−0,053	−0,064	−0,073	−0,075	−0,060	0
30	0	−0,006	−0,012	−0,020	−0,026	−0,038	−0,048	−0,057	−0,061	−0,050	0
50	0	−0,003	−0,005	−0,010	−0,015	−0,022	−0,031	−0,040	−0,045	−0,039	0
						$\bar{M}$					
0	0,137	0,135	0,129	0,120	0,108	0,093	0,075	0,055	0,034	0,014	0
1	0,103	0,101	0,097	0,089	0,079	0,066	0,052	0,036	0,020	0,006	0
2	0,096	0,095	0,091	0,084	0,074	0,063	0,049	0,034	0,019	0,006	0
3	0,090	0,089	0,085	0,079	0,070	0,059	0,046	0,032	0,018	0,006	0
5	0,080	0,079	0,076	0,070	0,063	0,053	0,042	0,029	0,016	0,005	0
7	0,072	0,071	0,066	0,063	0,057	0,048	0,038	0,027	0,015	0,005	0
10	0,063	0,062	0,059	0,055	0,050	0,042	0,034	0,025	0,013	0,004	0
15	0,051	0,050	0,049	0,046	0,041	0,086	0,028	0,020	0,011	0,004	0
20	0,043	0,043	0,041	0,039	0,035	0,031	0,025	0,018	0,010	0,003	0
30	0,033	0,033	0,032	0,030	0,028	0,024	0,020	0,015	0,009	0,003	0
50	0,022	0,021	0,021	0,020	0,019	0,017	0,014	0,011	0,007	0,002	0

рнной $b'=1$ *м*, определяются при помощи равенств:

$$p = \bar{p} q \ \text{тс/м}^2; \tag{75}$$

$$Q = \bar{Q} b' l q \ \text{тс}; \tag{76}$$

$$M = \bar{M} b' l^2 q \ \text{тс}\cdot\text{м}. \tag{77}$$

В таблице даны безразмерные величины только для положительных значений ξ (правой половины полосы). Для левой половины полосы значения ординат величин $\bar{p}$, $\bar{M}$ и $\bar{Q}$ остаются те же, что и для правой, только величины $\bar{Q}$ имеют обратный знак.

При пользовании таблицей для эпюр расчетных величин необходимо помнить следующие правила знаков:

а) реактивные давления p считаются положительными, если они действуют на полосу снизу вверх;

б) поперечная сила Q считается положительной, если она направлена вверх (стремится поднять кверху часть полосы, находящуюся слева от рассматриваемого сечения);

в) изгибающие моменты M считаются положительными, если они стремятся изогнуть балку выпуклой стороной вниз.

В таблицах величин p отсутствуют значения при $\xi=1$, так как метод, на основе которого вычислены данные, не может дать верных значений величины p для $\xi=1$. Теоретически можно предполагать (а для абсолютно жестких полос это доказано), что математически верное значение величины p у концов полосы равно бесконечности. В действительности грунт вследствие развития в нем при больших давлениях пластических деформаций не может оказывать у концов полосы реактивных давлений, которые во много раз превышали бы давления во внутренней части полосы.

Неопределенность в величине реактивных давлений на участках у концов полосы большей частью не вносит каких-либо затруднений в расчет, так как эти участки резко повышенных давлений настолько малы, что то или иное перераспределение давлений вдоль них не может оказать существенного влияния на остальную часть эпюры реактивных давлений p и на эпюры Q и M в целом. Однако в случае массивных дорогостоящих сооружений, а также при гибких полосах, нагруженных у краев сосредоточенными силами, учет пластических деформаций представляет значительный практический интерес.

Табл. 8 содержит строки и для значений $l>10$, когда полосы уже нельзя считать короткими; разъяснение приведено в п. 14.

Пример построения расчетных эпюр при равномерно распределенной по полосе нагрузке иллюстрирует рис. к табл. 8*.

10. Случай нагрузки в виде сосредоточенной силы

Расчетные эпюры при нагрузке на жесткую полосу в виде сосредоточенной силы определяем по табл. 9а, причем мы использовали решение В. А. Флорина для реактивных давлений под эксцентрично нагруженной жесткой полосой. В случае нескольких сосредоточенных сил отдельно определяются эпюры расчетных величин, возникающие от действия каждой из сосредоточенных сил P_i, с последующим суммированием этих эпюр согласно указаниям п. 12.

Для коротких балок с любым показателем гибкости аналогичные таблицы как при нагрузке сосредоточенной силой, так и изгибающим моментом опубликованы в первом издании книги и в книге [25].

Строку, содержащую все ординаты нужной эпюры, находят в таблице по значению α. Вход в таблицу по положительным значениям α (т. е. при нагрузке, приложенной в правой половине полосы) расположен у левого края таблицы. Пользуясь этим входом по α, следует одновременно пользоваться верхним входом по величинам ξ. При отрицательных значениях α (т. е. при нагрузке в левой половине полосы) следует пользоваться входом по α, расположенным у правого края таблицы, а знаки во входе по ξ изменить на обратные.

В таблице приведены ординаты безразмерных эпюр $\bar{p}$, $\bar{Q}$ и $\bar{M}$, которые позволяют подсчитывать истинные значения реактивных давлений p, поперечных сил Q и изгибающих моментов при помощи равенств

$$p = \bar{p} \frac{P}{b' l} \ \text{тс/м}^2; \tag{78}$$

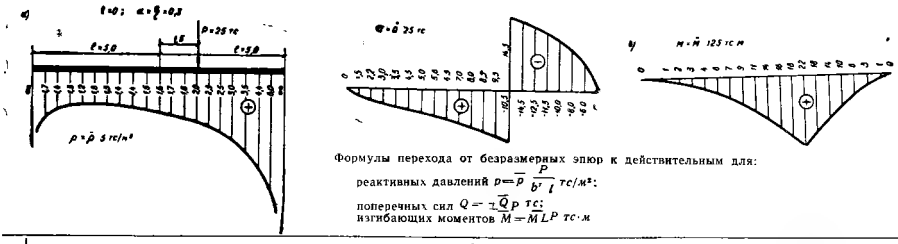
$$Q = \pm \bar{Q} P \ \text{тс}; \tag{79}$$

$$M = \bar{M} l P \ \text{тс}\cdot\text{м}. \tag{80}$$

* При расчете полос под равномерную нагрузку, например от собственного веса полосы или от давления воды, во избежание излишних запасов прочности следует внимательно учесть условия, в которых работает полоса. Так, если полоса служит фундаментом, закладываемым в неглубокий котлован (до 4 *м*), следует пренебрегать собственным весом полосы благодаря приближенному учету бытового давления. При расчете бетонных и железобетонных незаглубленных полос на песчаном основании их собственным весом можно пренебречь, считая, что деформации полосы от собственного веса произойдут ранее затвердения бетона. При глинистом основании по таким же мотивам можно пренебрегать половиной собственного веса. Наконец, при расчете полос, выделенных из фундаментов или днищ гидротехнических сооружений, следует обязательно учитывать фильтрационное противодавление.

Таблица 9а

Безразмерные эпюры для жесткой полосы шириной $b'=1$ *м*, нагруженной сосредоточенной силой P (в *тс*)



Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p=\bar{p}\,\dfrac{P}{b'\,l}$ *тс/м²*;

поперечных сил $Q=\bar{Q}P$ *тс*;

изгибающих моментов $M=\bar{M}LP$ *тс·м*

$\bar{p}$

α \ ξ	−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
0,0	∞	0,73	0,53	0,46	0,40	0,37	0,35	0,33	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,33	0,35	0,37	0,40	0,45	0,53	0,73	∞	0,0
0,1	∞	0,60	0,45	0,38	0,35	0,33	0,32	0,31	0,31	0,31	0,32	0,33	0,34	0,35	0,37	0,40	0,45	0,51	0,61	0,86	∞	−0,1
0,2	∞	0,47	0,36	0,32	0,30	0,29	0,29	0,29	0,30	0,31	0,32	0,33	0,35	0,37	0,40	0,44	0,49	0,57	0,70	0,99	∞	−0,2
0,3	∞	0,34	0,28	0,26	0,25	0,26	0,26	0,27	0,29	0,30	0,32	0,34	0,36	0,39	0,43	0,48	0,54	0,63	0,78	1,12	∞	−0,3
0,4	∞	0,20	0,19	0,20	0,21	0,22	0,24	0,25	0,27	0,29	0,32	0,35	0,38	0,41	0,46	0,51	0,59	0,69	0,87	1,26	∞	−0,4
0,5	0	0,07	0,11	0,13	0,16	0,18	0,21	0,23	0,26	0,29	0,32	0,35	0,39	0,43	0,49	0,55	0,64	0,76	0,95	1,39	∞	−0,5
0,6	−∞	−0,06	0,02	0,07	0,11	0,15	0,18	0,21	0,25	0,28	0,32	0,36	0,40	0,45	0,51	0,59	0,88	0,82	1,04	1,52	∞	−0,6
0,7	−∞	−0,19	−0,06	−0,01	0,06	0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,32	0,36	0,42	0,47	0,54	0,62	0,73	0,88	1,12	1,65	∞	−0,7
0,8	−∞	−0,32	−0,15	−0,05	0,02	0,07	0,12	0,17	0,22	0,27	0,32	0,37	0,43	0,49	0,57	0,66	0,78	0,94	1,21	1,78	∞	−0,8
1,9	−∞	−0,45	−0,23	−0,12	−0,03	0,04	0,10	0,15	0,21	0,26	0,32	0,38	0,44	0,51	0,60	0,70	0,83	1,01	1,29	1,91	∞	−0,9
0,0	−∞	−0,58	−0,32	−0,18	−0,06	0	0,07	0,13	0,19	0,26	0,32	0,38	0,45	0,53	0,63	0,73	0,87	1,07	1,38	2,04	∞	−1,0

$\bar{Q}$

0,0	0	0,14	0,20	0,25	0,29	0,33	0,37	0,40	0,44	0,47	0,50*	−0,47	−0,44	−0,40	−0,37	−0,33	−0,29	−0,25	−0,20	−0,14	0	0,0
0,1	0	0,12	0,17	0,21	0,24	0,28	0,31	0,34	0,37	0,40	0,44	0,47*	−0,50	−0,46	−0,43	−0,39	−0,35	−0,30	−0,24	−0,17	0	−0,1
0,2	0	0,09	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,34	0,37	0,40	0,44*	−0,52	−0,49	−0,44	−0,40	−0,34	−0,28	−0,20	0	−0,2
0,3	0	0,06	0,09	0,12	0,14	0,17	0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,34	0,38	0,42*	−0,54	−0,50	−0,45	−0,39	−0,32	−0,23	0	−0,3
0,4	0	0,03	0,05	0,07	0,09	0,11	0,14	0,16	0,19	0,21	0,24	0,28	0,31	0,35	−0,40*	−0,55	−0,50	−0,43	−0,36	−0,26	0	−0,4
0,5	0	0,00	0,01	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,18	0,21	0,25	0,29	0,34	0,39*	−0,55	−0,48	−0,40	−0,28	0	−0,5
0,6	0	0,02	−0,02	−0,02	−0,01	0,00	0,02	0,04	0,06	0,09	0,12	0,15	0,19	0,23	0,28	0,34	0,40*	−0,53	−0,43	−0,31	0	−0,6
0,7	0	−0,05	−0,06	−0,06	−0,06	−0,05	−0,04	−0,02	0,00	0,02	0,05	0,09	0,13	0,17	0,22	0,28	0,35	0,43*	−0,47	−0,34	0	−0,7
0,8	0	−0,08	−0,10	−0,11	−0,11	−0,11	−0,10	−0,08	−0,06	−0,04	−0,01	−0,02	0,06	0,11	0,16	0,23	0,30	0,38	0,49*	−0,37	0	−0,8
0,9	0	−0,11	−0,14	−0,16	−0,16	−0,16	−0,16	−0,14	−0,13	−0,10	−0,07	−0,04	0,00	0,05	0,11	0,17	0,25	0,34	0,45	0,61*	0	−0,9
1,0	0	−0,13	−0,18	−0,20	−0,21	−0,22	−0,21	−0,20	−0,19	−0,16	−0,14	−0,10	−0,06	−0,01	0,05	0,11	0,20	0,29	0,41	0,58	1*	−1,0

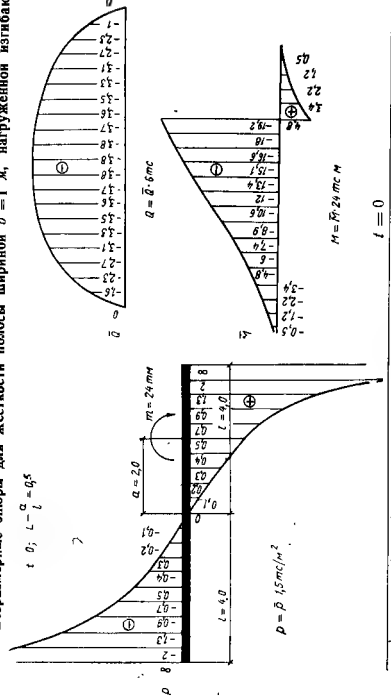
$\bar{M}$

0,0	0	0,01	0,03	0,05	0,08	0,11	0,14	0,18	0,22	0,27	0,32	0,27	0,22	0,18	0,14	0,11	0,08	0,05	0,03	0,01	0	0,0
0,1	0	0,01	0,02	0,04	0,06	0,09	0,12	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,26	0,21	0,17	0,13	0,09	0,06	0,03	0,01	0	−0,1
0,2	0	0,01	0,02	0,03	0,05	0,07	0,09	0,12	0,15	0,18	0,22	0,26	0,30	0,24	0,19	0,15	0,11	0,07	0,04	0,01	0	−0,2
0,3	0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05	0,07	0,09	0,11	0,14	0,17	0,20	0,24	0,28	0,22	0,17	0,12	0,08	0,04	0,01	0	−0,3
0,4	0	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,07	0,09	0,12	0,14	0,17	0,21	0,24	0,19	0,13	0,09	0,05	0,02	0	−0,4
0,5	0	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,09	0,11	0,14	0,17	0,21	0,15	0,10	0,05	0,02	0	−0,5
0,6	0	0,00	0,00	−0,01	−0,01	−0,01	−0,01	−0,01	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05	0,07	0,09	0,13	0,16	0,11	0,06	0,02	0	−0,6
0,7	0	0,00	−0,01	−0,02	−0,02	−0,3	−0,03	−0,04	−0,04	−0,04	−0,03	−0,02	−0,01	0,00	0,02	0,05	0,08	0,12	0,06	0,02	0	−0,7
0,8	0	−0,01	−0,01	−0,02	−0,04	−0,03	−0,08	−0,07	−0,07	−0,08	−0,08	−0,08	−0,06	−0,07	−0,05	−0,05	−0,01	−0,02	0,07	0,02	0	−0,8
0,9	0	−0,01	−0,02	−0,03	−0,05	−0,07	−0,08	−0,10	−0,11	−0,12	−0,13	−0,14	−0,14	−0,14	0,13	−0,11	−0,09	−0,06	−0,03	0,03	0	−0,9
1,0	0	−0,01	−0,02	−0,04	−0,06	−0,09	−0,11	−0,13	−0,15	−0,17	−0,18	−0,19	−0,20	−0,20	−0,20	−0,20	−0,18	−0,16	−0,12	−0,07	0	−1,0

	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0	−0,1	−0,2	−0,3	−0,4	−0,5	−0,6	−0,7	−0,8	−0,9	−1	α \ ξ

Таблица 9б

Безразмерные эпюры для жесткости полосы шириной $b'=1$ м, нагруженной изгибающим моментом m (в тс·м)



Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p = \pm \bar{p}\ \frac{m}{b'\ l^2}$ тс/м²;

поперечных сил $Q = \bar{Q} \times \frac{m}{l}$ тс;

изгибающих моментов $M = \pm \bar{M}\ m$ тс·м;

ξ	−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\bar{p}$	∞	−1,31	−0,85	−0,62	−0,48	−0,37	−0,28	−0,20	−0,13	−0,06	0	0,06	0,13	0,20	0,28	0,37	0,48	0,62	0,85	1,31	∞
$\bar{Q}$	0	−0,27	−0,38	−0,45	−0,51	−0,55	−0,58	−0,61	−0,62	−0,63	−0,64	−0,63	−0,62	−0,61	−0,58	−0,55	−0,51	−0,45	−0,38	−0,27	0,00
$\bar{M}$	0	−0,02	−0,05	−0,09	−0,14	−0,20	−0,25	−0,31	−0,37	−0,44	−0,50	−0,56	−0,63	−0,69	−0,75	−0,80	−0,86	−0,91	−0,95	−0,98	−1,00

Примечание. В таблице дается значение $\bar{M}$ для сечений слева от точки приложения момента. Для сечений справа от точки приложения момента добавить к табличному значению +1.

В равенстве (79) при нагрузках в правой половине полосы берется верхний знак (+), при нагрузках в левой половине — нижний (—).

В точке, нагруженной силой P, т. е. при $\xi=\alpha$, эпюра поперечных сил Q имеет два значения. Значения Q при $\xi=\alpha$ отмечены звездочкой. Эти значения относятся к величине поперечных сил непосредственно слева от точки приложения сосредоточенной силы (предполагается, что сила приложена в правой половине полосы). Чтобы определить величину поперечной силы справа от точки приложения сосредоточенной силы, следует из табличного значения $\bar{Q}^*$ вычесть единицу. При нагрузке силой P левой половины полосы это правило остается тем же, но вместо слова «слева» следует читать «справа», и обратно.

В таблицах безразмерных эпюр реактивных давлений для полос конечной жесткости не приводится данных для значений $\xi=1$ и $\xi=-1$. Это сделано по соображениям п. 9.

В случае, когда сосредоточенная нагрузка приложена вблизи одного из концов полосы, у другого конца по расчету могут получиться отрицательные давления, достигающие у самого конца бесконечно большого значения. В действительности грунт не работает на растяжение; поэтому, если на каком-либо участке полосы реактивные давления по расчету становятся отрицательными, это означает, что полоса на этом участке должна отставать от грунта. Практически отрицательные значения реактивных давлений выявляются в расчетах очень редко, так как редко встречается и нагрузка на полосу в виде одной сосредоточенной силы, приложенной вблизи конца. Другие силы, моменты или распределительная нагрузка приводят к погашению отрицательных давлений.

11. Случай нагрузки в виде изгибающего момента

Определение расчетных эпюр при действии на жесткую полосу внешнего изгибающего момента m производится по табл. 9б. Правила пользования этими таблицами совпадают с правилами, изложенными в п. 10 для сосредоточенных сил. Переходные формулы от безразмерных эпюр $\bar{p}$, $\bar{Q}$, $\bar{M}$ к действительным эпюрам p, Q и M следующие:

$$p = \pm \bar{p}\ \frac{m}{b'\ l^2}\ \text{тс/м}^2; \tag{81}$$

$$Q = \bar{Q}\ \frac{m}{l}\ \text{тс}; \tag{82}$$

$$M = \pm \bar{M} m\ \text{тс·м}. \tag{83}$$

Внешние моменты m считаются положительными, если они направлены по часовой стрелке.

Верхний знак в формулах для реактивных давлений (81) и изгибающих моментов (83) относится к случаю, когда момент приложен к правой половине полосы; нижний, когда момент приложен к левой ее половине.

При составлении таблиц использовано решение В. А. Флорина для реактивных давлений под абсолютно жесткой эксцентрично нагруженной полосой.

Таблицы имеют только один вход по аргументу ξ, так как эпюры расчетных величин в этом случае не зависят от точки приложения момента m. Исключение составляет безразмерная эпюра изгибающих моментов M; она получается из двух слагаемых: функции, не зависящей от точки приложения момента m, и величины $+1$, прибавляемой для сечений, лежащих справа от точки приложения момента.

Так как в эпюре M при переходе слева направо через точку приложения внешнего момента ($\xi = \alpha$) происходит скачок на величину $+m$, то и в безразмерной эпюре при $\xi=\alpha$ происходит аналогичный скачок на величину $+1$.

Пример построения расчетных эпюр при нагрузке полосы моментов показан на рисунке к табл. 9.

12. Суммирование эпюр

После установления эпюр расчетных величин, возникающих от воздействия всех отдельных элементов нагрузки (в общем случае от равномерной нагрузки q, каждой из n сосредоточенных сил P_i и каждого из m внешних изгибающих моментов m), следует произвести суммирование эпюр. Вычисление удобно производить по следующей схеме:

Определение эпюры реактивных давлений

А

x	ξ	$\bar{p}_q$	$\bar{p}_{P_1}$	$\bar{p}_{P_2}$	...	$\bar{p}_{P_n}$	$\bar{p}_{m_1}$	...	$\bar{p}_{m_m}$

Б

	ξ	$p_q=\bar{p}_q\, q$	$p_{P_1}=\bar{p}_{P_1}\frac{P_1'}{b'l}$	$p_{P_2}=\bar{p}_{P_2}\frac{P_2}{b'l}$	...	$p_{P_n}=\bar{p}_{P_n}\frac{n}{b'l}$

Продолжение

$p_{m_1}=+\bar{p}_{m_1}\frac{m_1}{b'l^2}$	...	$p_{m_m}=+\bar{p}_m\frac{m_m}{b'l^2}$	$p_\Sigma=p_q+\Sigma p_{P_i}+\Sigma p_{m_i}$

Буквами $\bar{p}_q$ и p_q обозначены соответственно безразмерные и действительные эпюры реактивных давлений от равномерно распределенной нагрузки q; буквами $\bar{p}_{P_i}$ и p_{P_i} те же эпюры от действия сосредоточенных сил, буквами $\bar{p}_{m_i}$ и p_{m_i} от действия моментов m_i; буквой p_Σ обозначена окончательная суммарная эпюра.

В верхней части схемы А непосредственно выписываются данные таблиц безразмерных эпюр. Вычисления производятся в нижней части схемы Б.

Схема составлена для вычисления эпюры реактивных давлений. Порядок вычислений эпюр поперечных сил и моментов совершенно аналогичен.

13. Построение линий влияния

Для определения линий влияния при подвижной нагрузке служат те же таблицы, что и для определения эпюр расчетных величин.

Пусть требуется, например, найти линию влияния величины реактивных давлений p ($p_{вл}$) от подвижного сосредоточенного грунта для сечения x, иначе говоря, требуется найти кривую изменения величины p в данном сечении x в зависимости от различных положений сосредоточенной силы $P = 1$, т. е. в зависимости от величины α. Из этого определения линии влияния непосредственно следует и способ построения линии по таблицам. В таблице, отвечающей заданному показателю гибкости полосы (см. п. 8), находится столбец, отвечающий нужному значению $\xi=x/l$. По данным этого столбца и устанавливается линия при помощи переходных равенств от табличных ординат безразмерных эпюр к ординатам линии влияния:

$$p_{вл}=\bar{p}\frac{1}{b'l}.$$

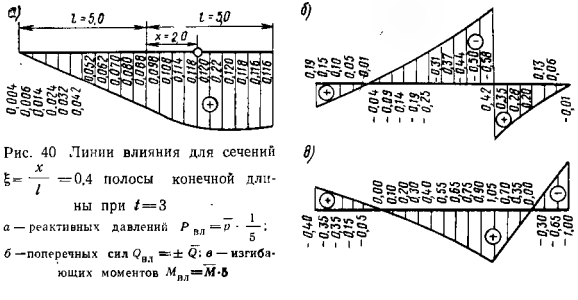


Рис. 40 Линии влияния для сечений $\xi = \frac{x}{l} = 0{,}4$ полосы конечной длины при $t=3$

а — реактивных давлений $P_{вл} = \bar{p} \cdot \frac{1}{5}$;

б — поперечных сил $Q_{вл} = \pm \bar{Q}$; *в* — изгибающих моментов $M_{вл} = \bar{M} \cdot 5$

Эта формула совпадает с формулой (78) п. 10, если положить в ней $P = 1$.

Линия влияния поперечных сил $Q_{вл}$ и моментов $M_{вл}$ устанавливают соответственно по формулам (79) и (80), положив в них $P=1$ и принимая во внимание объяснение двойного знака в формуле (79), данное в п. 10.

Таким образом, все отличие построения линий влияния от построения эпюр расчетных величин состоит в том, что для линий влияния пользуются не **строками**, а столбцами таблиц и производят вычисления для **единичной** нагрузки.

При нахождении нужных столбцов таблиц необходимо помнить, что для правой половины линии влияния (для положительных значений α) пользуются верхним входом для ξ и левым для α; для левой же половины линии влияния пользуются нижним входом для ξ и правым для α. Таким образом, для построения целой линии влияния должны быть использованы данные двух столбцов таблицы: ξ и $-\xi$.

Линии влияния для поперечных сил при переходе через значение $\alpha = \xi$ претерпевают разрыв на величину $+1$. Так, если линия влияния строится для сечения, находящегося в правой половине полосы, в качестве ординаты линии влияния от нагрузки, приложенной непосредственно левее фиксированного сечения, берется значение $Q^* - 1$, а в качестве ординаты от нагрузки, приложенной правее этого сечения, берется значение $\bar{Q}$. Для фиксированного сечения, находящегося в левой половине, справедливо противоположное правило.

Пример построения линий влияния при подвижном грузе показан на рис. 40.

Правила построения линий влияния при подвижном моменте совершенно аналогичны. Эти линии строят по формулам (81) — (83), положив в них $m=1$.

§ 3. РАСЧЕТ ДЛИННЫХ ПОЛОС

14. Общие правила

В п. 5 указывалось, что к категории длинных полос, к которым может быть применена схема бесконечной полосы, с достаточной точностью можно отнести полосы, имеющие показатель гибкости $t > 10$. Эта граница основана на том, что уже при $t = 10$ численные результаты расчета для полосы конечной длины, нагруженной сосредоточенной силой, почти не разнятся от результатов расчета полосы бесконечно длинной (см. рис. 57 и 58). Для нагрузки изгибающим моментом эта разница несколько заметнее, но также может считаться в пределах практически допустимой, если принять во внимание, что моментная нагрузка обычно играет второстепенную роль. Кроме того, моментная нагрузка часто приложена у концов полосы, в этом случае погрешность, связанная с переходом к схеме бесконечной полосы, и при моментной нагрузке становится весьма малой.

Для равномерно распределенной нагрузки граница допустимости перехода к схемам бесконечной полосы лежит выше значения $t = 10$.

Поэтому для полос, имеющих показатель гибкости $10 < t < 50$, эпюры от сосредоточенных сил и моментов следует рассчитывать по таблицам для длинных (бесконечных) полос, а затем эти эпюры складывать с эпюрой от равномерной нагрузки (если она есть), установленной по табл. 8.

При $t > 50$ эпюры, возникающие от действия равномерной нагрузки, также рассчитываются по схеме бесконечной полосы.

15. Определение характеристики полосы и способа расчета

Для расчета длинной полосы необходимо знать ее характеристику:

$$L = \sqrt[3]{\frac{2E_1 J (1 - \nu_0^2)}{b' E_0 (1 - \nu_1^2)}} \approx h \sqrt[3]{\frac{E_1}{6E_0}} \text{ м}^*. \qquad (84)$$

Величина L, как это будет видно из дальнейшего, играет при расчете длинных полос почти такую же роль, какую играет при расчете коротких полос полудлина l.

После определения L расчет полосы под равномерную нагрузку (при $t > 50$) проводится согласно указаниям п. 19.

Для сосредоточенных нагрузок устанавливается величина приведенных расстояний от точки приложения нагрузки до ле-

* При расчете балок на вертикальном упругом слое точное значение характеристик L определяется первым равенством (84), если положить в нем $\nu_0 = 0$ и $\nu_1 = 0$. Таким образом, для балок прямоугольного сечения точное значение L совпадает с приближенным значением той же величины для полос.

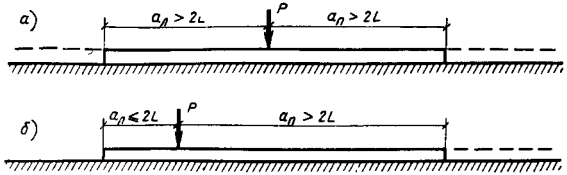


Рис. 41. Схема расчета длинных полос
а — полоса, принимаемая за бесконечную; *б* — то же, за полубесконечную

вого конца полосы $\alpha_л = \frac{a_л}{L}$ и до правого конца $\alpha_п = \frac{a_п}{L}$ ($a_л$ и $a_п$ — абсолютные расстояния соответственно до левого и правого концов полосы).

При этом могут быть два случая.

1. Если каждая из величин $\alpha_л$ и $\alpha_п$ больше числа 2, то расчет полосы ведется по таблицам Н. М. Герсеванова и Я. А. Мачерета для бесконечной полосы в собственном смысле этого слова (рис. 41) согласно п. 16 при нагрузке силой. При нагрузке моментом расчет ведется согласно п. 18.

2. Если одна из величин $\alpha_л$ или $\alpha_п$ меньше или равна числу 2, то расчет ведется по таблицам Г. Я. Попова и В. А. Воробьева для полубесконечной полосы (рис. 42, *б*) согласно указаниям п. 17 при нагрузке силой и п. 18 при нагрузке моментом[1].

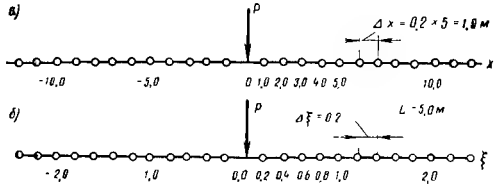


Рис. 42. Схема расстояний от нагрузки до рассчитываемого сечения
а — действительные расстояния; *б* — приведенные расстояния

[1] Вследствие связи между величинами L и t [см. формулы (74) и (84)].

$$L = t\sqrt[3]{\frac{\pi}{2t}}$$

можно показать, что сосредоточенная нагрузка при $t > 10$ не может находиться на приведенных расстояниях, меньших числа 2 (точнее, 1,85), одновременно от обоих концов полосы.

16. Расчет бесконечно длинной полосы, нагруженной сосредоточенной силой

Расчет бесконечно длинной полосы, нагруженной сосредоточенной силой P, можно проводить либо по схеме однородного основания при повышенном расчетном модуле деформации, либо с использованием условной схемы сжимаемого слоя (см. часть первую, главу III, §3). Расчет во второй из этих схем не будет носить условный характер, если в действительности под фундаментом сжимаемый слой грунта подстилается практически несжимаемыми породами.

Для расчета по обеим схемам используются табл. 10. В них есть вход по величине H/L, где H — глубина сжимаемого слоя, а L — характеристика полосы, определяемая по формуле (84). Таблицы предусматривают как конечные значения отношения H/L, так и бесконечно большое. В первом случае таблицы дают возможность определить расчетные величины для полосы на сжимаемом слое. Они составлены Т. А. Маликовой на основе решения О. Я. Шехтер. При $H/L = \infty$ табличные данные, определяющие расчетные величины для однородного основания, были получены Н. М. Герсевановым и Я. А. Мачеретом.

Для расчета по табл. 10 необходимо предварительно установить те сечения полосы, для которых таблицы могут дать данные о построении эпюр расчетных величин.

Поместив для этой цели начало координат в нагруженное сечение полосы, устанавливают положительное направление вправо от этого сечения (см. рис. 42). Табл. 10 позволяет определять ординаты расчетных эпюр, находящихся на приведенных расстояниях: $\xi = x/L = 0{,}0;\ 0{,}2;\ 0{,}4;\ \ldots;\ 4$ от начала координат.

Следовательно, действительные значения расстояний до этих сечений будут

$$x = \xi L = 0{,}0L;\ 0{,}2L;\ 0{,}4L;\ \ldots;\ 4L\ м.$$

Действительные эпюры расчетных величин устанавливаются по табличным данным безразмерных эпюр при помощи формул перехода:

для реактивных давлений

$$p = \bar{p}\,\frac{P}{b'L}; \tag{85}$$

для поперечных сил

$$Q = \bar{Q}P; \tag{86}$$

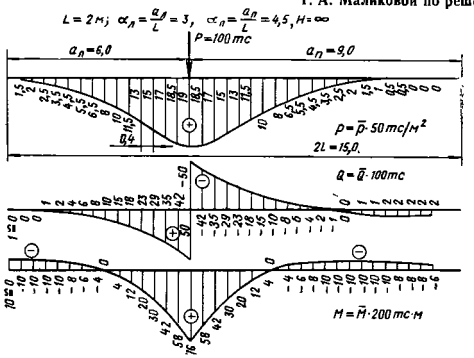
для изгибающих моментов

$$M = \bar{M}LP. \tag{87}$$

Эти формулы совпадают с формулами (78)—(80) при замене в последних величины l на L.

Таблица 10

Безразмерные эпюры для бесконечно длинных полос шириной $b'=1$ м, нагруженных сосредоточенной силой P (в тс) и лежащих на сжимаемом слое толщиной H; при $H=\infty$ установлены Н. М. Герсевановым и Я. А. Мачеретом, при конечном H вычислены Т. А. Маликовой по решению О. Я. Шехтер



Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p = \bar{p}\,\dfrac{P}{b'L}$ тс/м²;

поперечных сил $Q = \pm\bar{Q}\times P$ тс;

изгибающих моментов $M = MLP$ тс·м;

$L = h\sqrt[3]{\dfrac{E_1}{6\,E_0}}$ м

H/L	ξ																				
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
$\bar{p}$																					
0,1	0,74	0,69	0,58	0,43	0,29	0,18	0,09	0,03	0,00	−0,02	−0,04	0,03	−0,02	−0,02	−0,01	−0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,3	0,57	0,54	0,48	0,40	0,32	0,24	0,17	0,11	0,07	0,04	0,00	0,01	−0,02	−0,02	−0,02	−0,02	0,02	−0,02	−0,02	−0,01	0,00
0,4	0,50	0,49	0,44	0,38	0,31	0,25	0,19	0,14	0,10	0,07	0,03	0,02	0,00	−0,01	−0,02	−0,02	−0,02	−0,02	−0,02	−0,01	−0,01

Продолжение табл. 10

0,5	0,47	0,45	0,41	0,36	0,30	0,25	0,20	0,16	0,11	0,08	0,05	0,03	0,01	0,00	−0,01	−0,01	−0,02	−0,02	0,02	−0,01	−0,01
0,7	0,43	0,42	0,39	0,34	0,29	0,25	0,20	0,17	0,13	0,10	0,06	0,04	0,03	0,01	0,00	−0,01	−0,01	−0,01	0,01	−0,01	−0,01
1,0	0,41	0,40	0,37	0,32	0,28	0,24	0,20	0,17	0,13	0,11	0,08	0,06	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00	0,01	−0,01	−0,01
1,5	0,40	0,39	0,36	0,31	0,27	0,24	0,20	0,17	0,13	0,11	0,08	0,07	0,05	0,04	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	−0,01	−0,01
2,0	0,39	0,38	0,35	0,31	0,27	0,23	0,19	0,16	0,13	0,11	0,08	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
3,0	0,38	0,37	0,34	0,30	0,26	0,23	0,19	0,16	0,13	0,11	0,08	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
∞	0,38	0,37	0,34	0,30	0,26	0,23	0,19	0,16	0,13	0,11	0,08	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
$\bar{Q}$																					
0,1	−0,50	−0,29	−0,12	−0,02	0,04	0,05	0,04	0,02	0,00	−0,02	−0,03	−0,03	−0,04	−0,04	−0,04	−0,03	−0,03	−0,02	−0,01	0,00	0,00
0,3	−0,50	−0,36	−0,25	−0,16	−0,09	−0,04	−0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	−0,01	−0,02	−0,02	−0,02	−0,01	−0,01	0,00	0,00
0,5	−0,50	−0,39	−0,29	−0,21	−0,14	−0,08	−0,05	−0,02	−0,01	−0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,7	−0,50	−0,40	−0,31	−0,24	−0,17	−0,11	−0,07	−0,04	−0,02	−0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,0	−0,50	−0,41	−0,33	−0,26	−0,19	−0,14	−0,09	−0,06	−0,04	−0,02	−0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
1,5	−0,50	−0,41	−0,34	−0,28	−0,21	−0,16	−0,12	−0,09	−0,06	−0,04	−0,02	0,00	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01
2,0	−0,50	−0,42	−0,34	−0,28	−0,22	−0,17	−0,13	−0,10	−0,07	−0,05	−0,03	−0,01	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
3,0	−0,50	−0,42	−0,35	−0,29	−0,23	−0,18	−0,14	−0,11	−0,08	−0,06	−0,04	−0,02	−0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
∞	−0,50	−0,42	−0,35	−0,29	−0,23	−0,18	−0,14	−0,11	−0,06	−0,06	−0,04	−0,02	−0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
$\bar{M}$																					
0,1	0,16	0,08	0,02	−0,01	−0,13	−0,05	−0,04	−0,03	−0,02	−0,02	−0,01	−0,01	−0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,3	0,22	0,13	0,06	0,02	−0,01	−0,03	−0,05	−0,04	−0,04	−0,04	−0,03	−0,03	−0,02	−0,01	−0,01	−0,01	−0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
0,5	0,24	0,16	0,08	0,04	0,00	−0,02	−0,05	−0,05	−0,05	−0,05	−0,04	−0,04	−0,03	−0,02	−0,02	−0,01	−0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
0,7	0,27	0,18	0,10	0,05	0,01	−0,02	−0,04	−0,05	−0,06	−0,05	−0,05	−0,05	−0,04	−0,03	−0,03	−0,02	−0,02	−0,01	−0,01	−0,01	0,00
1,0	0,29	0,20	0,12	0,07	0,03	−0,01	−0,04	−0,04	−0,06	−0,05	−0,06	−0,06	−0,05	−0,04	−0,04	−0,03	−0,03	−0,02	−0,02	−0,01	0,00
1,5	0,32	0,23	0,15	0,09	0,04	0,01	−0,03	−0,04	−0,05	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06	−0,05	−0,05	−0,05	−0,04	−0,03	−0,03	−0,02	−0,01
2,0	0,33	0,24	0,16	0,11	0,06	0,02	−0,02	−0,03	−0,05	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06	−0,05	−0,05	−0,05	−0,04	−0,04	−0,03	−0,02
3,0	0,36	0,27	0,19	0,13	0,08	0,04	0,00	−0,02	−0,04	−0,04	−0,05	−0,06	−0,05	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06	−0,05	−0,05	−0,04	−0,03
∞	0,38	0,29	0,21	0,15	0,10	0,06	0,02	0,00	−0,02	−0,03	−0,04	0,05	−0,05	0,05	−0,05	−0,05	−0,05	−0,04	−0,04	−0,04	−0,03

Значения ординат безразмерных эпюр даны в таблицах только для положительных значений ξ (для части полосы, находящейся справа от нагруженного сечения). Для отрицательных значений ξ величины ординат p, M, и Q остаются теми же, что и для положительных ξ, только при Q знак следует менять на обратный.

Поэтому в правой части равенства для поперечных сил (86) стоит двойной знак. Верхний знак (+) относится к сечениям, находящимся справа от нагруженного, нижний (—) — к сечениям, находящимся слева.

Если приведенное расстояние до одного или обоих концов полосы больше числа 4, можно приближенно считать, что в сечениях с приведенными абсциссами $|\xi| > 4$ все расчетные величины имеют нулевые значения. В обратном случае (при расстоянии до одного или обоих концов полосы, меньшем 4) получающиеся у концов полосы малые, но все же отличные от нуля моменты и поперечные силы следует относить за счет погрешностей, связанных с приближенными предпосылками расчета, согласно которым полоса, имеющая фактически конечную длину, принимается за бесконечную. О способе исправления этой погрешности см. п. 20.

Пример расчета полосы, принимаемой за бесконечную при $H/L = \infty$, показан на рисунке в табл. 10.

17. Расчет полубесконечной полосы

Полубесконечной называем полосу, которая простирается в бесконечность только в одном направлении (см. рис. 41, *б*). Практически этой схемой можно пользоваться во всех случаях, когда к полосе, принятой за бесконечно длинную ($t > 10$), приложена сосредоточенная нагрузка на приведенном расстоянии $\leqslant 2$ от одного из ее концов.

Полубесконечные полосы можно рассчитывать по схеме однородного основания с повышенным расчетным модулем или по схеме сжимаемого слоя. Для расчета по первой схеме служит табл. 11, составленная на основе точного решения Г. Я. Попова и В. Л. Воробьевым. О расчете по второй схеме см. окончание п. 18.

Если нагрузка приложена вблизи левого конца полосы, начало координат помещаем в левый конец полосы и ось x направляем вдоль ее оси. Определяем значения абсолютных абсцисс x сечений, имеющих приведенные абсциссы $\xi = x/L$, для которых можно установить по таблицам значения ординат расчетных эпюр. Так как интервал между соседними значениями α принят $\Delta\alpha = 0{,}2$, округляем значение $\alpha_л$ до ближайшего к нему четного числа десятых, например

$$\alpha = \frac{4{,}7\ м}{6{,}28\ м} = 0{,}748 \approx 0{,}8.$$

Таблица 11

Безразмерные эпюры для полубесконечных полос шириной $b' = 1$ м, нагруженных сосредоточенной силой P (в тс), лежащих на бесконечном однородном основании (по Г. Я. Попову и В. Л. Воробьеву)

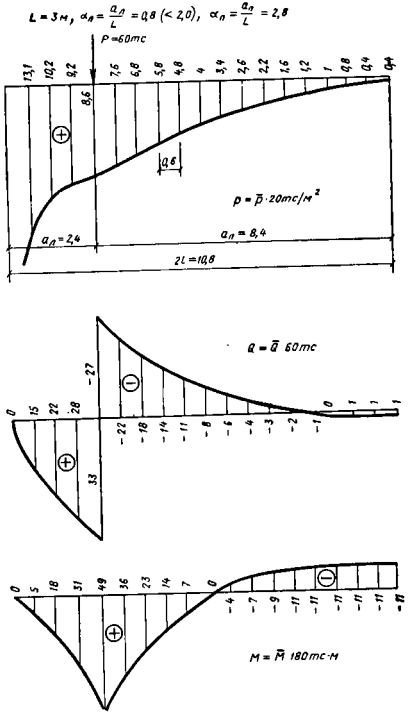
Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p = \bar{p}\,\dfrac{P}{b'L}$ тс/м²;

поперечных сил $Q = \bar{Q}\,P$ тс;

изгибающих моментов $M = \bar{M}\,LP$ тс·м;

$$L = h\sqrt[3]{\frac{E_1}{6\,E_0}}\ м$$



Продолжение табл. 11

α	ξ																			
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,1	3,4	3,6	3,8	4
0	127	76	50	34	23	15	09	05	02	—01	—0,2	—03	—04	—04	—04	—04	—04	—03	—03	—3
0,2	112	71	51	37	27	20	14	09	06	04	0,2	00	—01	—01	—02	—02	—02	—02	—02	—2
0,4	96	66	51	40	31	24	19	14	11	08	0,6	04	02	01	00	00	—01	—01	—01	—1
0,6	80	59	50	42	35	29	24	19	16	12	09	07	05	04	02	02	01	00	00	00
0,8	66	51	46	43	38	34	29	24	20	17	13	11	08	06	05	04	02	02	01	00
1	53	43	41	41	40	37	33	29	25	21	18	14	12	09	07	06	04	03	02	01
1,2	42	36	36	37	38	39	37	33	29	26	22	18	15	12	10	08	06	05	03	02
1,4	32	29	30	33	35	38	39	37	34	30	26	22	19	16	13	10	08	06	05	04
1,6	24	24	26	28	32	35	38	39	37	34	30	26	23	19	16	13	10	08	06	05
1,8	17	18	21	24	28	31	35	38	39	37	34	30	27	23	19	16	13	11	08	07
2	12	14	17	20	24	28	31	35	38	39	37	34	30	27	23	19	16	13	11	08

$\overline{Q}$

0	—44	—25	—12	—4	—2	5	8	9	10	10	9	9	8	8	7	6	5	4	4	3
0,2	47*	—35	—23	—14	—8	—3	0	2	4	5	5	6	6	5	5	5	4	4	3	3
0,4	40	55*	—33	—24	—17	—11	—7	—4	—1	0	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3
0,6	32	45	56*	—35	—27	—21	—15	—11	—8	—5	—3	—1	0	1	2	2	2	2	2	2
0,8	25	36	46	55*	—37	—30	—24	—18	—14	—10	—7	—5	—3	—1	0	1	1	2	2	2
1	20	29	37	45	53*	—39	—32	—26	—20	—16	—12	—9	—6	—4	—2	—1	0	1	1	2
1,2	15	22	29	37	44	52*	—40	—33	—27	—22	—17	—13	—10	—7	—5	—3	—2	0	0	1
1,4	11	17	23	29	36	43	51*	—42	—34	—28	—23	—18	—14	—10	—7	—5	—3	—2	—1	0
1,6	7	12	17	22	28	35	42	50*	—42	—35	—26	—21	—17	—13	—10	—7	—5	—3	—2	1
1,8	5	8	12	17	22	28	34	42	50*	—43	—36	—29	—23	—18	—14	—11	—8	—6	—4	—2
2	3	5	8	12	17	22	28	34	41	49*	—43	—36	—29	—24	—19	—14	—11	—8	—6	—4

$\overline{M}$

0	—12	—19	—23	—24	—24	—24	—22	—21	—19	—17	—15	—13	—12	—10	—9	—7	—6	—5	—4	—4
0,2	6	—2	—8	—12	—14	—15	—15	—15	—15	—14	—12	—11	—10	—9	—8	—7	—6	—5	—5	—4
0,4	5	15	7	1	—3	—6	—8	—9	—10	—10	—11	—11	—10	—9	—8	—7	—6	—5	—5	—4
0,6	4	12	22	14	8	3	0	—3	—5	—6	—7	—7	—7	—7	—7	—6	—6	—6	—5	—5
0,8	3	10	17	27	20	13	8	4	0	2	—4	—5	—6	—6	—6	—6	—6	—6	—5	—5
1	3	7	14	22	32	24	16	11	6	3	0	—2	—4	—6	—5	—6	—6	—6	—5	—5
1,2	2	6	11	17	25	35	26	19	13	8	4	1	—1	—3	—4	—5	—5	—5	—5	—5
1,4	1	4	8	13	20	31	37	28	20	14	9	5	2	—1	—2	—4	—4	—5	—5	—5
1,6	1	3	6	10	15	21	29	38	29	21	15	10	5	2	0	—2	—3	—4	—5	—5
1,8	1	1	4	7	10	16	22	30	39	29	22	15	10	6	2	0	—2	—4	—4	—5
2	0	1	2	4	7	11	16	22	30	39	30	22	15	10	6	2	0	—2	—3	—4

Примечание. Для краткости табличные значения увеличены в 100 раз.

Здесь интерполирование по таблицам рекомендуется проводить только при навыке пользования таблицами, учитывая характер табулированных функций. Так, желая интерполяцией уточнить значение максимального изгибающего момента под сосредоточенной нагрузкой при $\xi=\alpha=0{,}7$, следует взять среднее значение между величиной $\overline{M}$ для $\xi=\alpha=0{,}6$ ($M=0{,}22$) и для $\xi=\alpha=0{,}8$ ($\overline{M}=0{,}27$):

$$\overline{M} = \frac{0{,}22+0{,}27}{2} = 0{,}25,$$

но ни в коем случае не беря среднее значение между значениями $\overline{M}$ для $\alpha=0{,}6$; $\xi=0{,}6$ и $\alpha=0{,}6$; $\xi=0{,}8$, т. е.

$$\overline{M} = \frac{0{,}22+0{,}14}{2} = 18.$$

В первом случае проведена интерполяция между значениями $\overline{M}$ в двух сечениях, находящихся в сходном (нагружением) состоянии, в то время как во втором проведена неправомерная интерполяция между значениями $\overline{M}$ в несходных нагружением и ненагруженном сечениях.

Эпюры расчетных величин p, Q и M вычисляют по табличным данным для безразмерных величин $\overline{p}$, $\overline{Q}$ и $\overline{M}$ по формулам (85)—(87), причем в формуле для поперечных сил (86) следует брать верхний знак (+).

В случае, если нагрузка приложена вблизи правого конца полосы ($\alpha_п<2$), начало координат помещаем в правом конце полосы, и тогда все сечения полосы будут иметь отрицательные приведенные абсциссы. Значения p, $\overline{Q}$ и $\overline{M}$ для отрицательных ξ те же, что и для положительных, но в формуле перехода для поперечных сил (86) следует брать нижний знак (—).

Поперечные силы в нагруженном сечении, т. е. при $\xi=\alpha$, имеют два значения (см. п. 10). В таблицах приведены только значения $\overline{Q}$, отмеченные звездочкой, относящиеся к величине поперечной силы непосредственно левее нагруженного сечения (предполагается, что полоса нагружена вблизи левого конца). Для получения значения Q, относящегося к величине поперечной силы непосредственно правее нагруженного сечения, следует из табличного значения $\overline{Q}^*$ вычесть единицу ($\overline{Q}-Q^*-1$). При нагрузке вблизи правого конца полосы это правило остается в силе, но вместо «слева» следует читать «справа» и обратно.

Пример расчета полубесконечной полосы, нагруженной сосредоточенной силой при $H/L=\infty$, показан на рисунке табл. 11.

18. Расчет бесконечно длинной и полубесконечной полосы, нагруженной изгибающим моментом

Расчет производится в основном по тем же правилам, что и расчет бесконечной полосы, нагруженной сосредоточенной силой (пп. 16—17).

Для расчета **бесконечной** полосы в собственном смысле этого слова (см. п. 15) служат табл. 12, составленные О. Я. Шехтер [25].

Таблицы составлены для случая однородного основания. Для схемы сжимаемого слоя таблиц нет.

Формулы для перехода от безразмерных величин $\overline{p}$, $\overline{Q}$, $\overline{M}$ к действительным p, Q, M следующие:

$$p = \pm\overline{p}\,\frac{m}{b'L^2}; \tag{88}$$

$$Q = \overline{Q}\,\frac{m}{L}; \tag{89}$$

$$M = \pm\overline{M}m. \tag{90}$$

Эти формулы совпадают с формулами перехода для полосы конечной длины (81)—(82) при замене в них величины l на величину L.

В формулах (88) и (90) верхний знак относится к правой от нагрузки части полосы (для положительных значений ξ), нижний — для левой (отрицательных значений ξ).

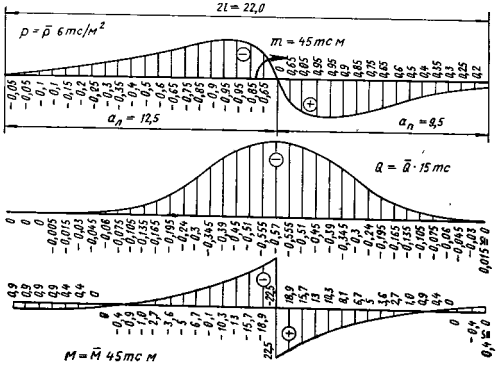
Для расчета **полубесконечной** полосы (см. п. 15), нагруженной моментом и лежащей на однородном основании, служит таблица Г. Я. Попова и В. Л. Воробьева (табл. 13). Для схемы сжимаемого слоя таблиц нет. Переходными формулами от безразмерных величин к действительным служат также равенства (88)—(90), причем верхние знаки относятся к случаю, когда момент приложен вблизи левого конца полосы, нижние к случаю момента вблизи правого конца. Табличные значения $\overline{M}$, отмеченные звездочкой, относятся к значениям изгибающего момента непосредственно левее нагруженного сечения $\xi=\alpha$ (при нагрузке вблизи левого конца). Непосредственно правее нагруженного сечения значение $\overline{M}$ устанавливается согласно равенству $\overline{M}=\overline{M}^*+1$. При нагрузке вблизи правого конца полосы правило это справедливо по замене слова «слева» на «справа» и обратно.

Положительное направление для действия внешнего момента m во всех случаях считается по часовой стрелке.

Примеры расчетов бесконечной и полубесконечных полос, нагруженных изгибающим моментом, показаны на рисунках в табл. 12 и 13.

Таблица 12

Безразмерные эпюры для бесконечно длинных полос шириной $b'=1$ м, нагруженных изгибающим моментом m (в тс·м) (по О. Я. Шехтер, Н. М. Герсеванову и Я. А. Мачерету)



Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p=\pm\bar{p}\,\frac{m}{b'L^2}$ тс/м²;

поперечных сил $Q=\bar{Q}\,\frac{m}{L}$ тс;

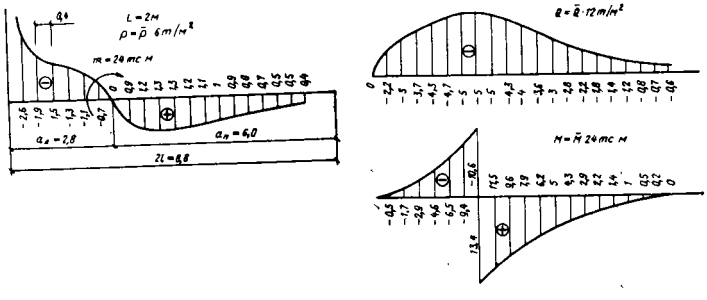
изгибающих моментов $M=\pm\bar{M}\,m$ тс·м;

$L=h\sqrt[3]{\frac{E_1}{6\,E_0}}$ м

α	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
$\bar{p}$	0	0,13	0,17	0,19	0,19	0,18	0,17	0,15	0,13	0,12	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01
$\bar{Q}$	−0,38	−0,37	−0,34	−0,30	−0,26	−0,23	−0,19	−0,16	−0,13	−0,11	−0,08	−0,07	−0,05	−0,04	−0,03	0,02	−0,01	−0,01	0,00	0,00	0,00
$\bar{M}$	0,50	0,42	0,35	0,29	0,23	0,18	0,15	0,11	0,08	0,06	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00	−0,01	−0,01	−0,02	−0,02	−0,02	−0,02

Таблица 13

Безразмерные эпюры для полубесконечных полос шириной $b'=1$ м, нагруженных изгибающим моментом m (в тс·м), лежащих на бесконечном однородном основании (по Г. Я. Попову и В. Л. Воробьеву)



Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p=\pm\bar{p}\,\frac{m}{b'L^2}$ тс/м²;

поперечных сил $Q=\bar{Q}\,\frac{m}{L}$ тс;

изгибающих моментов $M=\bar{M}\,m$ тс·м;

$L=h\sqrt[3]{\frac{E_1}{6\,E_0}}$ м

Продолжение табл. 13

α	ξ = 0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
										$\overline{p}$										
0	—73	—21	3	15	21	24	25	24	23	21	19	17	14	12	10	9	7	6	5	4
0,2	—78	—22	2	15	21	24	25	24	23	21	19	17	14	12	10	9	7	6	5	4
0,4	—81	—31	— 1	13	20	24	25	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	6	5	4
0,6	—76	—40	—12	9	18	23	25	24	23	21	20	17	15	13	11	9	8	6	5	4
0,8	—69	—40	—24	— 4	14	20	25	24	24	22	20	18	16	14	12	10	8	7	6	4
1	—60	—38	—26	—16	0	15	21	23	23	22	18	17	15	13	12	10	9	7	6	5
1,2	—52	—35	—26	—20	—13	2	16	20	22	22	21	20	18	16	14	12	10	8	7	6
1,4	—44	—31	—25	—22	—18	—12	2	15	20	22	21	20	19	17	15	13	11	9	8	6
1,6	—37	—27	—23	—21	—19	—16	—12	2	15	19	21	21	20	18	16	14	12	11	9	8
1,8	—30	—23	—21	—20	—20	—19	—16	—12	1	14	19	20	20	19	18	16	14	12	10	9
2	—24	—20	—18	—18	—19	—19	—18	—17	—12	1	14	18	20	20	19	17	16	14	12	10
										$\overline{Q}$										
0	—43	—52	—53	—51	—48	—43	—38	—33	—28	—24	—20	—16	—13	—10	—8	—6	—5	—3	—2	
0,2	—42	—51	—53	—51	—48	—43	—38	—33	—28	—24	—20	—16	—14	—10	—8	—6	—5	—3	—2	
0,4	—39	—50	—53	—51	—48	—44	—39	—34	—29	—24	—21	—17	—14	—12	—8	—6	—5	—4	—2	
0,6	—35	—46	—51	—51	—48	—44	—40	—35	—30	—25	—21	—18	—14	—11	—10	—7	—5	—4	—3	
0,8	—30	—41	—47	—50	—49	—45	—41	—36	—31	—27	—23	—19	—15	—12	—10	—9	—6	—4	—3	
1	—26	—36	—42	—46	—48	—46	—42	—38	—33	—29	—24	—20	—17	—14	—11	—9	—8	—5	—4	
1,2	—22	—30	—36	—41	—44	—46	—44	—40	—36	—31	—27	—23	—19	—16	—13	—10	—8	—7	—5	
1,4	—18	—25	—31	—36	—39	—42	—44	—42	—38	—34	—30	—25	—22	—18	—15	—12	—10	—7	—6	
1,6	—14	—21	—26	—30	—34	—38	—41	—42	—40	—37	—33	—28	—24	—21	—17	—14	—11	—9	—7	
1,8	—12	—17	—21	—25	—29	—33	—37	—40	—41	—39	—36	—32	—28	—24	—20	—17	—14	—11	—9	
2	—9	—14	—17	—21	—25	—28	—32	—36	—39	—40	—38	—35	—31	—27	—23	—20	—16	—13	—11	
										$\overline{M}$										
0	94	84	74	63	53	44	36	29	23	18	13	10	7	5	3	1	0	—1	—1	—2
0,2	—6*	84	74	63	54	44	36	29	23	18	14	10	7	5	3	1	0	—1	—1	—2
0,4	—5	—14*	75	65	55	46	37	30	24	18	14	10	7	5	3	2	0	0	—1	—2
0,6	—5	—13	—23*	67	57	48	39	32	25	20	15	11	8	6	3	2	1	0	—1	—1
0,8	—4	—11	—20	—30*	60	51	42	34	28	22	17	13	9	6	4	2	1	0	—1	—2
1	—4	—10	—18	—26	—36*	55	46	38	31	24	19	15	11	8	5	3	2	1	0	—1
1,2	—3	—8	—15	—23	—31	—40*	51	42	35	28	22	17	13	10	7	5	3	1	0	0
1,4	—2	—7	—12	—19	—27	— 35	—44*	48	40	33	26	21	16	12	9	6	4	2	1	0
1,6	—2	—6	—10	—16	—22	—30	—37	—46*	46	38	31	25	20	16	12	9	6	4	2	1
1,8	—2	—4	—10	—14	—20	—26	—33	—40	—48*	44	37	30	24	19	15	11	8	6	4	2
2	—1	—4	—7	—10	—15	—20	—26	—33	—40	—48*	44	36	30	24	19	15	11	8	6	4

Примечание. Для краткости табличные значения увеличены в 100 раз.

Для расчета по схеме сжимаемого слоя при нагрузке сосредоточенной силой служит табл. 14, составленная Т. А. Маликовой, соответствующим образом переработавшей для этой цели таблицы Г. В. Крашенинниковой для полос конечной длины.

Правила расчета по этой таблице те же, что и по табл. 11, с той лишь разницей, что при расчете по схеме сжимаемого слоя надо предварительно установить величину H/L, определяющую, к какому из трех значений H/L (1,6; 3,2; 6,4), предусмотренных таблицей, надо отнести конкретный случай. Следует помнить, что если выбирается таблица при значении H/L, большем действительного, то расчет дает некоторый запас прочности.

19. Расчет равномерно нагруженной бесконечной полосы

Согласно п. 14 равномерно нагруженная полоса рассматривается при расчете как бесконечная в том случае, если ее показатель гибкости $t>50$.

Расчет такой полосы для сечений, расположенных на приведенном расстоянии от левого конца $\xi<3$, ведется по схеме полубесконечной полосы. Следовательно, за начало отсчета принимается левый конец полосы.

Для расчета используются значения безразмерных величин реактивных давлений $\bar{p}$, поперечных сил $\bar{Q}$ и изгибающих моментов $\bar{M}$, приведенные в табл. 15. Переход от безразмерных величин $\bar{p}$, $\bar{Q}$, $\bar{M}$ к действительным величинам p, Q, M осуществляется по формулам, аналогичным формулам (75)—(77) для коротких балок:

$$p = \bar{p}\,q; \tag{91}$$

$$Q = \pm \bar{Q}\,b'\,L\,q; \tag{92}$$

$$M = \bar{M}\,b'\,L^2 q. \tag{93}$$

В формуле поперечных сил для сечений, расположенных в левой половине полосы, берется верхний знак (+).

Сечения, расположенные вблизи правого конца полосы, рассчитываются аналогично, но с переносом начала координат в правый конец. На этот раз в равенстве (92) берется нижний знак.

Для внутренних сечений полосы, отстоящих от обоих концов на расстоянии $|\xi|>3$, следует принимать:

$$p = q;\ Q = 0;\ M = 0{,}21\,L^2 q. \tag{94}$$

При расчете на равномерную нагрузку нужно тщательно учесть указания, данные в примечании к п. 9.

Пример расчета на равномерную нагрузку бесконечной полосы показан на рисунке в табл. 15.

Таблица 14

Расчет полубесконечных полос шириной $b'=1$ м, нагруженных сосредоточенной силой P (в тс), на упругом основании конечной толщины (Т. А. Маликовой по Г. В. Крашенинниковой)

Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным (см. перед табл. 11)

$H = 1{,}6\ L$ — $\bar{p}$

α \ ξ	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	1,864	0,563	0,293	0,133	0,031	—0,023	—0,042	—0,078	—0,071	—0,056	—0,049	—0,033	—0,022	—0,012
0,2	1,594	0,557	0,334	0,179	0,085	0,018	—0,005	—0,050	—0,053	—0,049	—0,043	—0,029	—0,021	—0,013
0,6	1,068	0,585	0,402	0,284	0,179	0,105	0,070	0,006	—0,018	—0,025	—0,030	—0,023	—0,020	—0,015
1	0,641	0,431	0,446	0,370	0,280	0,193	0,146	0,062	0,026	0,026	—0,015	—0,015	—0,017	—0,016
1,4	0,328	0,317	0,382	0,427	0,373	0,285	0,224	0,131	0,075	0,058	0,008	—0,002	—0,011	—0,016
1,8	0,122	0,209	0,296	0,379	0,425	0,373	0,307	0,206	0,138	0,100	0,041	0,020	—0,001	—0,013
2,2	—0,010	0,129	0,212	0,298	0,379	0,424	0,387	0,290	0,211	0,154	0,086	0,048	0,018	—0,003

$H = 1{,}6\ L$ — $\bar{Q}$

α \ ξ	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	—0,626	—0,142	0,029	0,114	0,147	0,149	0,136	0,112	0,082	0,057	0,036	0,020	0,009	0,002
0,2	0,319*	—0,251	—0,072	0,031	0,084	0,104	0,107	0,096	0,075	0,055	0,037	0,022	0,012	0,005

Продолжение табл. 14

$\overline{p}$

α \ ξ	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0,6	0,214	0,534*	−0,279	−0,141	−0,048	0,009	0,044	0,059	0,057	0,048	0,037	0,027	0,018	0,011
1	0,128	0,342	0,517*	−0,320	−0,190	−0,096	−0,028	0,013	0,031	0,041	0,043	0,037	0,030	0,024
1,4	0,065	0,194	0,334	0,496*	−0,344	−0,212	−0,110	−0,039	0,002	0,028	0,041	0,043	0,040	0,035
1,8	0,024	0,091	0,192	0,327	0,488*	−0,353	−0,217	−0,114	−0,046	0,002	0,030	0,042	0,046	0,044
2,2	−0,002	0,022	0,090	0,192	0,328	0,489*	−0,349	−0,213	−0,113	−0,040	0,008	0,034	0,047	0,050

$H = 1{,}6\ L$ $\overline{M}$

α \ ξ	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	−0,163	−0,291	−0,307	−0,275	−0,221	−0,161	−0,104	−0,050	−0,015	0,014	0,031	0,040	0,048	0,049
0,2	0,032	−0,135	−0,195	−0,199	−0,173	−0,134	−0,093	−0,051	−0,017	0,011	0,029	0,040	0,045	0,048
0,6	0,021	0,182	0,036	−0,047	−0,081	−0,089	−0,075	−0,055	−0,034	−0,010	0,005	0,021	0,028	0,032
1	0,013	0,111	0,283	0,124	0,023	−0,032	−0,055	−0,057	−0,049	−0,034	−0,016	0,001	0,014	0,024
1,4	0,006	0,059	0,164	0,328	0,159	−0,052	−0,013	−0,039	−0,046	−0,042	−0,025	−0,009	0,010	0,022
1,8	0,002	0,025	0,079	0,181	0,324	0,172	0,059	−0,006	−0,036	−0,044	0,036	−0,022	−0,004	0,013
2	−0,001	0,001	0,023	0,077	0,180	0,341	0,170	0,060	−0,003	−0,032	−0,038	−0,027	−0,012	0,008

Продолжение табл. 14

$H = 3{,}2\ L$ $\overline{p}$

α \ ξ	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	1,920	0,529	0,253	0,106	0,014	−0,022	−0,037	−0,048	−0,042	−0,037	−0,026	−0,024	−0,022	−0,018
0,2	1,653	0,527	0,296	0,152	0,067	0,017	−0,007	−0,022	−0,027	−0,025	−0,020	−0,019	−0,018	−0,016
0,6	1,131	0,513	0,369	0,256	0,157	0,099	0,056	0,026	0,007	−0,003	−0,005	−0,009	−0,011	−0,013
1	0,707	0,417	0,419	0,342	0,256	0,183	0,123	0,075	0,045	0,023	0,011	0,002	−0,005	−0,009
1,4	0,392	0,313	0,362	0,402	0,347	0,270	0,196	0,134	0,087	0,054	0,032	0,016	0,004	−0,004
1,8	0,180	0,212	0,285	0,359	0,403	0,354	0,276	0,200	0,141	0,094	0,060	0,035	0,017	0,003
2,2	0,038	0,139	0,209	0,285	0,359	0,405	0,356	0,276	0,206	0,144	0,097	0,062	0,036	0,014

$H = 3{,}2\ L$ $\overline{Q}$

α \ ξ	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	0,616	−0,126	−0,030	0,102	0,126	0,125	0,113	0,096	0,078	0,062	1,049	0,039	0,030	0,022
0,2	0,330*	−0,234	−0,069	0,020	0,066	0,081	0,084	0,078	0,068	0,057	0,048	0,040	0,033	0,026
0,6	0,226	0,554*	−0,269	−0,144	−0,062	−0,010	0,021	0,037	0,043	0,045	0,043	0,040	0,036	0,032
1	0,141	0,363	0,532*	−0,314	−0,194	−0,107	−0,046	−0,006	0,018	0,031	0,038	0,040	0,040	0,037
1,4	0,078	0,219	0,354	0,507*	−0,343	−0,219	−0,126	−0,060	−0,016	0,013	0,030	0,040	0,042	0,044
1,8	0,036	0,114	0,214	0,343	0,495*	−0,353	−0,227	−0,132	−0,064	−0,017	0,014	0,033	0,043	0,047
2,2	0,007	0,043	0,113	0,212	0,341	0,494*	−0,354	−0,228	−0,132	−0,062	−0,014	0,018	0,038	0,048

$H = 3{,}2\ L$ M

α \ ξ	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,8	5	5,4
0	−0,162	−0,283	−0,295	−0,266	−0,218	−0,168	−0,122	−0,079	−0,044	−0,016	0,005	0,024	0,037	0,046
0,2	0,033	−0,126	−0,181	−0,187	−0,170	−0,137	−0,105	−0,072	−0,044	−0,019	0,003	0,020	0,034	0,044
0,6	0,022	0,192	0,051	−0,030	−0,069	0,081	−0,079	−0,066	−0,050	−0,033	−0,014	0,002	0,018	0,030
1	0,014	0,122	0,301	0,148	0,047	−0,009	−0,041	−0,050	−0,046	−0,037	−0,022	−0,006	0,009	0,026
1,4	0,008	0,070	0,183	0,354	0,188	0,078	0,010	−0,025	−0,041	−0,040	−0,029	−0,016	0,000	0,019
1,8	0,004	0,033	0,098	0,207	0,374	0,202	0,089	0,019	−0,019	−0,038	−0,035	−0,026	−0,007	0,009
2,2	0,001	0,009	0,038	0,103	0,211	0,378	0,206	0,092	0,021	−0,017	−0,030	−0,030	−0,017	0,002

Продолжение табл. 14

$H = 6{,}4\ L$ $\qquad \overline{p}$

α	ξ = 0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	1,946	0,524	0,245	0,093	0,009	—0,029	—0,040	—0,048	—0,040	—0,034	—0,026	—0,020	—0,014	—0,010
0,2	1,678	0,522	0,288	0,139	0,061	0,010	—0,010	—0,023	—0,025	—0,023	—0,019	—0,015	—0,011	—0,010
0,6	1,158	0,510	0,361	0,245	0,150	0,093	0,052	0,023	0,007	—0,001	—0,004	—0,006	—0,006	—0,008
1	0,734	0,414	0,413	0,333	0,249	0,176	0,118	0,073	0,044	0,024	0,011	0,004	0	—0,004
1,4	0,419	0,312	0,356	0,393	0,340	0,263	0,191	0,129	0,087	0,054	0,032	0,018	0,008	0
1,8	0,206	0,212	0,280	0,352	0,396	0,347	0,270	0,195	0,138	0,092	0,059	0,036	0,020	0,006
2,2	0,063	0,141	0,205	0,279	0,353	0,400	0,349	0,271	0,202	0,141	0,097	0,062	0,037	0,017

$H = 6{,}4\ L$ $\qquad \overline{Q}$

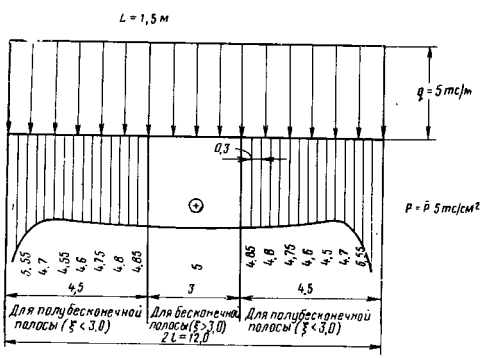
α	ξ = 0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	—0,611	—0,117	—0,037	0,105	0,125	0,121	0,107	0,090	0,072	0,057	0,050	0,036	0,029	0,024
0,2	0,385*	—0,224	—0,062	0,023	0,063	0,080	0,077	0,071	0,061	0,052	0,043	0,036	0,031	0,020
0,6	0,231	0,565*	—0,261	—0,140	—0,061	—0,012	0,017	0,032	0,037	0,039	0,038	0,038	0,036	0,034
1	0,147	0,377	0,542*	—0,309	—0,192	—0,107	—0,049	—0,011	0,013	0,027	0,034	0,037	0,038	0,030
1,4	0,084	0,230	0,364	0,513*	—0,340	—0,220	—0,129	—0,064	—0,021	—0,008	0,025	0 034	0,037	0,030
1,8	0,041	0,124	0,223	0,349	0,499*	—0,353	—0,229	—0,136	—0,070	—0,024	0,007	0,026	0,037	0,040
2,2	0,012	0,053	0,122	0,219	0,345	0,496*	—0,354	—0,230	—0,136	—0,067	—0,020	0,011	0,033	0,040

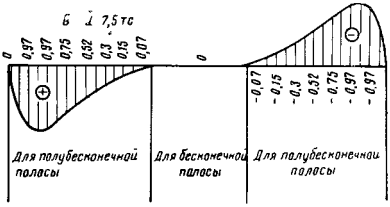
$H = 6{,}4\ L$ $\qquad \overline{M}$

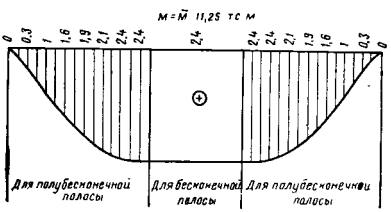
α	ξ = 0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4
0	—0,161	0,279	—0,289	—0,257	—0,209	—0,159	—0,115	—0,075	—0,043	—0,016	0,003	0,020	0,032	0,044
0,2	0,034	—0,122	—0,175	—0,180	—0,161	—0,132	—0,102	—0,072	—0,047	—0,024	—0,005	0,009	0,023	0,032
0,6	0,023	0,195	0,059	—0,018	—0,057	—0,071	—0,069	—0,059	—0,044	—0,030	— 0,014	0,001	0,015	0,029
1	0,015	0,127	0,310	0,159	0,059	—0,002	—0,027	—0,039	—0,037	—0,032	—0,018	—0,002	0,012	0,029
1,4	0,008	0,074	0,191	0,367	0,203	0,091	0,022	—0,016	—0,030	—0,033	—0,026	—0,014	—0,001	0,018
1,8	0,004	0,038	0,106	0,219	0,387	0,217	0,102	0,032	—0,009	—0,027	—0,029	—0,021	—0,009	0,006
2,2	0,001	0,013	0,046	0,114	0,226	0,392	0,221	0,105	0,035	—0,005	—0,021	—0,022	—0,013	0,004

Таблица 15

Безразмерные эпюры для полубесконечных полос шириной $b' = 1$ *м* при равномерно распределенной нагрузке q (в *тс/м²*)







Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений $p = \overline{p}\ q$ *тс/м²*;

поперечных сил $Q = \overline{Q}\ b'\ Lq$ *тс*;

изгибающих моментов $\overline{M} = Mb'L^2q$ *тс·м*;

$$L = h\sqrt[3]{\frac{E}{6\,E_0}}\ м$$

Продолжение табл. 15

ξ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
$\bar{p}$	—	1,32	1,11	1,00	0,94	0,92	0,91	0,91	0,92	0,93	0,95	0,95	0,96	0,96	0,97	0,97
$\bar{Q}$	0	0,09	0,13	0,14	0,13	0,12	0,10	0,09	0,07	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,00
$\bar{M}$	0	0,01	0,03	0,06	0,09	0,12	0,14	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21

При $\xi > 3$ $p = q$ $тс/м^2$; $Q = 0$; $M = 0{,}21\ b \cdot L^2 q$ $тс \cdot м$

20. Расчет бесконечной полосы, нагруженной одновременно несколькими сосредоточенными силами и моментами, а также равномерной нагрузкой

Определяем общую приведенную длину полосы:

$$\lambda = \frac{2l}{L} \tag{95}$$

и округляем ее до четного числа десятых. Условно перемещаем все сосредоточенные нагрузки (см. пп. 7 и 17) до ближайших к месту их приложения сечений, имеющих приведенное расстояние α до концов полосы с четным числом десятых.

Далее вычисления ведутся по схеме, приведенной в п. 12 для полос конечной длины, с заменой в этой схеме первых двух столбцов (x и ξ) столбцами:

x	$\xi_л$	ξ_r	. . .	ξ_s	$\xi_п$

В этих столбцах величины x — действительные расстояния от левого конца полосы до сечений, для которых могут быть определены расчетные ординаты эпюры. Сечения эти следующие:

$$x = 0{,}0\,L;\ 0{,}2\,L;\ \ldots;\ 2\,L\ м.$$

Во втором столбце стоят приведенные абсциссы указанных сечений, отсчитываемые от начала координат, которое принимается в левом конце полосы:

$$\xi = 0{,}0;\ 0{,}2;\ \ldots;\ \lambda.$$

Этими приведенными абсциссами следует пользоваться для определения безразмерных величин (например, $\bar{p}_{P_i}$, $\bar{p}_{m_i}$ и $\bar{p}_q$ при вычислении эпюры реактивных давлений) по таблицам для полубесконечной полосы: табл. 11 и 14 при сосредоточенных нагрузках и табл. 13 при сосредоточенных моментах, приложенных вблизи левого конца полосы ($\alpha_{iл} < 2$), а также табл. 15 при равномерной распределенной нагрузке, если сечение находится вблизи левого конца полосы.

Следующие приведенные абсциссы от ξ_r до ξ_s относятся к расчету эпюр от тех сосредоточенных нагрузок, которые приложены далеко от обоих концов полосы ($\alpha_{iл} > 2, |\alpha_{iп}| > 2, r < i < s$; нумерация нагрузок по i ведется в порядке их приложения слева направо). Так как начало координат для этих нагрузок, согласно схеме бесконечно длинной балки, находится в нагруженных сечениях, в соответствующих столбцах будут стоять величины (сверху вниз):

$$\xi_i = -\alpha_{i\,л};\ -\alpha_{i\,л} + 0{,}2;\ \ldots;\ 0{,}0;\ \ldots;\ \lambda - \alpha_{i\,л}.$$

По этим абсциссам расчет проводится при помощи таблиц для бесконечно длинной полосы (табл. 10 и 12).

Наконец, в последнем столбце проставляются абсциссы для использования таблиц, относящихся к полубесконечной полосе при сосредоточенных нагрузках, приложенных вблизи правого конца полосы ($|\alpha_{ш}| < 2$), а также для установления эпюр в правой половине полосы от равномерной нагрузки. Этими абсциссами будут

$$\xi_п = -\lambda;\ -(\lambda - 0{,}2);\ \ldots;\ 0$$

(те же абсциссы, что и в столбце $\xi_л$, но с обратным знаком и в обратном порядке). Значения $\xi_п$ используются для выписки данных в табл. 11, 13, 14, 15.

Выписав в следующие столбцы первой части А схемы, приведенной в п. 12 безразмерные величины для каждой из нагрузок в соответствии с системой отсчета ξ, установленной для этой нагрузки, производим действия по второй части Б схемы, подобные тем, которые разъяснялись в п. 12. Формулы и правила знаков для перехода от безразмерных эпюр к действительным приведены в пп. 16—19.

При вычислении суммарных эпюр поперечных сил и изгибающих моментов у концов полосы (вследствие замены в расчете реальной полосы конечной длины бесконечной полосой) получаются ординаты эпюр, отличные от нуля. В эпюре поперечных сил эта погрешность получается очень незначительной. Для ее исправления достаточно заменить небольшие, отличные от нуля, значения Q на концах полосы нулевыми. Чтобы установить окончательную эпюру моментов, надо внести в отношении сечений, находящихся вблизи концов, более значительную поправку. Для этой цели вводим перед последним столбцом схемы Б вычисления изгибающих моментов (п. 12) еще один дополнительный столбец. В верхней части этого столбца при значениях $\xi_л < 2$ выписываем поправки к значениям моментов вблизи левого конца, определяемые формулой

$$\Delta_л = -M'_{\Sigma л}(1 - 0{,}5\,\xi_л), \qquad (96)$$

где $M'_{\Sigma л}$ — предварительное (до введения поправки) суммарное, отличное от нуля, значение момента у левого конца (при $\xi = 0$). При значениях $\xi_л > 2$ принимается $\Delta_л = 0$.

Точно такая же поправка вносится (для исправления эпюры вблизи правого конца) в нижнюю часть добавляемого столбца. Формула для определения этой поправки $\Delta_п$ остается той же, что и для $\Delta_л$, с заменой в ней величины $M'_{\Sigma л}$ на $M'_{\Sigma п}$ (предварительное отличное от нуля значение суммарного момента на правом конце при $\xi_п = 0$) и величины $\xi_л$ на $|\xi_п|$ (абсолютное значение $\xi_п$). При $|\xi_п| > 2$ принимается $\Delta_п = 0$.

Складывая в каждой из строк схемы Б выписанные поправки с величинами всех моментов, получим окончательные, исправленные значения суммарных моментов M_Σ, которые выписываем в последнем столбце этой схемы.

Расчет длинной полосы при сложной нагрузке подробно показан в примере п. 21.

21. Пример расчета длинной полосы. Общий случай сложной нагрузки[1]

Железобетонная полоса шириной $b' = 1$ *м* и длиной $2l = 24{,}2$ *м* выделена в поперечном направлении из фундаментной плиты гидротехнического сооружения. Длина всего сооружения 160 *м*. Распределение и величины нагрузок на полосу показаны на рис 43. Толщина плиты задана: $h = 50$ *см*. Модуль упругости

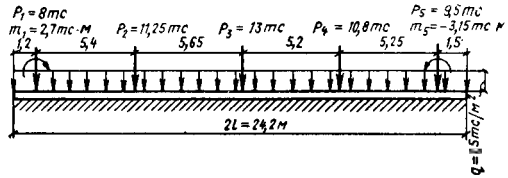


Рис. 43. Распределение и величина нагрузки на полосу в примере

бетона марки 200 $E_1 = 265 \cdot 10^3$ *кгс/см*$^2 = 265 \cdot 10^4$ *тс/м*^{2}. Основание однородное — суглинки при консистенции $B = 0{,}35$; коэффициенте пористости $\varepsilon = 0{,}65$; модуль деформации, определяемый по табл. 3а, $E_0 = 220$ *кгс/см*^{2} $= 220{,}0$ *тс/м*^{2}.

Находим повышенное значение расчетного модуля согласно указаниям части первой, главы III, §3. Принимая за условную глубину сжимаемого слоя $H = 15$ *м*, для использования табл. 6 и формулы (66) вычисляем приведенную к полуширине сооружения глубину сжимаемого слоя $H/l = 15/12{,}1 = 1{,}2$. Отношение длины сооружения к ширине $\alpha = 160/24{,}2 = 6{,}5 \approx 7$. Интерполируя, определяем значение для слоя коэффициента $\omega_{ср} = 0{,}50$. Тот же коэффициент для однородного основания при $H/l = \infty$ равен

[1] Схемой длинной полосы на упругом основании, работающей в условиях плоской задачи, приходится пользоваться для расчета таких, например, конструкций, как сплошная фундаментная плита контрфорсной плотины (в поперечном к осям контрфорсов направлении) или днище многокамерного отстойника. При этом обычно полоса бывает нагружена симметрично относительно середины, а пролеты между нагрузками равные. В примере мы нарочно выбрали более сложное распределение нагрузки, чтобы одновременно осветить ряд частных вопросов, с которыми инженер может столкнуться при расчете различных конструкций.

$\omega'_{ср} = 1{,}75$. По формуле (66) получаем

$$E'_0 = \frac{1{,}75}{0{,}5}\,220 = 770\ кгс/см^2 = 7700\ тс/м^2.$$

Чтобы убедиться, что полоса принадлежит к категории длинных, определяем, согласно пп. 4 и 5, ее показатель гибкости по формуле (74):

$$t = 10\,\frac{7700\cdot 12{,}1^3}{265\cdot 10^4\cdot 0{,}5^3} = 410.$$

В силу неравенства $t>10$ полосу при расчете на сосредоточенные воздействия следует считать длинной. Кроме того, согласно положениям п. 15, в силу неравенства $t>50$ полосу следует считать длинной и при расчете на равномерно распределенную нагрузку.

С учетом п. 15 определяем по формуле (84) характеристику полосы:

$$L = 0{,}5\sqrt[3]{\frac{265\cdot 10^4}{6\cdot 7700}} = 1{,}94\ м.$$

Вычисляем, согласно п 20, по формуле (95) общую приведенную длину полосы и округляем ее до четного числа десятых:

$$\lambda = \frac{24{,}2}{1{,}94} = 12{,}48 \approx 12{,}4.$$

Определяем приведенные расстояния от левого конца полосы до сосредоточенных нагрузок, округляя эти расстояния до четного числа десятых:

$$\alpha_1 = \frac{1{,}2}{1{,}94} = 0{,}62 \approx 0{,}6;\quad \alpha_2 = \frac{6{,}6}{1{,}94} = 3{,}4;$$

$$\alpha_3 = \frac{12{,}25}{1{,}94} = 6{,}32 \approx 6{,}4;\quad \alpha_4 = \frac{17{,}45}{1{,}94} = 9;$$

$$\alpha_5 = \frac{22{,}7}{1{,}94} = 11{,}7 \approx 11{,}6.$$

Весь дальнейший расчет ведем исходя из условного смещения нагрузок, соответствующего округленным значениям α, с учетом несколько измененной общей длины полосы:

$$2l = 12{,}4\cdot 1{,}94 = 24\ м.$$

Так как $\alpha_л<2$, то для нагрузок P и m_1 следует пользоваться соответственно табл. 11 и 13 для полубесконечной полосы.

Приведенные расстояния от обоих концов до трех средних нагрузок P_2, P_3 и P_4 больше числа 2, поэтому следует пользоваться таблицами для бесконечной полосы (табл. 10).

Наконец, для нагрузок P_5 и m_5 приведенное расстояние до правого конца $\alpha_{п\,5} = 11{,}6-12{,}4 = -0{,}8$) меньше по абсолютной

величине числа 2; поэтому для определения безразмерных величин, относящихся к этим нагрузкам, пользуемся вновь табл. 11 и 13 для полубесконечной полосы.

Для равномерной нагрузки, согласно п. 19, пользуемся табл. 15.

Выписываем полностью ход вычисления эпюры изгибающих моментов M согласно пп. 20 и 12 (см. табл. 16 и 17). Остальные эпюры определяются аналогично.

Расстояние между соседними сечениями, для которых проводился расчет, в табл. 16 и 17 было принято почти везде равным $\Delta\xi = 0{,}4$, что соответствует $\Delta x = 7{,}76$ *м*. Чтобы предусмотреть и все нагруженные сечения (вычисления для которых в таблицах подчеркнуты), в некоторых местах было принято $\Delta\xi = 0{,}2$ или $\Delta\xi = 0{,}6$. Разумеется, если не надо знать значение расчетных величин в столь большом числе точек, интервал $\Delta\xi$ можно брать бо́льшим.

Переходные формулы от безразмерных значений моментов $\overline{M}$, выписанных в табл. 16 к действительным значениям моментов M, согласно равенствам (93), (87) и (90), были следующие:

$$M_q = \overline{M}_q\cdot 1{,}5\cdot 1{,}94^2 = 5{,}63\,\overline{M}_q;$$

$$M_{P_1} = \overline{M}_{P_1}\cdot 8\cdot 1{,}94 = 15{,}6\,\overline{M}_{P_1};$$

$$M_{P_2} = \overline{M}_{P_2}\cdot 11{,}25\cdot 1{,}94 = 21{,}8\,\overline{M}_{P_2};$$

$$M_{P_3} = \overline{M}_{P_3}\cdot 13\cdot 1{,}94 = 25{,}2\,\overline{M}_{P_3};$$

$$M_{P_4} = \overline{M}_{P_4}\cdot 10{,}8\cdot 1{,}94 = 21{,}0\,\overline{M}_{P_4};$$

$$M_{P_5} = \overline{M}_{P_5}\cdot 9{,}5\cdot 1{,}94 = 18{,}4\,\overline{M}_{P_5};$$

$$M_{m_1} = 2{,}7\,\overline{M}_{m_1};\quad M_{m_5} = 3{,}15\,\overline{M}_{m_5}.$$

Знак плюс перед правой частью последнего из этих равенств объясняется тем, что в формуле (90) взят нижний знак, как для случая нагрузки моментом вблизи правого конца, и, кроме того, принято во внимание отрицательное значение m_5.

На основе получающихся предварительных значений моментов на концах полосы $M'_{\Sigma л} = -0{,}9$ *тс·м* и $M'_{\Sigma п} = -0{,}8$ *тс·м* по формуле (96) вычислены поправки

$$\Delta_л = 0{,}9\,(1 - 0{,}5\,\xi_л);\quad \Delta_п = 0{,}8\,(1 - 0{,}5\,|\xi_п|).$$

Эпюры всех расчетных величин показаны на рис. 44.

Таблица 16

К примеру расчета длинной полосы по схеме *А*

x	$\xi_л$	$\xi_в$	ξ_3	ξ_4	$\xi_п$	$\overline{M}_q$	$\overline{M}_{P_1}$	$\overline{M}_{P_2}$	$\overline{M}_{P_3}$	$\overline{M}_{P_4}$	$\overline{M}_{P_5}$	$\overline{M}_{m_1}$	$\overline{M}_{m_2}$
0,0	0,0	—3,4	—	—	—	0	0	—0,04	—	—	—	0	—
0,8	0,4	—3,0	—	—	—	0,03	0,12	—0,05	—	—	—	—0,13	—
1,2	0,6	—2,8	—	—	—	0,06	0,22	—0,05	—	—	—	—0,23*	—
1,9	1,0	—2,4	—	—	—	0,12	0,08	—0,05	—	—	—	0,37	—
2,7	1,4	—2,0	—	—	—	0,16	0,00	—0,04	—	—	—	0,39	—
3,5	1,8	—1,6	—	—	—	0,18	—0,05	—0,02	—	—	—	0,25	—
4,3	2,2	—1,2	—	—	—	0,20	—0,07	0,02	—	—	—	0,15	—
5,0	2,6	—0,8	—3,8	—	—	0,21	—0,07	0,10	—0,04	—	—	0,08	—
5,8	3,0	—0,4	—3,4	—	—	0,21	—0,07	0,21	—0,04	—	—	0,03	—
6,5	3,4	0,0	—3,0	—	—	0,21	—0,06	0,38	—0,05	—	—	0,01	—
7,4	3,8	0,4	—2,6	—	—	0,21	—0,05	0,21	—0,05	—	—	—0,01	—
8,1	4,2	0,8	—2,2	—	—	0,21	—	0,10	—0,05	—	—	—	—
8,9	4,6	1,2	—1,8	—	—	0,21	—	0,02	—0,03	—	—	—	—
10,1	5,2	1,8	—1,2	—3,8	—	0,21	—	—0,03	0,02	—0,04	—	—	—
10,9	5,6	2,2	—0,8	—3,4	—	0,21	—	—0,05	0,10	—0,04	—	—	—
11,6	6,0	2,6	—0,4	—3,0	—	0,21	—	—0,05	0,21	—0,05	—	—	—
12,4	6,4	3,0	0,0	—2,6	—	0,21	—	—0,05	0,38	—0,05	—	—	—

Продолжение табл. 16

12,8	6,6	3,2	0,2	—2,4	—	0,21	—	—0,05	0,29	—0,05	—	—	—
13,6	7,0	3,6	0,6	—2,0	—	0,21	—	—0,04	0,15	—0,04	—	—	—
14,4	7,4	4,0	1,0	—1,6	—	0,21	—	—0,03	0,06	—0,02	—	—	—
15,1	7,8	—	1,4	—1,2	—	0,21	—	—	0,00	0,02	—	—	—
15,9	8,2	—	1,8	—0,8	—	0,21	—	—	—0,03	0,10	—	—	—
16,7	8,6	—	2,2	—0,4	—3,8	0,21	—	—	—0,05	0,21	—0,05	—	—0,01
17,5	9,0	—	2,6	0,0	—3,4	0,21	—	—	—0,05	0,38	—0,06	—	—0,01
17,8	9,2	—	2,8	0,2	—3,2	0,21	—	—	—0,05	0,29	—0,06	—	0,02
18,6	9,6	—	3,2	0,6	—2,8	0,21	—	—	—0,05	0,15	—0,06	—	0,06
19,4	10,0	—	3,6	1,0	—2,4	0,21	—	—	—0,04	0,06	—0,05	—	0,13
20,2	10,4	—	4,0	1,4	—2,0	0,19	—	—	—0,03	0,00	—0,02	—	0,22
21,0	10,8	—	—	1,8	—1,6	0,17	—	—	—	—0,03	0,04	—	0,34
21,7	11,2	—	—	2,2	—1,2	0,14	—	—	—	—0,05	0,13	—	0,51
22,5	11,6	—	—	2,6	—0,8	0,09	—	—	—	—0,05	0,27	—	—0,30*
23,3	12,0	—	—	3,0	—0,4	0,03	—	—	—	—0,05	0,10	—	—0,13
24,0	12,4	—	—	3,4	0,0	0	—	—	—	—0,04	0	—	0

Таблица 17

К примеру расчета длинной полосы по схеме Б

$\xi_л$	M_q	M_{P_1}	M_{P_2}	M_{P_3}	M_{P_4}	M_{P_5}	M_{m_1}	M_{m_2}	Δ	M_Σ
0,0	0	0	—0,9	—	—	—	0	—	0,9	0
0,4	0,2	1,9	—1,1	—	—	—	—0,4	—	0,7	1,3
0,6	0,3	3,4	—1,1	—	—	—	—0,6/2,1	—	0,6	2,6/5,3
1,0	0,7	1,2	—1,1	—	—	—	1,5	—	0,4	2,7
1,4	0,9	0,0	—0,9	—	—	—	1,0	—	0,3	1,3
1,8	1,0	—0,8	—0,4	—	—	—	0,7	—	0,1	0,6
2,2	1,1	—1,1	0,4	—	—	—	0,4	—	—	0,8
2,6	1,2	—1,1	2,2	—1,0	—	—	0,2	—	—	1,5
3,0	1,2	—1,1	4,6	—1,0	—	—	0,1	—	—	3,8
3,4	1,2	—0,9	8,3	—1,3	—	—	0,0	—	—	7,3
3,8	1,2	—0,8	4,6	—1,3	—	—	0,0	—	—	3,7
4,2	1,2	—	2,2	—1,3	—	—	—	—	—	2,1
4,6	1,2	—	0,4	—0,8	—	—	—	—	—	0,8
5,2	1,2	—	—0,6	0,5	—0,8	—	—	—	—	0,3
5,6	1,2	—	—1,1	2,5	—0,8	—	—	—	—	1,8
6,0	1,2	—	—1,1	5,3	—1,0	—	—	—	—	4,4
6,4	1,2	—	—1,1	9,6	—1,0	—	—	—	—	8,7
6,6	1,2	—	—1,1	7,3	—1,0	—	—	—	—	6,4
7,0	1,2	—	—0,9	3,8	—0,8	—	—	—	—	3,3
7,4	1,2	—	—0,7	1,5	—0,4	—	—	—	—	1,6
7,8	1,2	—	—	0,0	0,4	—	—	—	—	1,6
8,2	1,2	—	—	—0,8	2,1	—	—	—	—	2,5
8,6	1,2	—	—	—1,3	4,4	—0,9	—	0,0	—	3,4
9,0	1,2	—	—	—1,3	8,0	—1,1	—	0,0	—	6,8
9,2	1,2	—	—	—1,3	6,1	—1,1	—	0,1	—	5,0
9,6	1,2	—	—	—1,3	3,1	—1,1	—	0,2	—	2,1
10,0	1,2	—	—	—1,0	1,3	—0,9	—	0,4	—	1,0
10,4	1,1	—	—	—0,8	0,0	—0,4	—	0,7	0	0,6
10,8	1,0	—	—	—	—0,6	0,7	—	1,1	0,2	2,4
11,2	0,8	—	—	—	—1,0	2,4	—	1,6	0,3	4,1
11,6	0,5	—	—	—	—1,0	5,0	—	2,2/—0,9	0,5	7,2/4,1
12,0	0,2	—	—	—	—1,0	1,8	—	—0,4	0,6	1,2
12,4	0	—	—	—	—0,8	0	—	0	0,8	0

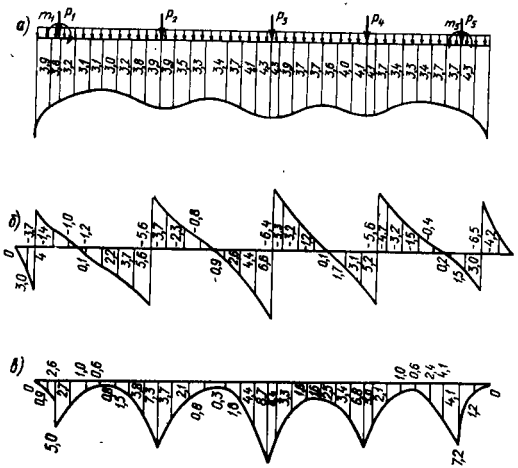


Рис. 44 Результаты расчета примера длинной полосы
а — эпюра реактивных давлений *p*, *тс/м²*; *б* — эпюра поперечных сил *Q*, *тс*; *в* — эпюра изгибающих моментов *M*, *тс см*

Глава II. ОБЩИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОЛОС НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ

В этой главе кратко изложен метод автора, на основе которого были составлены таблицы, помещенные в первом издании книги и в книге [25]; даны необходимые сведения о расчете полос в более сложных случаях, когда одних таблиц для расчета недостаточно.

Сведения об общем методе расчета полос в условиях плоской задачи теории упругости приводятся в § 1*.

Материалы § 2 позволяют провести расчет полосы практически почти при любой сложной нагрузке и установить не только реактивные давления и усилия в полосе, как при расчете по таблицам, но также и деформации полосы, что дает возможность решить более сложную задачу о раме на упругом основании*.

Пример расчета такой рамы приведен в § 3, он может быть использован также для ознакомления с практическими приемами построения эпюр расчетных величин для любого другого случая расчета полосы.

* Подробно метод изложен в статье [24].

§ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА

Принимаем, что рассчитывается полоса шириной $b' = 1$ *м*, работающая в условиях плоской задачи (см. рис. 4, *а* и 36, *а*). Полоса лежит на поверхности упругого однородного основания и несет любую вертикальную и моментную нагрузку. Трением между полосой и основанием пренебрегается.

Если расчет ведется для балки, основание которой работает в условиях плоского напряженного состояния (см. введение, рис. 4, *б*), весь ход расчета будет тем же, что и при расчете полосы, но во всех выкладках следует положить $\nu_0^2 = 0$ и $\nu_1^2 = 0$.

Метод использует две основные формулы. Первая из них — дифференциальное уравнение изгиба полосы, которое в приведенных абсциссах имеет вид

$$\frac{E_1 J}{(1-\nu_1^2)\, b'\, l^4}\, Y^{IV}(\xi) = q(\xi) - p(\xi), \qquad (97)$$

где $\frac{E_1 J}{b'(1-\nu_1^2)} = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_1^2)}$ — цилиндрическая жесткость полосы в *тс·м*; Y — прогиб полосы; $\xi = x/l$ — приведенная абсцисса сечения полосы, причем x — действительная абсцисса с началом отсчета в середине полосы (рис. 45); $p(\xi)$ — реактивное давление грунта; $q(\xi)$ — распределенная внешняя нагрузка.

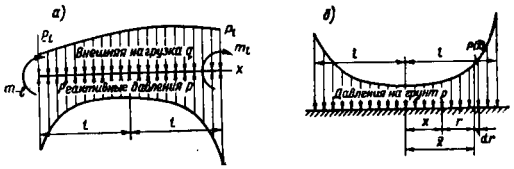


Рис. 45. Схема нагрузок и обозначений
а — для полосы; *б* — для основания

* С задачей о расчете рам на упругом основании в условиях плоской задачи приходится иметь дело главным образом при расчете конструкций тоннелей.

Вторая формула представляет собой уравнение перемещений (осадок) поверхности грунта при нагрузке ее давлением, передаваемым полосой, равным по абсолютной величине реактивному давлению грунта на полосу. Выражение осадок грунта в условиях плоской задачи при давлениях на грунт p (в $тс/м^2$), непрерывно распределенных под всей полосой, получают интегрированием формулы (11) перемещений поверхности упругого полупространства от нагрузки P' (в $тс/м$), распределенной по бесконечной прямой (см. рис. 5, *а*). В приведенных абсциссах это уравнение после замены $P'=lp(\bar{\xi})d\xi$ имеет вид

$$w(\xi) = -\frac{2l(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\int_{-(1+\xi)}^{(1-\xi)} p(\bar{\xi})\ln\rho\, d\varphi + C, \qquad (98)$$

где $w(\xi)$ — перемещение (осадка) поверхности основания; $\xi=x/l$ — приведенная абсцисса перемещающейся точки поверхности; $\rho=r/l$ — приведенное расстояние между перемещающейся точкой основания и элементов давлений $p(\bar{\xi})d\bar{\xi}$ (см. рис. 45, *б*); $\bar{\xi}=\bar{x}/l$ — приведенная абсцисса элемента давлений на грунт; как видно из рис. 45, *б*, $\bar{x}=x+r$, откуда

$$\bar{\xi}=\xi+\rho;\ d\bar{\xi}=d\varphi,$$

где E_0, ν_0 — модуль деформации и коэффициент Пуассона грунта; C — произвольная постоянная, значение которой при решении задачи не может быть установлено (см. часть первую, главу I, § 3).

Задача заключается в том, чтобы найти закон распределения реактивных давлений $p(\xi)$, удовлетворяющий следующим требованиям:

а) реактивные давления и внешняя нагрузка на полосу должны вместе удовлетворять двум условиям статики, т. е. полоса должна быть уравновешенной;

б) прогибы полосы должны совпадать с осадкой поверхности грунта под полосой.

Представим искомый закон распределения реактивных давлений $p(\xi)$ в виде бесконечного степенного ряда

$$p(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + \ldots + a_n\xi^n + \ldots, \qquad (99)$$

где a_i — неизвестные коэффициенты в $тс/м^2$, которые должны быть определены исходя из требования пп. «а» и «б».

Для этой цели подставляем в уравнения (97) и (98) выражение (99) и интегрированием определяем выражения $Y(\xi)$ и $w(\xi)$ также через бесконечные степенные ряды. Затем, исходя из требования тождества $Y(\xi)=w(\xi)$, приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях ξ в этих выражениях. К полученным таким образом уравнениям прибавляем, исходя из требования п. «*а*», еще два уравнения статики,

которые также будут содержать неизвестные a_i. Совокупность всех этих уравнений составит две бесконечные системы уравнения: отдельно относительно a_i с четными индексами i и отдельно относительно a_i с нечетными индексами i.

Для приближенного решения этих систем из них выделяют так называемые укороченные системы, представляющие собой первые $n+1$ уравнений относительно $n+1$ первых неизвестных: $a_0, a_1, \ldots, a_n$; другие уравнения, содержащие остальные неизвестные, отбрасывают. Пробные подсчеты показали, что для соблюдения достаточной точности решения можно воспользоваться системами из шести и пяти уравнений, т. е. определять закон реактивных давлений через полином десятой степени, что и было выполнено при составлении таблиц, помещенных в первом издании книги.

Укороченные системы уравнений для всех случаев нагрузки имеют одинаковые левые части, построенные по довольно простому закону, причем бо́льшая часть их элементов будет постоянная, а меньшая будет линейно зависеть от показателя гибкости полосы (74). Нагрузка определяет только правую часть уравнений, т. е. свободные члены.

Определение свободных членов для случая внешней нагрузки, распределенной по непрерывному закону по всей длине полосы или приложенной в виде сосредоточенных воздействий у концов полосы (см. рис. 45, *а*), не представляет никаких затруднений. Значительно сложнее решить задачу для случаев распределенной на участке нагрузки или в виде сосредоточенных сил и моментов, приложенных где-либо внутри пролета полосы (рис. 46), так как в этих случаях нельзя написать уравне-

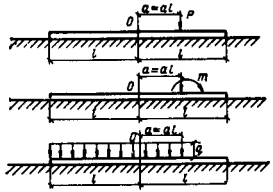


Рис. 46. Случаи сосредоточенных и прерывной нагрузок на полосу

ние прогибов полосы, действительное для полосы в целом. Так, в случае нагрузки полосы сосредоточенной силой на приведенном расстоянии α от середины выражение для прогибов правой (от нагруженного сечения) части полосы будет отличаться от прогибов левой части членом $-\frac{Pl^3}{6E_1J}(\xi-\alpha)^3$, который мы назвали особым.

Чтобы написать выражение для прогибов в виде уравнения, хотя бы и приближенного, но все же действительного для полосы в целом, и тем самым сделать возможным получение необходимых уравнений из приравнивания прогибов полосы осадкам грунта при прерывной и сосредоточенной нагрузке, мы ввели в уравнение прогибов полосы такую функцию, которая обращалась бы в нуль для всей левой части полосы и была бы равна особому члену для правой части. Эту функцию приближенно можно представить при помощи некоторого интерполяционного полинома (степенного многочлена) степени m относительно ξ. Коэффициенты этого полинома определялись нами из условия обращения его значений в нуль для ряда равноотстоящих точек, лежащих слева от нагруженного сечения, и приравнивая его значения величине особого члена в подобных же точках, лежащих правее этого сечения[1].

Нами были выбраны полиномы десятой степени и вычислены готовые значения этих полиномов для случаев сосредоточенных нагрузок, приложенных в любой из 21 точки, отстоящих друг от друга на расстоянии 0,1 l. Благодаря этому удалось свести расчет балок на упругом основании при всех обычных в практике нагрузках к решению двух систем из шести и пяти неизвестных; работы по составлению систем уже почти не требуется, так как и левые части этих уравнений, и свободные члены даны в готовом виде (см. § 2). Для симметричных нагрузок расчет сводится к решению одной из систем.

Правомочность введенных нами математических приемов можно было бы обосновать при помощи теории бесконечных систем уравнений. Так, Л. В. Канторович и В. И. Крылов [75] детально исследовали решение, аналогичное нашему, предложенное Л. С. Гильманом [22] для частного случая задачи, а именно для случая симметрично нагруженной абсолютно жесткой полосы.

Однако гораздо проще и убедительнее о правильности и достаточной точности приближенного решения свидетельствует то, что определенные точно прогибы полосы и осадки грунта при найденном приближенном законе реактивных давлений действительно весьма хорошо совпадают между собой. Это иллюстрируется на примере, приведенном в главе III (см. рис. 60).

[1] Позднее мы нашли, что коэффициенты интерполяционного полинома можно установить при помощи способа наименьших квадратов; на такой основе составлены табл. 20—25. Комбинированный способ приравнивания коэффициентов в бесконечных системах и использование интерполяционных полиномов, коэффициенты которых определяются способом наименьших квадратов при решении интегродифференциальных уравнений, содержащих нерегулярные (неразложимые в степенные ряды) функции, оказался очень удобным для различного рода задач о балках и плитах на упругом основании и используется во всех наших работах, публикуемых с 1942 г. Этот метод использует в своих работах также П. И. Клубин [80].

Для радикального упрощения расчета, при котором не надо составлять и решать системы уравнений, нами были составлены таблицы, впервые опубликованные в 1939 г. [25]. Возможность составления этих таблиц основана на том, что в каждый из членов уравнений реактивных давлений входит один и тот же множитель (переходный множитель), зависящий только от внешней нагрузки и длины полосы. Это положение оказывается верным и для уравнений поперечных сил и моментов, определяемых из уравнения реактивных давлений интегрированием. Эти переходные множители имеют ту же размерность, что и соответствующие эпюры (т. е. $тс/м^2$ — для реактивных давлений, $тс$ — для поперечных сил и $тс \cdot м$ — для моментов). Поэтому, если вынести этот множитель за скобку, внутри скобки останется некоторая безразмерная функция абсциссы ξ, вид которой зависит только от показателя гибкости полосы t и от характера нагрузки, но не от величины нагрузки. Эти безразмерные функции будут не чем иным, как величинами $\bar{p}$, $\bar{Q}$ и $\bar{M}$, для которых составлены таблицы. Простым умножением табличных значений функций $\bar{p}$, $\bar{Q}$ и $\bar{M}$ на переходные множители получаются готовые действительные эпюры реактивных давлений, поперечных сил и изгибающих моментов.

§ 2. ПРАВИЛА И ФОРМУЛЫ ДЛЯ БЕСТАБЛИЧНОГО РАСЧЕТА ПОЛОС КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

1. **Составление систем уравнений.** Для расчета в условиях плоской задачи полосы конечной длины шириной $b' = 1$ *м*, выделенной в поперечном направлении из однородно нагруженной плиты (см. рис. 36, *а*) при любой нагрузке на полосу (рис. 47), необходимо иметь следующие исходные данные: длину полосы $2l$, ее толщину h, модуль упругости материала полосы E_1 (см. главу I, § 2), модуль деформации E_0 и коэффициент Пуассона ν для грунта (см. часть первую, главу III), величину и место приложения внешней нагрузки.

Основной частью расчета является определение закона реактивных давлений (в $тс/м^2$) в виде многочлена десятой степени

$$p(\xi) = (a_0 + a_2\xi^2 + a_4\xi^4 + a_6\xi^6 + a_8\xi^8 + a_{10}\xi^{10}) + \\ + (a_1\xi + a_3\xi^3 + a_5\xi^5 + a_7\xi^7 + a_9\xi^9), \qquad (100)$$

где через $\xi = \frac{x}{l}$ обозначено приведенное к полудлине полосы расстояние от середины полосы до той точки, где определяется реактивное давление; x — действительное расстояние (см. рис. 37). Начало координат для ξ таким образом расположено в середине полосы, причем положительное направление оси ξ принято вправо от середины.

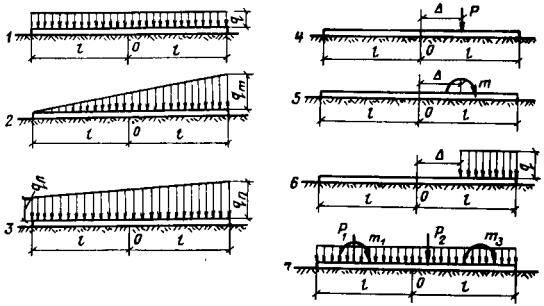


Рис. 47. Нагрузки на полосу
1—7 — типы

Коэффициенты a_i в уравнении (100) определяются в случае симметричной относительно полосы внешней нагрузки при помощи решения одной системы из шести уравнений для определения шести коэффициентов a_{2i} при четных степенях в уравнении (100) (табл. 18). Все коэффициенты при нечетных степенях a_{2i+1} в уравнении (100) в этом случае принимаются равными нулю.

В случае несимметричной нагрузки решаются порознь две системы уравнений — из шести уравнений для определения коэффициентов при четных степенях в уравнении (100) (см. табл. 18) и из пяти уравнений для определения коэффициентов при нечетных степенях (см. табл. 19).

Таблица 18

Система уравнений для определения коэффициентов a_{2i} при четных степенях ξ

№ уравнения	a_0	a_2	a_4	a_6	a_8	a_{10}	Свободный член (в правой части)
0	1,0000	0,3333	0,2000	0,1429	0,1111	0,0909	S_0
2	K_0	K_2	K_4	K_6	K_8	K_{10}	S_2+R_2
4	L_0	1,0000	−1,0000	−0,3333	−0,2000	−0,1429	R_4
6	0,2000	L_2	1,0000	−1,0000	−0,3333	−0,2000	R_6
8	0,1429	0,2000	L_4	1,0000	−1,0000	−0,3333	R_8
10	0,1111	0,1429	0,2000	L_6	1,0000	−1,0000	R_{10}

Таблица 19

Система уравнений для определения коэффициентов a_{2i+1} при нечетных степенях ξ

№ уравнения	a_1	a_3	a_5	a_7	a_9	Свободный член (в правой части)
1	0,3333	0,2000	0,1429	0,1111	0,0909	S_1
3	K_1	K_3	K_5	K_7	K_9	S_3+R_3
5	L_1	1,0000	−1,0000	−0,3333	−0,2000	R_5
7	0,2000	L_3	1,0000	−1,0000	−0,3333	R_7
9	0,1429	0,2000	L_5	1,0000	−1,0000	R_9

В этих системах нумерация уравнений связана с порядком их получения (см. § 1) и никакой роли в расчете не играет. Уравнения записаны в таблицах в сокращенной форме. Чтобы перейти к обычной записи уравнений, следует все величины, стоящие в какой-либо одной строке, перемножить на неизвестные a_i, обозначенные над ними в первой строке таблицы. Так, первое уравнение системы для определения коэффициентов при четных степенях, записанное в таблице в сокращенной форме под номером 0, в обычной записи будет иметь вид

$$a_0+0{,}3333a_2+0{,}2\,a_4+0{,}1429\,a_6+0{,}1111a_8+0{,}0909\,a_{10}=S_0.$$

Второе уравнение той же системы, записанное под номером 2, будет иметь вид

$$K_0a_0+K_2a_2+K_4a_4+K_6a_6+K_8a_8+K_{10}a_{10}=S_2+R_2$$

и т. д.

В табл. 18 и 19 приняты обозначения:

$$\left.\begin{aligned}
&K_0=1+0{,}5t; && K_1=1+0{,}25t;\\
&K_2=-1+0{,}08333t; && K_3=-1+0{,}125t;\\
&K_4=-0{,}3333+0{,}03333t; && K_5=-0{,}3333+0{,}08333t;\\
&K_6=-0{,}2000+0{,}01786t; && K_7=-0{,}2000+0{,}06250t;\\
&K_8=-0{,}1429+0{,}01111t; && K_9=-0{,}1429+0{,}05000t;\\
&K_{10}=-0{,}1111+0{,}00756t;
\end{aligned}\right\}\qquad(101)$$

$$\left.\begin{aligned}
&L_0=0{,}3333-0{,}16667t; && L_1=0{,}3333-0{,}04167t;\\
&L_2=0{,}3333-0{,}01667t; && L_3=0{,}3333-0{,}00833t;\\
&L_4=0{,}3333-0{,}00476t; && L_5=0{,}3333-0{,}00298t;\\
&L_6=0{,}3333-0{,}00198t.
\end{aligned}\right\}\qquad(102)$$

Величина t, входящая во все эти равенства, является показателем гибкости полосы. Эта величина отвлеченная и определяется формулой

$$t=\frac{(1-\nu_1^2)}{(1-\nu_0^2)}\cdot\frac{3\pi E_0 l^3}{E_1 h^3}. \qquad (103)$$

Ниже будет видно, что полосу следует рассчитывать при помощи решения систем уравнений, вообще говоря, только в том случае, если $1 < t < 10$. При $t < 1$ полоса рассчитывается как абсолютно жесткая, при $t > 10$ — как бесконечная или полубесконечная.

Значения величин S_i и R_i, входящих в свободные члены, зависят от характера нагрузки. Приводим эти значения для важнейших нагрузок.

Равномерная нагрузка q (*тс/м²*), распределенная по всей полосе (см. рис. 47,*1*): $S_0 = q$, $S_2 = t/2q$; все $R_i = 0$, кроме

$$R_4 = -\frac{t}{6} q. \tag{104}$$

Нагрузка по закону треугольника при нулевом значении у левого конца и максимальном значении $q_м$ (в *тс/м²*) у правого (см. рис. 47,*2*) или обратно:

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = \frac{q_м}{2}; \quad S_2 = \frac{t}{4} q_м; \quad S_1 = \pm \frac{q_м}{6}; \\ &S_3 = \pm \frac{t}{8} q_м; \quad R_4 = -\frac{t}{12} q_м; \\ &R_5 = \mp \frac{t}{48} q_м; \text{ остальные } R_i = 0. \end{aligned}\right\} \tag{105}$$

Верхний знак в формулах (105) берется для нагрузки, возрастающей слева направо, нижний — для убывающей.

Нагрузка по закону трапеции с крайними левой и правой ординатами $q_л$ и $q_п$ (см. рис. 47,*3*):

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = b_0; \; S_2 = \frac{t}{2} b_0; \quad S_1 = \frac{b_1}{3}; \\ &S_3 = \frac{t}{4} b_1; \quad R_4 = -\frac{t}{6} b_0; \quad R_5 = -\frac{t}{24} b_1; \\ &\text{остальные } R_i = 0; \\ &\text{здесь} \quad b_0 = \frac{1}{2}(q_п + q_л); \quad b_1 = \frac{1}{2}(q_п - q_л). \end{aligned}\right\} \tag{106}$$

Нагрузка сосредоточенной силой P (в *тс*), приложенной на расстоянии $\Delta = \alpha l$ вправо (см. рис. 47,*4*) или влево от середины полосы:

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{b' l}; \qquad S_1 = \pm \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{P}{b' l}; \\ &S_2 = \frac{(1-\alpha) t}{2} \cdot \frac{P}{b' l}; \quad S_3 = \pm \frac{t}{4} \cdot \frac{P}{b' l}; \\ &R_{2i} = \rho_{2i} t \frac{P}{b' l}; \quad R_{2i+1} = \pm \rho_{2i+1} t \frac{P}{b' l}. \end{aligned}\right\} \tag{107}$$

Значения ρ_{2i} и ρ_{2i+1} определяются в зависимости от приведенного расстояния от середины полосы до нагрузки по табл. 20 и 21. Значение α во всем расчете следует округлять до целого числа десятых (например, $\alpha = 0{,}46 \approx 0{,}5$). Интерполировать при пользовании табл. 20 и 21 (равно как и следующими табл. 22—25) не рекомендуется.

Таблица 20

Значения ρ_{2i} для нагрузок P

α	ρ_2	ρ_4	ρ_6	ρ_8	ρ_{10}
0,0	—0,0287	—0,5728	0,9737	—1,0572	0,4405
0,1	—0,0103	—0,3146	0,2782	—0,3863	0,2530
0,2	0,0305	—0,4699	0,7952	—0,8210	0,2976
0,3	0,0247	—0,2865	0,5041	—0,6520	0,2827
0,4	—0,0019	0,0234	—0,0953	—0,2909	0,2976
0,5	0,0050	—0,0437	0,1057	—0,2306	0,0893
0,6	0,0097	—0,1326	0,5353	—0,8388	0,3869
0,7	0,0182	—0,2468	0,9208	—1,2636	0,5506
0,8	0,0000	—0,0120	0,0863	—0,1664	0,0893
0,9	0,0009	—0,0175	0,0786	—0,1216	0,0595
1,0	0	0	0	0	0

Таблица 21

Значения ρ_{2i+1} для нагрузок P

α	ρ_3	ρ_5	ρ_7	ρ_9
0,1	-0,1525	—0,0115	0,2171	0,1929
0,2	—0,0357	-0,2632	0,1458	0,0000
0,3	—0,0310	0,0388	—0,4546	0,3428
0,4	0,0037	—0,0392	—0,1817	0,1286
0,5	—0,0262	0,1926	—0,5026	0,2785
0,6	0,0103	—0,0082	—0,0627	0,0214
0,7	—0,0281	0,1478	—0,2299	0,0857
0,8	0,0215	—0,1191	0,2164	—0,1286
0,9	0,0085	—0,0360	0,0495	—0,0214
1,0	0	0	0	0

Верхний знак в формулах (107) относится к случаю, когда сила приложена в середине или в правой половине полосы; нижний — к случаю, когда сила приложена в левой половине. Величина α всегда считается положительной вне зависимости от того, в какой половине приложена сила.

При действии нагрузки в середине полосы ($\alpha = 0$) составляется и решается одна система уравнений (см. табл. 18). Все коэффициенты при нечетных степенях в уравнении (100) равны нулю

Нагрузка изгибающим моментом m (в *тс·м*), приложенным на расстоянии $\Delta = \alpha l$ вправо (см. рис. 47,*5*) или влево от середи-

ны полосы и действующим по часовой стрелке:

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = 0;\ S_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{b'\,l^2};\quad S_2 = \pm\frac{t}{2}\cdot\frac{m}{b'\,l^2};\\ &S_3 = 0;\ R_{2i} = \pm\,\sigma_{2i}\,t\,\frac{m}{b'\,l^2};\ R_{2i+1} = \sigma_{2i+1}\,t\,\frac{m}{b'\,l^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (108)$$

Значения σ_{2i} и σ_{2i+1} определяются в зависимости от значения α по табл. 22 и 23 по тем же правилам, что и для сосредоточенной силы.

Верхний знак в формулах (108) относится к случаю действия момента по середине или в правой половине полосы, нижний — в левой половине. Если момент действует против часовой стрелки, все знаки в формулах (108) меняются на обратные. При действии момента в середине полосы ($\alpha=0$) составляется и решается одна система уравнений (см. табл. 19); все коэффициенты при четных степенях в уравнении (100) в этом случае равны нулю.

Таблица 22

Значения σ_i для нагрузок m

α	σ_2	σ_4	σ_6	σ_8	σ_{10}
0,1	0,2471	0,6270	0,4416	—2,8968	2,1429
0,2	0,0157	1,5053	—1,1488	—1,9450	2,1429
0,3	—0,0356	0,8863	0,6212	—3,1490	2,0982
0,4	—0,0439	0,4738	0,5384	—1,0671	0,3572
0,5	—0,0195	0,0084	0,9541	—0,6490	—0,0893
0,6	0,0061	—0,1081	0,0737	1,3356	—1,1607
0,7	0,0013	—0,0202	—0,1489	0,7057	—0,3572
0,8	0,0139	—0,1061	0,1264	0,0353	0,0447
0,9	—0,0041	0,0488	—0,1126	—0,0095	0,1205
1,0	0	0	0	0	0

Таблица 23

Значения σ_{2i+1} для нагрузок m

α	σ_3	σ_5	σ_7	σ_9
0,0	2,0573	—5,8164	7,4667	—3,1500
0,1	1,7525	—4,6024	5,8143	—2,4429
0,2	0,8763	—1,1388	1,1292	—0,4500
0,3	—0,0419	2,4002	—3,7661	1,7357
0,4	—0,7052	4,5023	—6,2750	2,7000
0,5	—0,8572	4,3504	—5,6464	2,3143
0,6	—0,3450	1,5303	—1,6309	0,6429
0,7	0,0234	—0,2080	0,4589	—0,0643
0,8	0,3856	—1,8221	2,5714	—0,9643
0,9	0,1916	—0,9232	1,3553	—0,5786
1,0	0	0	0	0

Нагрузка, равномерно распределенная по участкам. Предположим сначала, что нагрузка q (в $тс/м^2$) распределена на участке $\alpha \leqslant \xi \leqslant 1$ в правой половине полосы (см. рис. 47,*б*) или на участке $-1 \leqslant \xi \leqslant -\alpha$ в левой половине полосы. Тогда

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = \frac{1-\alpha}{2}q;\ S_1 = \pm\,\frac{1-\alpha^2}{4}q;\\ &S_2 = \frac{t}{4}(1-\alpha)^2 q;\ S_3 = \pm\,\frac{t}{4}(1-\alpha)\,q;\\ &R_{2i} = \tau_{2i}\,t\,q;\ R_{2i+1} = \pm\,\tau_{2i+1}\,t\,q. \end{aligned}\right\} \qquad (109)$$

Значения τ_{2i} и τ_{2i+1} определяются в зависимости от значения α по табл. 24 и 25 в соответствии с теми же правилами, что и для сосредоточенной силы.

Верхний знак в формулах (109) относится к нагрузке в правой половине полосы, нижний — в левой.

Таблица 24

Значения τ_{2i} для нагрузки q, распределенной на участке

α	τ_2	τ_4	τ_6	τ_8	τ_{10}
0,0	0	—0,0833	0	0	0
0,1	0,0067	—0,1118	0,2285	—0,3537	0,1711
0,2	0,0048	—0,0613	0,1391	—0,2566	0,1339
0,3	0,0044	—0,0659	0,2567	—0,4636	0,2455
0,4	0,0040	—0,0765	0,3755	—0,6808	0,3720
0,5	0,0044	—0,0674	0,2912	—0,4735	0,2418
0,6	0,0004	—0,0132	0,0785	—0,1461	0,0781
0,7	0,0011	—0,0177	0,0748	—0,1114	0,0521
0,8	0,0002	—0,0029	0,0097	—0,0110	0,0083
0,9	0,0000	—0,0001	—0,0001	0,0008	—0,0007
1,0	0	0	0	0	0

Таблица 25

Значения τ_{2i+1} для нагрузки q, распределенной на участке

α	τ_3	τ_5	τ_7	τ_9
0,0	—0,0229	—0,0818	0,0120	0,0107
0,1	—0,0082	—0,0479	—0,0403	0,0375
0,2	0,0139	—0,1110	0,1064	—0,0535
0,3	0,0141	—0,0737	0,0628	—0,0321
0,4	0,0018	0,0077	—0,0576	0,0321
0,5	0,0107	—0,0552	0,0908	—0,0590
0,6	0,0026	—0,0179	0,0403	—0,0321
0,7	0,0007	—0,0111	0,0333	—0,0268
0,8	0,0006	—0,0043	0,0099	—0,0069
0,9	—0,0001	0,0006	—0,0015	0,0011
1,0	0	0	0	0

Любое иное равномерное распределение нагрузки на участке $\pm\alpha_1 \leqslant \xi \leqslant \pm\alpha_2$ может рассматриваться как сумма равномерной нагрузки q, распределенной по всей полосе, отрицательной нагрузки $-q$, распределенной на участке $-1 < \xi < \alpha$, и отрицательной нагрузки $-q$, распределенной на участке $\pm\alpha < \xi \leqslant 1$. В этом случае значения величин S и R получаются алгебраическим суммированием значений S и R, отвечающих каждой из этих трех нагрузок (равенства (104) и (109).

Сложная нагрузка, состоящая из ряда сосредоточенных сил P_i и *моментов* m_i, приложенных в любых сечениях полосы, а также равномерно распределенной по всей полосе нагрузки q (см. рис. 47,7).

Значения S и R для этого случая получаются алгебраическим суммированием значений этих величин, установленных по формулам (107) и (108) для каждой из нагрузок P_i и m_i в отдельности и по формуле (104) для нагрузки q.

Для сложной нагрузки можно также решать системы уравнений (см. табл. 18 и 19) раздельно для каждой из составляющих нагрузок. Легко видеть, что при этом решении все действия, относящиеся к левым частям уравнений, останутся одними и теми же для каждой из нагрузок, меняются лишь вычисления, относящиеся к свободным членам. После решения систем уравнений для каждой нагрузки в отдельности, следует алгебраически сложить все коэффициенты с одним и тем же индексом; например, сложить все a_0, относящиеся к каждой из нагрузок, все a_2 и т. д. Если после этого подставить суммарные значения в уравнение (100), оно будет изображать эпюру суммарных реактивных давлений, получающихся при действии всей совокупной нагрузки (точно так же, как и при подстановке в него значений a_i, полученных при алгебраическом суммировании для вычисления свободных членов величин S и R).

Наконец, решив системы раздельно для каждой нагрузки, можно не суммировать получившиеся значения a_i, а проводить и весь дальнейший расчет раздельно для каждой из нагрузок: строить для них эпюры реактивных давлений, изгибающих моментов и т. д. с последующим суммированием эпюр.

Выбор того или иного варианта решения зависит от характера расчета. Следует сказать, что чем раньше проведено суммирование данных, относящихся к частным нагрузкам, тем меньшее число арифметических действий требует расчет; однако построение эпюр сразу от всей сложной нагрузки требует большего внимания, чем проведение раздельных расчетов.

Внутри каждой из групп формул (104)—(109), кроме формулы (106), свободные члены определяются в виде произведения безразмерных величин на одну и ту же величину размерностью в *тс/м²*; в случаях *1*, *2* и *6* этой общей величиной является q, в случае *4* — $P/b'l$, в случае *5* — $m/b'l^2$.

Этим очень удобно воспользоваться при расчете полос на действие какой-либо одной нагрузки, вводя вместо свободных членов, имеющих размерность *тс/м²*, только их безразмерные сомножители. Так, в случае *1* вместо свободных членов S_0, S_2, R_4 можно ввести члены

$$\bar{S}_0 = 1;\ \bar{S}_2 = \frac{t}{2};\ \bar{R}_4 = -\frac{t}{6}; \qquad (104')$$

в случае *4*

$$\left.\begin{aligned} &\bar{S}_0 = \frac{1}{2};\quad \bar{S}_1 = \pm\frac{\alpha}{2};\quad \bar{S}_2 = \frac{(1-\alpha)\,t}{2};\\ &\bar{S}_3 = \pm\frac{t}{4};\ \bar{R}_{2i} = \rho_{2i}\,t;\ \bar{R}_{2i+1} = \pm\rho_{2i+1}\,t. \end{aligned}\right\} \qquad (107')$$

При решении составленных таким образом систем уравнений мы получим безразмерные значения коэффициентов $\bar{a}_{2i}$ и $\bar{a}_{2i+1}$; для перехода к действительным значениям a_{2i} и a_{2i+1} эти безразмерные значения умножаются на соответствующий отброшенный множитель (например, в случае *1* — на q, в случае *4* — на $P/b'l$). Рекомендуемый способ имеет то существенное преимущество, что свободные члены в системах табл. 18 и 19 получаются примерно того же порядка, что и коэффициенты при неизвестных $\bar{a}_{2i}$ и $\bar{a}_{2i+1}$; это упрощает технику решения систем.

Однако этот способ можно еще видоизменить и после получения безразмерных коэффициентов $\bar{a}_{2i}$ и $\bar{a}_{2i+1}$ не умножать их на размерные сомножители, а ввести в уравнение (100). Тогда уравнение (100) будет представлять собой уравнение эпюры не действительных, а безразмерных реактивных давлений; для перехода к действительной эпюре следует умножить все ординаты на отброшенный размерный множитель.

Точно так же получим безразмерные эпюры изгибающих моментов, поперечных сил и т. п. В формулах следующего параграфа отброшенные размерные множители следует полагать равными единице (в случае *1* $q=1$, а в случае *4* $P/b'l=1$ и т. д.).

Безразмерные эпюры играют важную роль в расчете конструкций на упругом основании. Они позволяют решение, полученное в безразмерной форме, использовать для любой величины нагрузки q, P, m, конечно, при неизменном ее расположении. Более того, они позволяют использовать (на основании теории подобия) решение, полученное для какого-либо одного частного случая показателя гибкости полосы t, для полос самой различной длины, жесткости, разной податливости основания, но с тем же показателем гибкости t.

Далее будем постоянно пользоваться эпюрами безразмерных величин. Удобство использования безразмерных эпюр очевидно из всего содержания главы I.

Практические рекомендации о приемах составления и решения систем табл. 18 и 19 приведены в примере, помещенном в § 3. Разумеется, при ознакомлении с этим примером только в целях овладения техникой составления и решения систем уравнений следует опустить весь текст, относящийся к частным условиям рассматриваемой в нем задачи (расчета рамы на упругом основании).

2. **Вычисление эпюр.** После определения значений a_{2i} и a_{2i+1} их можно округлить, оставив, например, только одну цифру после запятой, т. е. вычисляя реактивные давления с точностью до 0,1 *тс/м*². При использовании безразмерных коэффициентов достаточно оставлять три или даже только две цифры после запятой.

Эпюры расчетных величин вычисляются по следующим формулам.

Реактивные давления $p(\xi)$ (в *тс/м*²) — по формуле (100). Степени величин ξ для вычислений как по этой формуле, так и по последующим приведены в табл. 26 и 27.

Таблица 26

Четные степени ξ

ξ	ξ^2	ξ^4	ξ^6	ξ^8	ξ^{10}	ξ^{12}
0,1	0,0100	0,0001	—	—	—	—
0,2	0,0400	0,0016	0,0001	—	—	—
0,3	0,0900	0,0081	0,0007	0,0001	—	—
0,4	0,1600	0,0256	0,0041	0,0007	0,0001	—
0,5	0,2500	0,0625	0,0156	0,0039	0,0010	0,0002
0,6	0,3600	0,1296	0,0467	0,0168	0,0060	0,0022
0,7	0,4900	0,2401	0,1176	0,0576	0,0282	0,0138
0,8	0,6400	0,4096	0,2621	0,1678	0,1074	0,0687
0,9	0,8100	0,6561	0,5314	0,4305	0,3487	0,2824

Таблица 27

Нечетные степени ξ

ξ	ξ^3	ξ^5	ξ^7	ξ^9	ξ^{11}
0,1	0,0010	—	—	—	—
0,2	0,0080	0,0003	—	—	—
0,3	0,0270	0,0024	0,0002	—	—
0,4	0,0640	0,0102	0,0016	0,0003	—
0,5	0,1250	0,0312	0,0078	0,0020	0,0005
0,6	0,2160	0,0778	0,0280	0,0101	0,0036
0,7	0,3430	0,1681	0,0824	0,0404	0,0198
0,8	0,5120	0,3277	0,2097	0,1342	0,0859
0,9	0,7290	0,5905	0,4783	0,3874	0,3138

Поперечные силы в *тс*

$$Q(\xi) = b' l \left[\frac{Q_0}{b' l} + \frac{a_1}{2}\xi^2 + \frac{a_3}{4}\xi^4 + \frac{a_5}{6}\xi^6 + \frac{a_7}{8}\xi^8 + \frac{a_9}{10}\xi^{10} + \right.$$
$$\left. + a_0\xi + \frac{a_2}{3}\xi^3 + \frac{a_4}{5}\xi^5 + \frac{a_6}{7}\xi^7 + \frac{a_8}{9}\xi^9 + \frac{a_{10}}{11}\xi^{11} + \dot{Q}(\xi) \right]. \quad (110)$$

Изгибающие моменты в *тс·м*

$$M(\xi) = b' l^2 \left[\frac{M_0}{b' l^2} + \frac{a_2}{2}\xi^2 + \frac{a_2}{12}\xi^4 + \frac{a_4}{30}\xi^6 + \frac{a_6}{56}\xi^8 + \right.$$
$$+ \frac{a_8}{90}\xi^{10} + \frac{a_{10}}{132}\xi^{12} + \frac{Q}{b' l}\xi + \frac{a_1}{6}\xi^3 + \frac{a_3}{20}\xi^5 + \frac{a_5}{42}\xi^7 +$$
$$\left. + \frac{a_7}{72}\xi^9 + \frac{a_9}{110}\xi^{11} + M(\xi) \right]. \quad (111)$$

Тангенсы углов наклона касательной к линии изгиба

$$\operatorname{tg}\varphi(\xi) = \operatorname{tg}\varphi_0 - \frac{b' l^3 (1-\nu_1^2)}{E_1 J} \left[\frac{Q}{2b' l}\xi^2 + \frac{a_1}{24}\xi^4 + \frac{a_3}{120}\xi^6 + \right.$$
$$+ \frac{a_5}{336}\xi^8 + \frac{a_7}{720}\xi^{10} + \frac{a_9}{1320}\xi^{12} + \frac{M_0}{b' l^2}\xi + \frac{a_2}{6}\xi^3 + \frac{a_2}{60}\xi^5 + \quad (112)$$
$$\left. + \frac{a_4}{210}\xi^7 + \frac{a_6}{504}\xi^9 + \frac{a_8}{990}\xi^{11} + \frac{a_{10}}{1716}\xi^{13} + \operatorname{tg}\dot{\varphi}(\xi) \right].$$

Относительные прогибы в *м*

$$\dot{Y} - \dot{Y}_0 = -\frac{b' l^4 (1-\nu_1^2)}{E_1 J} \left[\frac{M_0}{2l^2}\xi^2 + \frac{a_0}{24}\xi^4 + \frac{a_2}{360}\xi^6 + \right.$$
$$+ \frac{a_4}{1680}\xi^8 + \frac{a_6}{5040}\xi^{10} + \frac{a_8}{11880}\xi^{12} + \frac{a_{10}}{24024}\xi^{14} - \frac{E_1 J}{b' l^3 (1-\nu_1^2)} \times$$
$$\times \operatorname{tg}\varphi_0 \xi + \frac{Q_0}{6b' l}\xi^3 + \frac{a_1}{120}\xi^5 + \frac{a_3}{840}\xi^7 + \frac{a_5}{3024}\xi^9 +$$
$$\left. + \frac{a_7}{7920}\xi^{11} + \frac{a_9}{17160}\xi^{13} + \dot{Y}(\xi) \right]. \quad (113)$$

В формулах (110)—(113) Q_0, M_0, $\operatorname{tg}\varphi_0$, Y_0 означают соответственно поперечные силы, моменты, тангенс угла наклона касательной к линии изгиба и прогиб (осадку) в середине полосы. Они определяются формулами

$$\frac{Q_0}{b' l} = \frac{2S_8}{t} - \frac{a_1}{2} - \frac{a_3}{4} - \frac{a_5}{6} - \frac{a_7}{8} - \frac{a_9}{10}; \quad (114)$$

$$\frac{M_0}{b' l^2} = \frac{S_2}{t} - \frac{a_0}{2} - \frac{a_2}{12} - \frac{a_4}{30} - \frac{a_2}{56} - \frac{a_8}{90} - \frac{a_0}{132}; \quad (115)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{4(1-\nu_0^2)}{\pi E_0} \left(\frac{a_1}{1} + \frac{a_3}{4} + \frac{a_5}{5} + \frac{a_7}{7} + \frac{a_9}{9} \right). \quad (116)$$

Прогиб полосы в середине Y_0, равный осадке грунта под серединой полосы, в силу неопределенного значения постоянной в уравнении (98) не может быть установлен.

Функции $\dot{Q}(\xi)$, $\dot{M}(\xi)$, $\operatorname{tg}\varphi(\xi)$, $\dot{Y}(\xi)$ зависят от характера нагрузки.

Рассмотрим сначала случай нагрузки, распределенной по закону трапеции с крайними ординатами $q_л$ и $q_п$ (см. рис. 47, *3*). Равномерная нагрузка по всей полосе является частным случаем рассматриваемого при $q_л = q_п = q$. Нагрузка по закону треугольника тоже является частным случаем при $q_л = 0$ или $q_п = 0$.

В обозначениях (106)

$$\left.\begin{aligned}
\dot{Q}(\xi) &= -b_0\xi - \frac{b_1}{2}\xi^2;\\
\dot{M}(\xi) &= -\frac{b_0}{2}\xi^2 - \frac{b_1}{6}\xi^3;\\
\operatorname{tg}\varphi(\xi) &= -\frac{b_0}{6}\xi^3 - \frac{b_1}{24}\xi^4;\\
\dot{Y}(\xi) &= -\frac{b_0}{24}\xi^4 - \frac{b_1}{120}\xi^5.
\end{aligned}\right\} \qquad (117)$$

Рассмотрим случай сосредоточенных нагрузок в виде силы P или момента m, приложенных на приведенном расстоянии α справа или слева от середины полосы, а также случай равномерной нагрузки q, распределенной на участке, начинающемся на приведенном расстоянии α справа или слева от середины полосы и кончающемся соответственно у правого или левого конца. Предположим, что приложена только одна из этих нагрузок, и условимся во всех случаях величину α считать положительной. Значения $\dot{Q}(\xi)$, $\dot{M}(\xi)$, $\operatorname{tg}\varphi(\xi)$, $\dot{Y}(\xi)$ будут различны в зависимости от того, какой из двух участков, на которые разбивается вся полоса нагрузкой, рассматривается: больший, включающий в себя середину полосы, или меньший.

Для большего участка при любой из перечисленных нагрузок

$$\dot{Q}(\xi) = 0; \quad \dot{M}(\xi) = 0; \quad \operatorname{tg}\varphi(\xi) = 0; \quad \dot{Y}(\xi) = 0. \qquad (118)$$

Для меньшего участка:

а) при нагрузке сосредоточенной силой P

$$\dot{Q}(\xi) = +\frac{P}{b'l}; \quad \dot{M}(\xi) = \mp\frac{P}{b'l}(\xi \mp \alpha);$$

$$\operatorname{tg}\varphi(\xi) = +\frac{P}{b'l}\cdot\frac{(\xi \mp \alpha)^2}{2}; \quad \dot{Y}(\xi) = \mp\frac{P}{b'l}\cdot\frac{(\xi \mp \alpha)^3}{6}; \qquad (119)$$

б) при нагрузке изгибающим моментом m

$$\dot{Q}(\xi) = 0; \quad \dot{M}(\xi) = \pm\frac{m}{b'l^2}; \quad \operatorname{tg}\varphi(\xi) = \pm\frac{m}{b'l^2}(\xi + \alpha);$$

$$\dot{Y}(\xi) = \pm\frac{m}{b'l^2}\cdot\frac{(\xi \mp \alpha)^2}{2}; \qquad (120)$$

в) при прерывной нагрузке q

$$\dot{Q}(\xi) = +q(\xi + \alpha); \quad \dot{M}(\xi) = \mp q\frac{(\xi \mp \alpha)^2}{2};$$

$$\operatorname{tg}\varphi(\xi) = \mp q\frac{(\xi \mp \alpha)^3}{6}; \quad \dot{Y}(\xi) = +q\frac{(\xi \mp \alpha)^4}{24}. \qquad (121)$$

В формулах (119)—(121) верхние знаки относятся к нагрузке в правой половине полосы, нижние — к нагрузке в левой половине.

Формулы для $\dot{Q}(\xi)$, $\dot{M}(\xi)$, $\operatorname{tg}\varphi(\xi)$, $\dot{Y}(\xi)$ для любой сложной нагрузки могут быть получены суммированием на основании формул (117)—(121).

При обычном вычислении величин, стоящих в квадратных скобках формул (110)—(113), достаточно ограничиваться одним знаком после запятой, а при вычислении при помощи безразмерных коэффициентов a_i — двумя-тремя знаками после запятой. Поэтому в формулах (112) и (113) несколькими членами со старшими степенями ξ можно полностью пренебречь.

§ РАСЧЕТ РАМЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Прямоугольная железобетонная рама на упругом основании с консолями у нижнего ригеля, вертикальное поперечное сечение которой (рис. 48) имеет большую протяженность в перпендикулярном чертежу направлении. Выделенный для расчета в поперечном направлении элемент рамы шириной $b' = 1$ *м* принимает по верхнему ригелю равномерно распределенную нагрузку интенсивностью $q = 2$ *тс/м²*, а по нижнему ригелю — нагрузку в виде двух сосредоточенных сил по $P_1 = 10$ *тс* каждая, приложенных на расстоянии 0,79 *м* от середины пролета. Размеры стоек и ригелей даны на рис. 48. Толщина плиты ригеля $h = 0{,}6$ *м*. Момент инерции стоек и верхнего ригеля J_2 в 2 раза меньше момента инерции нижнего ригеля J_1 ($J_1 = 2J_2$). Модуль упругости железобетона $E_2 = 265 \cdot 10^4$ *тс/м²*, коэффициент Пуассона $\nu_1 = 1/6$. Расчетное значение модуля деформации основания $E_0 = 9500$ *тс/м²*, коэффициент Пуассона $\nu_1 = 0{,}3$. Построить эпюру моментов.

За основную систему принимаем статически определимую раму с разрезом посередине верхнего ригеля, где прикладываем

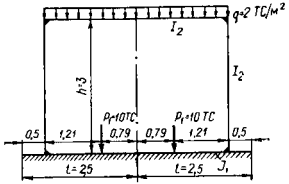


Рис. 48. Прямоугольная железобетонная рама на упругом основании

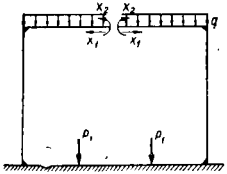


Рис. 49. Принятая в расчете основная система

два неизвестных воздействия[1]: горизонтальную силу X_1 и момент X_2. Положительное направление этих воздействий принимаем по рис. 49.

Чтобы составить канонические уравнения, определяющие по методу сил[2] неизвестные X_1 и X_2, необходимо знать величину угла поворота нижнего ригеля под стойкой.

Нижний ригель будет симметрично нагружен (помимо сил $P_1=10$ *тс*) двумя сосредоточенными силами $P_2=2\cdot 2=4$ *тс* и двумя моментами $m_2=3X_1+X_2-4$ *тс·м*, передаваемыми стойками

Рассчитываем этот ригель как полосу на упругом основании в условиях плоской деформации. Показатель гибкости полосы по формуле (103)

$$t=\frac{1-\left(\frac{1}{6}\right)^2}{1-0{,}3^2}\cdot\frac{3\pi\cdot 9500\cdot 2{,}5^3}{265\cdot 10^4\cdot 0{,}6^3}=2{,}6.$$

В силу симметрии расчет полосы сведется к составлению и решению одной системы уравнений относительно неизвестных a_{2i} (см. табл. 18). Нам эту систему придется решать для каждой из нагрузок P_1, P_2, m_2 отдельно. Поэтому вместо одного столбца для свободных членов, как это значится в табл. 18, выпишем три столбца для каждой из нагрузок в отдельности.

Согласно указаниям, приведенным в конце п. «а» предыдущего параграфа, будем определять не действительные значения

[1] Поперечная сила в разрезе равна нулю вследствие симметрии в условиях задачи.

[2] При решении выбран метод сил, так как он не увеличивает число неизвестных по сравнению с методом деформаций и в то же время более прост для изложения. Для расчета более сложных типов рам на упругом основании следует пользоваться книгой В. А. Киселева [76], разумеется, с заменой всех вычислений по методу коэффициента постели вычислением по новой теории расчета полос или балок на упругом основании.

коэффициентов a_{2i} для уравнения реактивных давлений (100), а безразмерные коэффициенты $\bar{a}_{2i}$. В связи с этим при вычислении свободных членов от нагрузок сосредоточенными силами будем пользоваться равенствами (107) и аналогичными равенствами при вычислении свободных членов от нагрузки моментами. Над каждым столбцом свободных членов, относящихся к данной нагрузке, выпишем значение трех множителей, при помощи которых осуществляется переход от безразмерных коэффициентов $\bar{a}_{2i}$ к действительным коэффициентам a_{2i}.

Значения K_{2i} и L_{2i} определялись по формулам (101) и (102) при подстановке в них значения показателя гибкости $t=2{,}6$. При составлении свободных членов величины S_i и R_{2i} для каждой из нагрузок определялись по формулам (107) и по аналогичным формулам для нагрузки моментами, которые получаются из формул (108) при $m/b'l^2=1$.

Приведенное расстояние от середины полосы до сосредоточенных сил

$$\alpha_1=\frac{0{,}79}{2{,}5}=0{,}316\approx 0{,}3.$$

Приведенное расстояние до сосредоточенных сил P_2 и моментов m_2

$$\alpha_2=\frac{2}{2{,}5}=0{,}8.$$

Учитывая, что у нас приложено не по одной нагрузке P_1, P_2 и m_2, а по две, все свободные члены умножаем на 2.

Полученную систему желательно решать на арифмометре с четырьмя знаками после запятой. В настоящее время системы быстро решаются по готовым программам на ЭВМ даже небольшой мощности типа «Проминь», а тем более «Наири». Лишь в крайнем случае может быть допущено решение на логарифмической линейке с соответствующим уменьшением числа цифр.

В нашем случае решение системы уравнений дает значения коэффициентов, приведенные в табл. 28.

Таблица 28

Результаты решения системы уравнений

$\bar{a}_{2i}$	$P_1/b'l$	$P_2/b'l$	$m_2/b'l^2$
$\bar{a}_0$	0,8682	0,5567	—0,6392
$\bar{a}_2$	—0,2887	0,6563	0,7996
$\bar{a}_4$	1,3290	0,4398	1,1409
$\bar{a}_6$	—1,8843	—0,1264	0,3407
$\bar{a}_8$	1,9412	0,8838	0,4064
$\bar{a}_{10}$	0,1738	0,6215	0,5573

Чтобы установить угол поворота полосы в точке $\xi=\alpha_2=0{,}8$ от воздействия силы P_1, обратимся к уравнению (112), подставив в него

$$a_{2i} = a_{2i}\,\frac{P}{b'\,l},$$

где a_{2i} — значения, относящиеся к этой нагрузке, приведенные в табл. 28.

Величину $\operatorname{tg}\varphi\,(\xi)$ определяем по формуле (119) при $\alpha=\alpha_1=0{,}3$. В силу симметрии в условиях задачи все члены с четными степенями ξ и свободный член в уравнении (112) обращаются в нуль. Величина $M_0/b'l^2$ определяется по формуле (115):

$$\frac{M_0}{b'\,l^2} = (0{,}7 - 0{,}4434)\,\frac{P}{b'\,l} = 0{,}2566\,\frac{P}{b'\,l}.$$

В результате[1]

$$\operatorname{tg}\varphi\,(\xi)_{P_1} = -\frac{P_1\,l^2}{E_1\,J_1}\,[0{,}2566\,\xi + 0{,}1447\,\xi^3 - 0{,}0048\,\xi^5 + 0{,}0064\,\xi^7 - 0{,}0038\,\xi^9 + 0{,}0019\,\xi^{11} + 0{,}0001\,\xi^{13} - \frac{1}{2}\,(\xi - 0{,}3)^2].$$

Подставив сюда значение $\xi=0{,}8$, при помощи табл. 27 нечетных степеней ξ вычислим

$$\operatorname{tg} Q\,(0{,}8)_{P_1} = -0{,}1538\,\frac{P_1\,l^2}{E_1\,J_1}.$$

Аналогично вычисляем и другие составляющие угла поворота, причем при нагрузке P_2

$$\frac{M_0}{b'\,l^2} = (0{,}2 - 0{,}3599)\,\frac{P_0}{b'\,l} = -0{,}1599\,\frac{P_0}{b'\,l},$$

$$\operatorname{tg}\varphi\,(\xi) = 0,$$

а при нагрузке m_2

$$\frac{M_0}{b'\,l^2} = (-1 + 0{,}2002)\,\frac{m}{b'\,l^2} = -0{,}7998\,\frac{m}{b'\,l^2},$$

$$\operatorname{tg}\varphi\,(\xi) = 0.$$

Таким образом,

$$\operatorname{tg}\varphi\,(\xi)_{P_2} = -\frac{P_2\,l^2}{E_1\,J_1}\,[-0{,}1599\,\xi + 0{,}0928\,\xi^3 + 0{,}0110\,\xi^5 + 0{,}0021\,\xi^7 - 0{,}0003\,\xi^9 + 0{,}0008\,\xi^{11} + 0{,}0004\,\xi^{13}],$$

[1] В этой и в последующих формулах примера для краткости вместо цилиндрической жесткости $\frac{E_1J_1}{1-\nu_1^2}$ значится обычная жесткость E_1J_1, что ни в какой мере не отражается на результатах решения задачи.

$$\operatorname{tg}\varphi\,(\xi)_{m_2} = -\frac{m\,l}{E_1\,J_1}\,[-0{,}7998\,\xi - 0{,}1065\,\xi^3 + 0{,}0134\,\xi^5 + 0{,}0055\,\xi^7 + 0{,}0007\,\xi^9 + 0{,}0004\,\xi^{11} + 0{,}0003\,\xi^{13}],$$

откуда

$$\operatorname{tg}\varphi\,(0{,}8)_{P_2} = 0{,}0763\,\frac{P_2\,l^2}{E_1\,J_1};$$

$$\operatorname{tg}\varphi\,(0{,}8)_{m_2} = 0{,}6887\,\frac{m_2\,l}{E_1\,J_1}.$$

После определения этих величин составление канонических уравнений

$$X_1\,a_{11} + X_2\,a_{12} + A_1 = 0;$$
$$X_1\,a_{21} + X_2\,a_{22} + A_2 = 0$$

не представляет трудностей.

В первом каноническом уравнении через a_{11} обозначено перемещение в направлении воздействия X_1 от этого же воздействия. Через a_{12} обозначено перемещение в направлении того же воздействия от воздействия X_2. Через A_1 обозначена сумма перемещений в том же направлении от внешних нагрузок P_1 и q. Во втором каноническом уравнении аналогичные обозначения относятся к перемещениям в направлении второго воздействия.

Перемещения a_{ik} слагаются из перемещений вследствие деформаций нижнего ригеля, которые обозначим b_{ik}, и деформаций остальной части рамы, которые обозначим через b_{ik}:

$$a_{ik} = \delta_{ik} + b_{ik}.$$

Величины δ_{ik} определяются по обычной формуле

$$\delta_{ik} = \Sigma \int \frac{M_i\,M_k}{EJ}\,ds,$$

где M_i и M_k — значения моментов от воздействий i и k.

Знак Σ обозначает, что суммируются интегралы от произведений моментов вдоль верхнего ригеля и вдоль стойки. Значения этих интегралов для разных типов эпюр моментов даны в справочниках.

Эпюры моментов, возникающих в верхней части рамы от воздействий X_1 и X_2, а также от нагрузки q, изображены на рис. 50—52.

Рассмотрим перемещения от воздействия X_1. Согласно эпюре моментов (рис. 50).

$$\delta_{11} = 2\,\frac{1}{3}\cdot\frac{3^2\cdot 3}{E_1\,J_2} = \frac{18}{E_1\,J_2}.$$

Множитель 2 в этом равенстве, как и во всех последующих, введен потому, что имеется не одно, а два воздействия X_1 (или X_2).

Вычисляем величину b_{11}, т. е. перемещение в направлении силы $X_1=1$ от поворота нижнего ригеля в точке $\xi=0{,}8$ под воздействием силы X_1. Воздействие силы X_1 передается нижнему ригелю (полосе) в виде приложенного в сечении $\xi=0{,}8$ момента $m=hX_1=3$, где h — высота стойки. От поворота полосы произойдет равный ему поворот стойки, и искомое перемещение будет поэтому равно углу поворота полосы в сечении $\xi=0{,}8$, умноженному на высоту стойки.

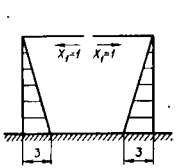


Рис. 50. Эпюра моментов от воздействия силой $X_1=1$

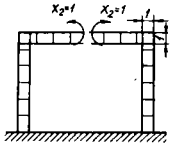


Рис. 51. Эпюра моментов от воздействия моментом $X_2=1$

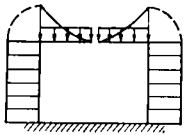


Рис. 52. Эпюра моментов от нагрузки q

Таким образом:

$$b_{11}=2\,\mathrm{tg}\,\varphi\,(0{,}8)_{m_1}h=2\cdot 0{,}6887\cdot\frac{3\cdot 2{,}5\cdot 3}{E_1J_1}=\frac{30{,}99}{E_1J_1}.$$

Принимая во внимание, что $J_2=0{,}5J_1$, вычисляем полное перемещение в направлении силы X_1, вызванное этой силой:

$$a_{11}=\delta_{11}+b_{11}=\frac{18}{E_1J_1}+\frac{30{,}99}{E_1J_1}=\frac{66{,}99}{E_1J_1}.$$

Перемещение в направлении воздействия X_2 от силы X_1 вследствие деформации верхней части рамы (см. эпюры моментов на рис. 50 и 51)

$$\delta_{21}=2\,\frac{3\cdot 3}{2E_1J_2}=\frac{9}{E_1J_2}.$$

Перемещение в направлении воздействия X_2 от момента $m_2=X_1h=3$, приложенного к полосе, будет равно углу поворота верхнего ригеля. Но поворот верхнего ригеля будет равен углу поворота полосы в точке $\xi=0{,}8$ от нагрузки моментом $m_2=3$:

$$b_{21}=2\cdot 0{,}6887\,\frac{3\cdot 2{,}5}{E_1J_1}=\frac{10{,}33}{E_1J_1}.$$

Таким образом, полное перемещение в направлении X_2 от воздействия X_1

$$a_{21}=a_{12}=\delta_{21}+b_{21}=\frac{9}{E_1J_2}+\frac{10{,}33}{E_1J_1}=\frac{28{,}33}{E_1J_2}.$$

Вычисляем перемещения в направлении воздействия X_2 от того же воздействия, т. е. величину a_{22}.

Перемещения от деформации верхней части рамы (см. эпюры моментов на рис. 51)

$$\delta_{22}=2\,\frac{3+2}{E_1J_2}=\frac{10}{E_1J_2}.$$

Перемещение в направлении X_2 от поворота нижнего ригеля в точке $\xi=0{,}8$ будет равно углу этого поворота от момента $m=X_1=1$

$$b_{22}=2\cdot 0{,}6887\,\frac{2{,}5}{E_1J_1}=\frac{3{,}44}{E_1J_1}.$$

Таким образом,

$$a_{22}=\delta_{22}+b_{22}=\frac{10}{E_1J_2}+\frac{3{,}44}{E_1J_1}=\frac{23{,}44}{E_1J_1}.$$

Остается вычислить свободные члены канонических уравнений, т. е. перемещения в направлении воздействия X_1 и X_2 от нагрузок $P_1=10$ *тс* и $q=2$ *тс/м²*.

Обозначим перемещения в направлении воздействия X_1 от нагрузки P_1 через B_{1P} и такие же перемещения от нагрузки q через B_{1q}. Полное перемещение в направлении силы X_1

$$A_1=B_{1P}+B_{1q}.$$

Аналогично обозначим перемещения от элементов внешней нагрузки в направлении воздействия X_2 с заменой индекса 1 на индекс 2.

Перемещение B_{1P} будет равно углу поворота нижнего ригеля в точке $\xi=0{,}8$ от воздействия сил $P_1=10$ *тс*, умноженному на высоту стойки $h=3$ *м*:

$$B_{1P}=2\,\mathrm{tg}\,\varphi\,(0{,}8)_{P_1h}=-2\cdot 0{,}1538\,\frac{10\cdot 2{,}5^2}{E_1J_1}\,3=-\frac{57{,}67}{E_1J_1}.$$

Перемещение B_{1q} состоит из перемещения, связанного с деформацией верхней части рамы δ_{1q}, и перемещения b_{1q} от поворота нижнего ригеля в точке $\xi=0{,}8$ от воздействия силы $P_2=4$ *тс* и момента $M=-4$ *тс·м* (момент действует против часовой стрелки). Таким образом,

$$B_{1q}=\delta_{1q}+b_{1q}.$$

Перемещение δ_{1q} находим как интеграл от произведений моментов вдоль стойки (см. рис 50 и 52):

$$\delta_{1q}=-2\,\frac{4\cdot 3}{2E_1J_2}\,3=-\frac{36}{E_1J_2}.$$

Перемещение

$$b_{1q}=2\left(\frac{4\cdot 2{,}5^2}{E_1J_1}\,0{,}0763-2\,\frac{4\cdot 2{,}5}{E_1J_1}\,0{,}6887\right)3=-\frac{71{,}20}{E_1J_1}.$$

Таким образом,

$$B_{1q} = -\frac{36}{E_1 J_2} - \frac{71{,}20}{E_1 J_1} = -\frac{143{,}20}{E_1 J_1}.$$

Величина

$$A_1 = -\frac{57{,}67}{E_1 J_1} - \frac{143{,}20}{E_1 J_1} = -\frac{200{,}87}{E_1 J_1}.$$

Определяем A_2:

$$B_{2P} = \frac{B_{1P}}{h} = -\frac{19{,}22}{E_1 J_1}.$$

Далее, согласно эпюрам на рис. 51 и 52,

$$\delta_{2q} = \frac{2}{E_1 J_2}\left(-\frac{4}{3}\ 2 - 4\cdot 3\right) = -\frac{88}{3 E_1 J_2};$$

$$b_{2q} = \frac{b_{1q}}{h} = -\frac{23{,}73}{E_1 J_1};$$

$$B_{2q} = -\frac{88}{3 E_1 J_2} - \frac{23{,}73}{E_1 J_1} = -\frac{82{,}40}{E_1 J_1};$$

$$A_2 = -\frac{19{,}22}{E_1 J_1} - \frac{82{,}40}{E_1 J_1} = -\frac{101{,}62}{E_1 J_2}.$$

Таким образом, каноническая система уравнений для нашей задачи будет иметь вид

$$66{,}99\, X_1 + 28{,}33\, X_2 = 200{,}87;$$

$$28{,}33\, X_1 + 23{,}44\, X_2 = 101{,}62.$$

Решая ее, получим

$$X_1 = 2{,}3834\ тс; \quad X_2 = 1{,}4546\ тс\cdot м.$$

К нижнему ригелю, таким образом, кроме сосредоточенных сил $P_1 = 10$ *тс* и $P_2 = 4$ *тс* приложены еще и моменты (см. рис. 53)

$$m_2 = 3\cdot 2{,}3834 + 1{,}1319 - 4 = 4{,}6048\ тс\cdot м.$$

Переходим от безразмерных значений величин $\overline{a}_{2i}$, приведенных в табл. 28, к действительным значениям a_{2i} на основе равенств:

$$\frac{P}{b' l} = \frac{10}{2{,}5} = 4; \quad \frac{P_2}{b' l} = \frac{4}{2{,}5} = 1{,}6; \quad \frac{m_2}{b' l^2} = \frac{4{,}6048}{6{,}25} = 0{,}7368.$$

Суммируя затем все a_0, все a_2 и т. д., получим следующие значения коэффициентов a_{2i} ($тс/м^2$) для уравнения реактивных давлений (100) от всей нагрузки, действующей на полосу:

$$a_0 = 3{,}8926; \qquad a_6 = -7{,}4884;$$

$$a_2 = 0{,}4845; \qquad a_8 = 9{,}4783;$$

$$a_4 = 6{,}8603; \qquad a_{10} = 2{,}1001.$$

Опуская вычисление реактивных давлений, переходим к определению изгибающих моментов в полосе (нижнем ригеле).

Чтобы написать на основе формулы (111) уравнение этих моментов, вычислим величину $M_0/b' l^2$ от суммарной нагрузки,

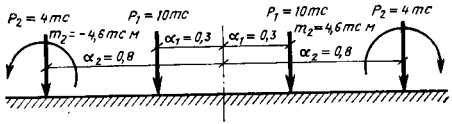


Рис. 53. Нагрузка на нижний ригель рамы

изображенной на рис. 53, используя для этого установленные ранее равенства, определяющие ту же величину в зависимости от составляющих нагрузок:

$$\frac{M_0}{b' l^2} = 0{,}2566\ \frac{10}{2{,}5} - 0{,}1599\ \frac{4}{2{,}5} - 0{,}7998\ \frac{4{,}6048}{6{,}25} =$$

$$= 0{,}1813\ тс/м^2.$$

Подставив в формулу (111) эту величину и суммарные значения коэффициентов a_{2i}, получим

$$M(\xi) = 6{,}25\ [0{,}1813 + 1{,}9463\,\xi^2 + 0{,}0404\,\xi^4 + 0{,}2287\,\xi^6 -$$

$$- 0{,}1337\,\xi^8 + 0{,}1052\,\xi^{10} + 0{,}0159\,\xi^{12} + \dot{M}(\xi)],$$

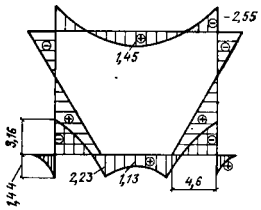


Рис. 54. Окончательная эпюра моментов в раме

причем в соответствии с равенствами (118) и (120) (для правой половины полосы)

$$\text{при}\quad \xi \leqslant 0{,}3 \qquad \dot{M}(\xi) = 0;$$

$$\text{при}\quad 0{,}3 \leqslant \xi \leqslant 0{,}8 \qquad \dot{M}(\xi) = -4\,(\xi - 0{,}3);$$

при $0{,}8 \leqslant \xi \leqslant 1$ $\quad \dot{M}(\xi) = -4(\xi - 0{,}3) - 1{,}6(\xi - 0{,}8) + 0{,}7368.$

Соответствующая эпюра изгибающих моментов (вычисленная по табл. 26 четных степеней ξ) отложена вдоль нижнего ригеля на рис. 54. На том же рисунке приведены эпюры моментов для верхнего ригеля и стоек. Эти эпюры построены элементарным путем при помощи сложения эпюр моментов от единичных воздействий X_1 и X_2, изображенных на рис. 50 и 51 и умноженных на действительные значения воздействия ($X_1 = 2{,}3834$ *тс* и $X_2 = 1{,}4546$ *тс·м*), а также эпюры от нагрузки q, приведенной на рис. 52

Глава III. РАСЧЕТ ПОЛОС НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПРИ НАИБОЛЕЕ ТИПИЧНЫХ НАГРУЗКАХ

§ 1. РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА

При расчете равномерно нагруженной полосы по гипотезе коэффициента постели реактивные давления при любой жесткости полосы тоже оказываются равномерными. Вследствие этого полоса не изгибается и изгибающие моменты по всей ее длине равны нулю.

При расчете же по теории упругости реактивные давления распределяются равномерно только при бесконечно гибкой полосе (см. верхние эпюры на рис. 55, относящиеся к показателю гибкости $t = \infty$). Для полос, характеризуемых показателем гибкости конечной величины, реактивные давления неравномерны и возрастают к краям полосы, где образуют так называемые пики. Неравномерность увеличивается с уменьшением t и при $t=0$ (абсолютно жесткая полоса) становится особо большой. Для этого случая есть формула Садовского, определяющая реактивные давления:

$$p = \frac{2q}{\pi\sqrt{1-\xi^2}}. \qquad (122)$$

Последовательным интегрированием формулы (122) при условии, что края полосы свободны, можно получить и формулы для поперечных сил и моментов:

$$Q = q b' l \left(\frac{2}{\pi} \arcsin \xi - \xi\right); \qquad (123)$$

$$M = q b' l^2 \left[\frac{2}{\pi}\left(\xi \arcsin \xi + \sqrt{1-\xi^2}\right) - \frac{\xi^2+1}{2}\right]. \qquad (124)$$

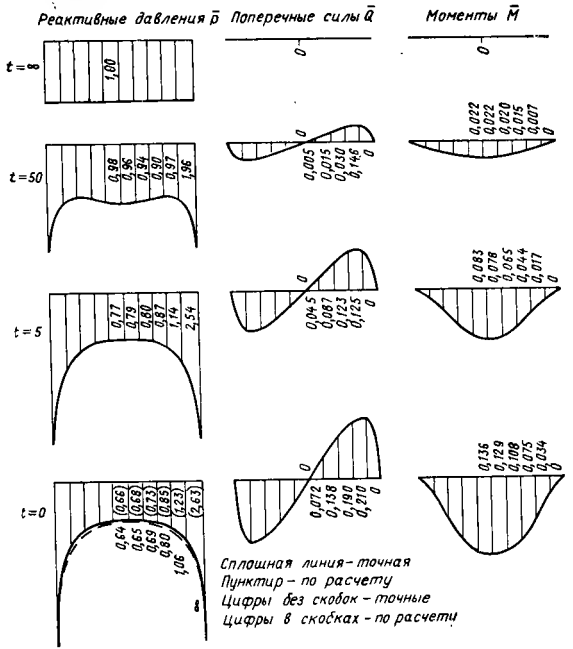


Рис. 55. Безразмерные эпюры расчетных величин для равномерно нагруженной полосы при различных показателях гибкости t

Соответствующие эпюры безразмерных величин $\bar{p}$, $\bar{Q}$ и $\bar{M}$ помещены в нижней части рис. 55. Там же на эпюре реактивных давлений пунктиром показаны результаты расчета при $t=0$ по нашему приближенному методу.

Таким образом, при равномерной нагрузке особенно велика разница в результатах расчета по старой и новой теориям. Большая разница получается и при нагрузке, приближающейся к равномерной, например, если на полосу значительной жесткости действует много сосредоточенных сил, мало отличающихся по величине и приложенных примерно на равных расстояниях друг от друга.

Экспериментальные данные, а также анализ причин аварий некоторых сооружений подтверждают неравномерность реактивных давлений; характер этой неравномерности близок к той, которую устанавливает теория упругости. Однако эта неравномерность при сохранении общего характера проявляется не так резко, как это следует из теории упругости, особенно для жестких полос. Смягчение неравномерности в распределении реактивных давлений может привести к очень значительному снижению действительного значения изгибающих моментов по сравнению с расчетным.

Это очень важно при расчетах массивных и дорогостоящих конструкций, например коробчатых фундаментов высотных зданий и фундаментов водосливных плотин. Чтобы избежать в этих случаях неэкономных решений, необходимо тщательно изучить реальные условия работы полосы и учесть дополнительные факторы, снижающие неравномерность давлений: развитие пластических деформаций, наличие подстилающего слоя, заглубление фундамента и т. д. Способы учета этих факторов см. в главе V.

Эпюры безразмерных расчетных величин (см. рис. 55) дают плавный переход от одного предельного случая жесткости полосы ($t=0$) к другому ($t=\infty$). Чтобы получить эти безразмерных эпюр действительные, следует воспользоваться формулами (75)—(77).

Сравнение значения безразмерного момента в середине абсолютно жесткой полосы ($t=0$) $\overline{M}_0=0{,}137$ с приближенным значением того же момента $\overline{M}_0=0{,}103$, вычисленным при $n=10$ для полосы с показателем гибкости $t=1$, показывает, что для полос с показателем гибкости $0<t<1$ нет смысла проводить расчет при помощи решения системы уравнений, а можно пользоваться решением, относящимся к абсолютно жесткой полосе, и вычислять эпюры по формулам (122)—(124).

Несколько сложнее установить верхнее предельное значение t, при котором можно обходиться без решения системы уравнений. Подсчеты показывают, что при значениях t, намного превышающих число 50, моменты в середине полосы еще остаются значительными.

Чтобы решить этот вопрос, нужно перейти к схеме полубесконечной полосы. Для этого вычисляются безразмерные эпюры всех расчетных величин при каком-либо большом значении $t \geqslant 50$ обычным способом, как для полосы конечной длины, по указаниям, приведенным в главе II, но по возможности при большом значении n. После этого начало действительных координат переносится в левый конец полосы и вместо приведенных абсцисс для полосы конечной длины $\xi=x/l$ вводятся приведенные абсциссы для бесконечных и полубесконечных полос $\xi=x/L$, где L — упругая характеристика полосы, определяемая формулой (84).

Затем в формулах перехода от безразмерных эпюр к действительным для полос конечной длины (75)—(77) величина l заменяется величиной L на основе равенства:

$$l = L\sqrt[3]{\frac{2t}{\pi}}. \qquad (125)$$

Тогда для изгибающих моментов, согласно формуле (77),

$$M = \overline{M} b' l^2 q = \overline{M}\left(\frac{2t}{\pi}\right)^{2/3} b' L^2 q = M_б b' L^2 q,$$

где

$$M_б = M\left(\frac{2t}{\pi}\right)^{2/3}.$$

При помощи этих преобразований мы перестроили эпюру безразмерных моментов, установленную для полосы конечной длины, в эпюру безразмерных моментов для полубесконечной полосы, для которой формула перехода к действительным моментам будет уже не (77), а (93).

Оказывается, что какое бы t 50 мы не взяли при расчете полосы конечной длины, после преобразования эпюры моментов всегда придем к одной и той же безразмерной эпюре для полубесконечной полосы, хотя те же эпюры до преобразования получались различными. Поэтому, построив преобразованную эпюру для полубесконечной полосы на основе решения для какого-либо частного значения $t > 50$, мы сможем использовать эту эпюру для расчета какой угодно другой равномерно нагруженной полосы, если только ее показатель гибкости $t \geqslant 50$.

Так же могут быть построены безразмерные эпюры расчетных величин $\overline{p}$ и $\overline{Q}$ для равномерно нагруженной полубесконечной полосы. В главе I, п. 19 приведены как безразмерные значения величин $\overline{p}$, $\overline{Q}$, $\overline{M}$, так и указания по их использованию.

§ 2. СОСРЕДОТОЧЕННАЯ СИЛА, ПРИЛОЖЕННАЯ В СЕРЕДИНЕ ПОЛОСЫ

Изменение эпюры реактивных давлений сказывается в рассматриваемом случае на значениях изгибающих моментов значительно слабее, чем в большинстве других случаев. Поэтому при такой нагрузке величина изгибающих моментов вообще мало зависит от того, по какому методу рассчитана балка на упругом основании. По той же причине, несмотря на большие изменения, которые претерпевает эпюра реактивных сил в зависимости от изменения жесткости полосы, моменты в полосе меняются мало. Это иллюстрирует рис. 56, на котором сопоставлены безразмерные эпюры реактивных давлений и моментов при различных значениях t. Верхние эпюры для $t=0$ построены в соот-

ветствии с решением, которое может быть получено из формулы (122) заменой $q = P/2b'l$:

$$p = \frac{P}{\pi b' l \sqrt{1 - \xi^2}}. \qquad (126)$$

Последовательным интегрированием получаем формулы для поперечных сил и моментов, в которых верхний знак относится к правой половине полосы, а нижний — к левой:

$$Q = P\left(\frac{1}{\pi}\arcsin\xi - \frac{1}{2}\right); \qquad (127)$$

$$M = Pl\left[\frac{1}{\pi}\left(\xi\arcsin\xi + \sqrt{1-\xi^2} - \frac{1}{2}\xi\right)\right]. \qquad (128)$$

Реактивные давления, вычисленные по приближенному способу (см. рис. 55), достаточно близки к эпюре (126). Легко убедиться, что результаты решения системы табл. 18 при $t=0$ остаются одни и те же при любой симметричной нагрузке; различие будет только в множителе подобия.

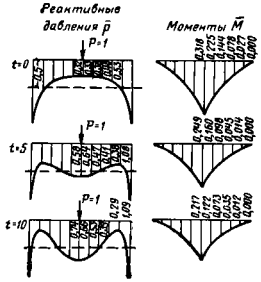


Рис. 56. Безразмерные эпюры расчетных величин для полосы, нагруженной сосредоточенной силой посередине, при различных показателях гибкости t

Хорошее приближение эпюры реактивных давлений обусловливает при сосредоточенной силе в середине столь же хорошее приближение и эпюры изгибающих моментов. Так, при $n=12$ и $n=18$ соответственно приближенные значения для максимального безразмерного момента (под нагрузкой) $\bar{M}_0=0{,}307$ и $\bar{M}_0=0{,}311$; значение же момента по (128) $\bar{M}_0=0{,}318$. При $t=1$ приближенное значение момента ($n=10$) $\bar{M}_0=0{,}29$; отсюда следует, что выведенный ранее на основе расчета равномерно нагруженной полосы критерий, когда полоса может приниматься

за абсолютно жесткую, оказывается в случае нагрузки сосредоточенной силой посередине еще более обоснованным[1].

Нижние эпюры на рис. 56 относятся к случаю $t=10$. Покажем, что это значение t при нагрузке полосы сосредоточенной силой в середине можно считать предельным, относя полосы с большим показателем гибкости к категории бесконечно длинных, метод расчета которых в условиях плоской задачи теории упругости дан проф. Н. М. Герсевановым и доц. Я. А. Мачерет (см. часть первую, главу I, § 4 и часть вторую, главу I, § 3, п. 16, табл. 10).

Согласно выводам этих авторов значения реактивных давлений и моментов под сосредоточенной силой

$$p_0 = 0{,}385\ \frac{P}{b' L}; \quad M_0 = 0{,}385\ PL,$$

где величина L определяется равенством (84).

С другой стороны, если в значениях тех же величин, полученных по нашему методу при $t=10$:

$$p_0 = 0{,}74\ \frac{P}{b' l}; \quad M_0 = 0{,}217\ Pl,$$

провести замену согласно равенству (125)

$$l = 1{,}85\,L,$$

то

$$p_0 = 0{,}40\ \frac{P}{b' L}; \quad M_0 = 0{,}40\ PL.$$

Чтобы ясно представить, как отражаются на расчетных эпюрах основные условия работы полосы (толщина h полосы и отношение E_1/E_0 модуля упругости материала полосы к модулю деформации основания), приводятся графики на рис. 57—59.

В выбранном примере полоса длиной $2l=8$ *м* нагружена сосредоточенной силой $P=50$ *тс*. На рис. 57 представлено влияние изменения величин E_1/E_0 и h на реактивные давления. При $h=1$ *м* и различных значениях отношений модулей получаем картину изменения реактивных давлений, представленную на левой половине рисунка. В правой части рисунка представлено влияние изменения толщины полосы h при фиксированном отношении модулей E_1/E_0. Из графика явствует, что на слабом грунте полоса стремится вести себя как жесткая, на мало сжимаемом — как гибкая.

Посередине графика даны значения показателя гибкости t, соответствующие разным значениям отношения E_1/E_0 при $h=1$ *м* для левой части графика и разным значениям h при $E_1/E_0=1000$ для правой части графика. Пунктирной линией показана эпюра

[1] Следует заметить, что при сплошной нагрузке приближенное и точное значения моментов при $t=0$ различаются несколько больше.

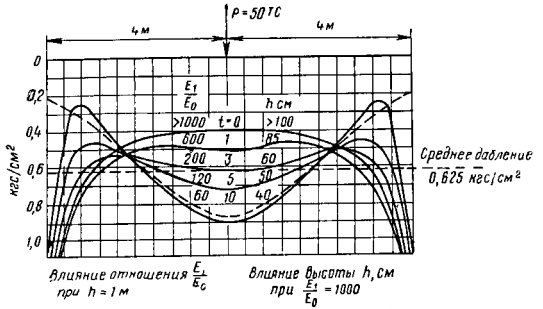


Рис. 57. Влияние отношений E_1/E_0 и толщины полосы h на распределение реактивных давлений p. Сплошные линии для конечных полос, **пунктирная линия — для бесконечной полосы**

реактивных давлений, определенная, согласно решению Герсеванова—Мачерета, для бесконечно длинной полосы при тех же значениях толщины и отношения модулей, какие приняты для конечной полосы с показателем гибкости $t=10$, т. е. при значениях: 1) $h=1$ *м*, $E_1/E_0=60$ и 2) $h=40$ *см*, $E_1/E_0=1000$. График показывает, что обе эпюры (для конечной полосы при $t=10$ и для бесконечной) почти совпадают не только непосредственно под самой нагрузкой, о чем уже говорилось, но и в других точках полосы, отдаляясь друг от друга лишь у самых концов полосы.

Рисунок 58, иллюстрирующий влияние основных условий работы полосы на величину изгибающих моментов, построен так же, как и рис. 57. Он показывает, что увеличение толщины полосы вызывает возрастание изгибающих моментов под сосредоточенной силой. Уменьшение сжимаемости грунта вызывает уменьшение этих моментов. Таким образом, характер связи

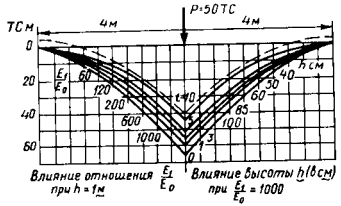


Рис. 58. Влияние отношений E_1/E_0 и толщины полосы h, *см* на изгибающий момент M. Сплошные линии — для конечных полос, пунктирная линия — для бесконечной полосы

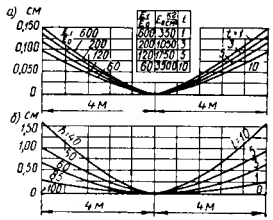


Рис. 59. Влияние на относительные прогибы полосы $Y_0—Y$
а — отношение $E_1 : E_0$ при $h=1$ *м*; *б* — толщины полосы при $E_1 : E_0 = 1000$

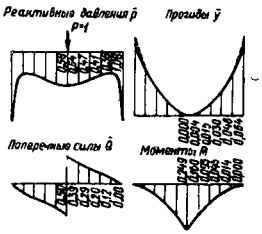


Рис. 60. Безразмерные расчетные эпюры для случая нагрузки сосредоточенной силой в середине и сопоставление прогибов полосы с осадками грунта

между гибкостью полосы и сжимаемостью грунта, здесь тот же, что и установленный на основании данных рис. 57.

На рис. 59,*а* показано влияние изменения отношения модулей на относительные прогибы полосы, т. е. на разность между прогибом в середине полосы и прогибом данного сечения. Напомним, что действительные прогибы-осадки полосы определить в условиях плоской задачи нельзя, кроме случая моментной нагрузки.

Для установления влияния отношения E_1/E_0 одной из этих величин необходимо задаться, так как E_1 входит в формулу перехода от безразмерных прогибов $\bar{Y}$ к действительным Y:

$$Y - Y_0 = \frac{(1-\nu_1^2)\, l^3 P}{E_1 J} (\bar{Y} - \bar{Y}_0),$$

в противоположность соответствующим формулам для величин p, Q, M. При выбранном $E_1=21\cdot10^4$ *кгс/см*² значения E_0 для разных отношений E_1/E_0 представлены в табличке над рис. 59,*а*.

Рисунок 59,*а* показывает, что относительное уменьшение сжимаемости грунта приводит к меньшему изгибу полосы. Этот вывод, хотя сам по себе и вполне естественный, на первый взгляд противоречит ранее высказанному положению о связи между плотностью грунта и гибкостью полосы. На самом же деле положение «при плотных грунтах полоса ведет себя как гибкая» следует понимать условно в смысле одинакового влияния увеличения плотности грунта и уменьшения толщины полосы на эпюры реактивных давлений и моментов, оставляя в стороне вопрос о прогибах. Рисунок 59,*б*, показывающий влияние толщины полосы на ее прогибы, приводит к само собой разумеющемуся выводу, что чем тоньше полоса, тем больше ее прогиб.

Таблица 29

ξ	$\bar{Y}$	$\bar{w}$
0	0	0
0,2	0,0043	0,0043
0,4	0,0152	0,0152
0,6	0,0298	0,0299
0,8	0,0463	0,0462
0,9	0,0581	0,0576
1,0	0,0639	0,0685

Исследование показывает, что все общие выводы, приведенные здесь на основании результатов расчета полосы конечной длины, справедливы и для полос, работающих под сосредоточенную силовую нагрузку и принимаемых за бесконечно длинные.

Рисунки 57 и 58 доказывают, что число значений показателя гибкости полосы t, предусмотренных таблицами (помещенными в первом издании книги и здесь), совершенно достаточно. Несмотря на то что на графиках изображены эпюры не для всех значений t, которые есть в таблицах, эти кривые расположены весьма близко друг от друга.

Остановимся теперь на проверке степени точности решения, даваемого приближенным методом, в рассматриваемом случае нагрузки путем сравнения эпюр прогибов и осадок. Следует заметить, что этим способом выявляется не только величина погрешности, вносимая заменой бесконечной системы укороченной, но и погрешность, связанная с заменой в уравнении изгиба балки «особого члена» интерполяционным полиномом (см. главу II, § 1).

Для примера возьмем полосу с показателем гибкости $t=5$. Эпюры всех расчетных величин представлены на рис. 60.

О величине расхождения между осадками грунта и прогибами полосы при заданном значении t можно судить по значению безразмерных величин:

$$\bar{Y} = -(Y - Y_0)\,\frac{E_1 J}{P l^3} \quad \text{и} \quad \bar{w} = -(w - w_0)\,\frac{\pi b' E_0}{4 t P}.$$

Эти значения для нашего случая сопоставлены в табл. 29.

По табл. 29 видно, что сколь-нибудь заметное расхождение наблюдается лишь у концов полосы, причем оно много меньше, чем в случае равномерной нагрузки.

Графически эпюры прогибов и осадок сопоставлены на рис. 60, где прогибы полосы нанесены сплошной линией, а осадки грунта — пунктиром.

§ 3. СОСРЕДОТОЧЕННАЯ СИЛА, ПРИЛОЖЕННАЯ В ЛЮБОМ СЕЧЕНИИ ПОЛОСЫ

Рассмотрим случай эксцентрично нагруженной жесткой полосы ($t=0$). Решение в замкнутой форме о распределении реактивных давлений под такой полосой впервые было опубликовано В. А. Флориным [145]:

$$p = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1 + 2\alpha\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \frac{P}{b' L}, \tag{129}$$

где α — приведенное расстояние от середины полосы до точки приложения сосредоточенной силы.

При $\alpha=0$ формула (129) переходит в формулу (126).

На рис. 61 сплошной линией изображена безразмерная эпюра реактивных давлений, вычисленная при $\alpha=0{,}4$ по формуле (129). Там же пунктирной линией нанесена эпюра, получающаяся при помощи приближенного решения при $n=16$ (уравнение этой эпюры приведено в статье [24]).

Последовательным интегрированием формулы (129) можно получить уравнения поперечных сил и моментов:

$$Q = P\left(\frac{1}{\pi}\arcsin\xi - \frac{2\alpha}{\pi}\sqrt{1-\xi^2} + \frac{1}{2}\right); \tag{130}$$

$$M = P l\left\{\frac{1}{\pi}(\xi - \alpha)\arcsin\xi + \frac{1}{\pi}(1 - \xi\alpha)\sqrt{1-\xi^2} + \frac{1}{2}(\xi - \alpha)\right\}. \tag{131}$$

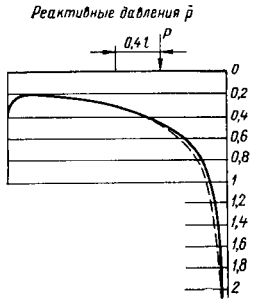


Рис. 61. Эпюра безразмерных реактивных давлений для внецентренно-нагруженной жесткой полосы. Сплошная линия — точное решение, пунктирная — приближенное решение

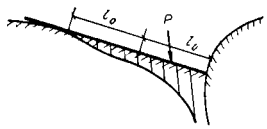


Рис. 62. Осадки и реактивные давления под абсолютно жесткой полосой, одним концом отстающей от грунта

Верхний знак перед последним членом в уравнении (130) и (131) относится к правой (от силы) части полосы, нижний — к левой.

Из уравнения (129) следует, что при $\alpha<0{,}5$ напряжения на обоих концах полосы теоретически бесконечно велики и положительны. При $\alpha=0{,}5$ напряжения у левого конца делаются равными нулю. И, наконец, при $\alpha>0{,}5$ напряжения у левого конца равны $-\infty$. Напряжения же на правом конце (при нагрузке правой половины полосы) всегда остаются положительными и бесконечно большими.

Таким образом, граница «ядра сечения» абсолютно жесткой полосы находится на приведенном расстоянии $\alpha=0{,}5$ от середины полос (вместо $\alpha={}^1/_3$ по гипотезе коэффициента постели).

Подсчеты показывают [24], что при том же значении $\alpha=0{,}4$, но при $t=5$, напряжения на левом конце получаются отрицательными, т. е. что с увеличением гибкости полосы граница ядра сечения смещается к середине.

Отрицательные реактивные давления указывают, что часть полосы не поддерживается грунтом. Подобное отставание полосы от грунта происходит практически редко, например в случае жесткого фундамента при значительном эксцентриситете.

Для абсолютно жесткой полосы, частично отстающей от грунта, нетрудно получить решение, исключающее отрицательные напряжения в грунте. Предположим, что полоса нагружена сосредоточенной силой P (к этому виду нагрузки легко можно свести любую нагрузку), приложенной на приведенном расстоянии $\alpha>0{,}5$ справа (или слева) от середины полосы (рис. 62). Определим длину участка $2l_0$, на протяжении которого (начиная с правого конца) полоса испытывает реактивное давление со стороны грунта. Действие этого участка полосы на грунт ничем не будет отличаться от действия абсолютно жесткой полосы длиной $2l_0$, нагруженной сосредоточенной силой P на расстоянии $l_0/2$ от середины. Следовательно, расстояние от сосредоточенной силы до правого конца

$$l\,(1-\alpha)=\frac{l_0}{2},$$

откуда

$$2\,l_0=4\,l\,(1-\alpha). \qquad (132)$$

При отставании левого конца абсолютно жесткой полосы реактивные давления действуют по участку, длина которого равна четырехкратному расстоянию от правого конца полосы до загруженного сечения [1].

[1] Для сравнения укажем, что в расчете с применением гипотезы коэффициента постели длина этого участка лишь в 3 раза больше указанного расстояния.

Эпюра реактивных давлений может быть определена, если поместить начало координат в середине участка, примыкающего к грунту. Тогда по формуле (129)

$$p=\frac{P}{\pi\,b'\,l_0}\sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}}, \qquad (133)$$

где

$$\xi=x/l_0.$$

Вопрос о верхнем пределе показателя гибкости t, при котором полосы, принимающие эксцентричную нагрузку, уже можно рассчитывать, пользуясь схемой бесконечной или полубесконечной полосы, решается довольно просто.

Если сосредоточенная сила приложена вблизи середины полосы, а показатель гибкости $t>10$, полосу можно рассчитывать как бесконечно длинную, так как этот случай принципиально ничем не отличается от случая нагрузки в середине полосы, для которого соответствующие разъяснения были даны в предыдущем параграфе.

Если же при $t>10$ нагрузка приложена вблизи одного из концов полосы, то для ее расчета, как сейчас будет показано, можно применять схему полубесконечной полосы.

Пусть мы имеем полосу конечной длины с показателем гибкости $t>10$ (рис. 63, *а*), нагруженную сосредоточенной силой в середине. Обозначим концевые сечения полосы m и n.

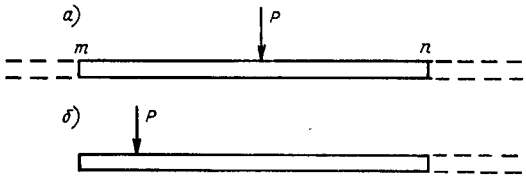


Рис. 63. Схемы длинных полос

В этом случае расчетные эпюры для всей полосы, за исключением участков вблизи точек m и n, не изменяются, если полосу продлить в обе стороны в бесконечность. Иначе говоря, при $t>10$ расстояние нагрузки от обоих концов полосы настолько велико, что влиянием этих концов можно пренебречь.

Передвинем теперь нагрузку ближе к одному из концов полосы (рис. 63,*б*). Так как после этого расстояние от нагрузки до другого конца увеличится еще больше, влиянием его и подавно можно будет пренебречь.

Отсюда следует, что результаты расчета полубесконечной полосы должны будут совпадать с результатами расчета любой конечной полосы с показателем $t>10$ при соблюдении других вышеуказанных условий.

В соответствии с этим нами и были составлены таблицы для расчета полубесконечных полос, нагруженных сосредоточенной силой (см. первое издание книги и книгу [25]). Основой для вычисления этих таблиц послужил расчет полосы с показателем гибкости $t=50$.

В настоящем издании эти таблицы заменены таблицами Г. Я. Попова и В. Л. Воробьева, составленными согласно точному решению Г. Я. Попова.

§ 4. ОБЩИЙ ХАРАКТЕР ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОСНОВАНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ХАРАКТЕРА НАГРУЗКИ И ЖЕСТКОСТИ ПОЛОСЫ

Как указывалось в первой части (главы I и II), в условиях плоской задачи могут быть определены только относительные перемещения поверхности основания, а не абсолютные. Поэтому приводятся данные о перемещениях $v(\xi)$, отсчет которых ведется от некоторого условного нулевого уровня. Формулы перемещений поверхности основания для всех крайних случаев жесткости полосы $t=0$ и $t=\infty$ были даны в замкнутой форме в статье [24]. Там же даны способы установления величины перемещений для полос конечной гибкости.

1. Сплошная равномерная нагрузка q (в *тс/м²*). Если полоса абсолютно жесткая ($t=0$), относительные осадки поверхности основания вне полосы определяются формулой

$$v(\xi)=\frac{4ql(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\ln\frac{2}{|\xi\pm\sqrt{\xi^2-1}|}. \qquad (134)$$

Постоянная относительная осадка под полосой

$$v(\xi)=v(0)=\frac{4ql(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\ln 2. \qquad (135)$$

Безразмерная эпюра относительных перемещений $\bar{v}(\xi)$ представлена на рис. 64, причем переход к размерным относительным перемещениям осуществляется по формуле

$$v(\xi)=\bar{v}(\xi)\frac{ql(1-\nu_0^2)}{E_0}.$$

У концов полосы эта эпюра имеет точки, в которых угол наклона касательной делает скачок на величину $\pi/2$. Следует заметить, что получающееся по расчету бесконечно большое значение реактивных давлений под концами полосы является математическим следствием наличия угловой точки в перемещениях поверхности основания [24].

Под абсолютно гибкой полосой [$t=\infty$, $p(\xi)=q$], а также вне ее относительные перемещения поверхности основания определяются формулой

$$v(\xi)=\frac{2ql(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\left[2-\ln|\xi^2-1|+\xi\ln\frac{|\xi-1|}{|\xi+1|}\right]. \qquad (136)$$

Безразмерная эпюра относительных перемещений представлена для этого случая также на рис. 64. В конце загруженного участка угловой точки нет, а есть точка перегиба с вертикальным положением в ней касательной.

Наконец, на том же рис. 64 пунктиром представлена безразмерная эпюра осадок грунта для полосы с показателем гибкости $t=50$. Ввиду большой гибкости полосы эта эпюра весьма близко подходит к эпюре, полученной для непосредственной нагрузки грунта.

2. Сосредоточенная сила P (в *тс*), **приложенная в середине полосы.** Безразмерные эпюры относительных перемещений поверхности основания для абсолютно жесткой полосы ($t=0$) и полосы конечной гибкости ($t=5$) представлены на рис. 65. Переход к действительным относительным перемещениям $v(\xi)$ выполняется по формуле

$$v(\xi)=\bar{v}(\xi)\frac{(1-\nu_0^2)P}{b'E_0}.$$

Для $t=0$ перемещения определяются формулами (134) и (135) при замене в них $q=P/2b'l$.

3. Сосредоточенная сила P (в *тс*), **приложенная эксцентрично.** На рис. 66 даны безразмерные эпюры относительных перемещений для абсолютно жесткой полосы ($t=0$) и полосы конечной жесткости ($t=5$) при величине эксцентрицитета $\alpha=0{,}4$. Формула перехода к действительным относительным перемещениям та же, что и в предыдущем случае.

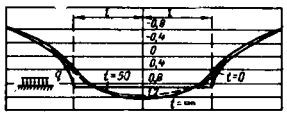


Рис. 64. Безразмерные эпюры осадок грунта под полосой и вне ее при равномерной нагрузке для абсолютно жесткой полосы ($t=0$), абсолютно гибкой ($t=\infty$) и гибкой ($t=50$, пунктир)

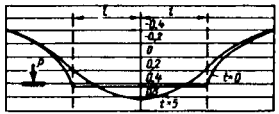


Рис 65. Безразмерные эпюры осадок грунта под полосой и вне ее при нагрузке сосредоточенной силой в середине для абсолютно жесткой полосы ($t=0$) и гибкой ($t=5$)

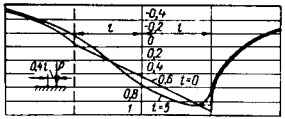


Рис. 66. Безразмерные эпюры осадок под полосой и вне ее при внецентренно - приложенной сосредоточенной силе для абсолютно жесткой полосы ($t=0$) и гибкой ($t=5$)

Перемещения поверхности грунта вне абсолютно жесткой полосы определяются при любом эксцентриситете α по формуле

$$v(\xi) = \frac{2P(1-\nu_0^2)}{\pi b' E_0}\left[\ln\frac{2}{\xi \pm \sqrt{\xi^2-1}} + 2\alpha\left(\xi \mp \sqrt{\xi^2-1}\right)\right] \quad (137)$$

(верхний знак — для положительных значений ξ, нижний — для отрицательных).

Относительная осадка середины эксцентрично нагруженной абсолютно жесткой полосы определяется при замене $q=P/2b'l$ по формуле (135), а угол поворота полосы — по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{4\alpha(1-\nu_0^2)P}{\pi E_0 b' l}. \quad (138)$$

Глава IV. РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ ФУНДАМЕНТОВ И КОНСТРУКЦИЙ, РАБОТАЮЩИХ ВНУТРИ ОСНОВАНИЯ

§ 1. УЧЕТ ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ

Глубину заложения учитывать сложно. Дело в том, что если фундамент закладывается на дне открытого котлована глубиной H, то на распределение реактивных давлений, а следовательно, на усилия в теле фундаментов будут влиять сразу несколько дополнительных факторов в добавление к тем, которые учитываются при расчете без заглубления.

Рассмотрим вопросы, связанные с учетом заглубления фундаментов, применительно к схеме фундамента, имеющего в плане и сечении прямоугольную форму и заложенного на глубину H (рис. 67).

Заглубление учитывают по трем самостоятельным факторам: 1) бытовое давление; 2) пригрузка по сторонам фундамента; 3) ломаный контур основания.

Бытовым (природным) давлением на отметке заложения фундамента называется давление, которое существовало на этой отметке до рытья котлована, от собственного веса вышележащего грунта.

Существовало мнение, что при давлениях, меньших бытового, дно котлована вовсе не деформируется и осадки начинаются только после того, как внешняя нагрузка превысит бытовое давление. А опыты показывают, что осадка начинается сразу, но рост ее в связи с увеличением нагрузки идет медленнее, чем при нагрузках, превосходящих бытовое давление. Поэтому было предложено [69, 138] считать, что пока нагрузка на грунт p не достигает размера бытового давления $p_б$, т. е. пока $p<p_б$, осадка протекает в соответствии с модулем деформации для вторичного сжатия E_0''. При нагрузке на грунт, большей бытового давления ($p>p_б$), осадка от давления на грунт ($p-p_б$) происходит в соответствии с модулем первичного сжатия E_0', т. е. обычным модулем по штамповому испытанию. Р. А. Токарь [138] предложил формулу для условного значения модуля деформации, при котором вычисленная обычным путем осадка равнялась бы сложной осадке, установленной в соответствии со значением модулей E_0'' и E_0'.

Однако, согласно принятой методике испытания грунта в скважинах или шурфах, учитывается предварительное уплотнение грунта собственным весом, поэтому модуль, определяемый при нагрузках $p>p_б$, можно рассматривать уже как обобщенный модуль, учитывающий малую деформативность грунта при $p<p_б$. Поэтому мы считаем возможным при современном уровне наших знаний пренебрегать (в запас) влиянием бытового давления. В известной мере бытовое давление учитывается теми рекомендациями, которые относятся к пренебрежению (полным или частичным) собственным весом фундамента.

Пригрузкой при расчете фундаментов, а также днищ сухих доков и шлюзов большей частью служит грунт, которым засыпают пазухи котлована.

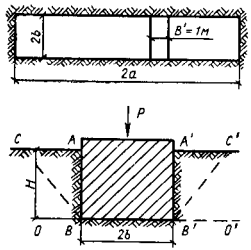


Рис. 67. Схема прямоугольного заглубленного фундамента

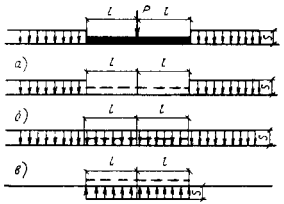


Рис 68. Бесконечно простирающаяся пригрузка

Следует помнить, что влияние собственного веса грунта, лежащего выше уровня подошвы фундамента по его сторонам, учитывать не следует, так как деформации дна котлована от этой пригрузки произошли до возведения фундамента. Можно считать, что деформации (т. е. горб) на дне котлована срезаются при его вскрытии, или что при бетонировании подошвы фундамента приобретают слегка искривленную форму, что не отражается на его работе. В глинистых грунтах деформации от пригрузки могут продолжаться несколько дольше, причем к упругим деформациям прибавляются деформации от набухания и разуплотнения грунта, связанные с уменьшением давления в воде [12, 21]. Однако величина этих деформаций невелика. К тому же они приводят к некоторому поднятию середины котлована по отношению к краям. А это снижает положительные моменты в плитах и ленточных фундаментах, отчего пренебрежение весом вышележащего грунта дает запас, кроме встречающихся в гидротехническом строительстве случаев, когда конструкция на упругом основании работает на отрицательные моменты.

Что же касается пригрузки от засыпки пазух котлована, то, поскольку она производится после возведения фундамента или днища, она влияет на величину изгибающего момента.

При расчете пригрузку условно переносят с отрезков CB и $C'B'$ на условную поверхность основания DD' (см. рис. 67).

Считается, что эта пригрузка распределена по обе стороны полосы по закону треугольника в соответствии с весом грунта в засыпке. Такая схема несколько преувеличивает влияние пригрузки на характер распределения реактивных давлений, так как в действительности пригрузка распределяется дальше от подошвы фундамента, чем это принимается в расчетной схеме, не говоря уже о преувеличении распределительной способности грунта при применении к расчету теории упругости.

Учет действия пригрузки, как по этой схеме, так и вообще при распределении пригрузки по любому закону на конечном участке вблизи полосы, по таблицам невозможен. Для гибких полос расчет пригрузки, распределенной на конечном участке, сравнительно просто проводится по методу Жемочкина [69] и несколько сложнее по методам Флорина [145, 146] и Клубина [80].

В настоящее время учет влияния различных типов пригрузки хорошо отабулирован Г. В. Крашенинниковой [89] для расчета по схеме основания в виде сжимаемого слоя конечной толщины.

Рассмотрим еще случай, когда пригрузку постоянной интенсивности s можно считать распределенной по обеим сторонам от полосы на неограниченно большом расстоянии (рис. 68). С этим приходится сталкиваться, например, когда фундамент закладывается в насыпи, осуществляемой после возведения фундамента. Если рассчитываемая полоса может быть принята за абсолютно

жесткую и нагрузка на нее центрирована, реактивные давления определяются по формуле [145, 146]

$$p(\xi) = s + \frac{2(p_0 - s)}{\pi\sqrt{1-\xi^2}}, \qquad (139)$$

где p_0 — среднее давление на фундамент.

При отсутствии пригрузки ($s=0$) уравнение (139) совпадает с уравнением (122). При $s=p_0$ распределение становится равномерным. При $s>p_0$ на концах полосы теоретически получаются бесконечно большие растягивающие напряжения, которых в действительности не будет, так как грунт в этих местах отойдет от фундамента.

Если полосу при бесконечно распределенной пригрузке нельзя принять за абсолютно жесткую, ее расчет может быть достаточно просто проведен при помощи решения систем, приведенных в табл. 18 и 19.

Действительно, перемещения поверхности грунта, вызываемые пригрузкой s, распределенной по всей поверхности, за исключением участка шириной $2l$, находящемся под полосой (рис. 68,*а*), можно рассматривать как совокупность перемещений от положительной равномерной нагрузки на грунт s, распределенной по всей поверхности без исключения (рис. 68,*б*), и от отрицательной нагрузки $-s$, распределенной по участку $2l$. Но нагрузка по всей поверхности приводит к равномерному обжатию грунта и не даст относительных перемещений. Таким образом, действие рассматриваемой пригрузки (рис. 68,*а*) оказывается идентичным с действием отрицательной нагрузки, распределенной на участке $2l$ (рис. 68,*в*).

Перемещения под полосой будут такими, как если бы давления на грунт p^* составляли величину $p-s$, где p — реактивные давления со стороны грунта на полосу. Используя для p уравнение (100), получим для давлений, вызывающих перемещение грунта, выражение

$$p^*(\xi) = (a_0 - s) + a_2\xi^2 + \ldots + a_1\xi + a_3\xi^3 + \ldots. \qquad (140)$$

Из формулы (140) следует, что во всех выкладках расчета полосы на упругом основании [24], относящихся к перемещениям грунта, следует заменить величину a_0 на a_0-s; эту замену следует сделать и в системе табл. 18. Поскольку величина s известна, в результате замены левая часть уравнений в системе табл. 18 остается неизменной. Изменятся лишь свободные члены. Новые свободные члены при любой нагрузке на полосу получатся в результате прибавления к прежним свободным членам величин: в уравнении № 2 $+s$, в № 4 $+s/3$, в № 6 $+s/6$, в № 8 $+s/7$, в № 10 $+s/9$; уравнение № 0 остается без изменения. Система табл. 19 (для случая несимметричной нагрузки) остается без изменения. Не меняются и все правила и формулы для вычисления эпюр расчетных величин.

§ 2. ВЛИЯНИЕ ЛОМАНОГО КОНТУРА

Под влиянием *ломаного контура основания* подразумевается влияние того, что подошва заглубленного фундамента в действительности опирается не на прямолинейную поверхность основания, как это условно принимается в обычном расчете, а на дно прямоугольной выемки в этом основании (см. рис. 67, *б*).

Влияние ломаного контура в противоположность влиянию бытового давления сказывается главным образом при расчете фундамента в поперечном направлении. Дело в том, что отношение глубины заложения фундамента к его длине невелико, и поэтому особого отличия от предельного случая, когда это отношение равно нулю (фундамент на поверхности), здесь ожидать не приходится. Отношение же глубины заложения к ширине фундамента может быть более значительным. Если обозначить через $\beta = H/b$ (где b — полуширина фундамента) приведенную глубину заложения, то окажется, что эта величина для обычных ленточных фундаментов, заглубленных на 2 *м*, находится в пределах $1{,}5 < \beta < 5$; для другого важного случая — коробчатых фундаментов высотных зданий — приведенная глубина заложения имеет значение примерно $0{,}3 < \beta < 1$.

Чтобы выяснить, насколько и в какую сторону может повлиять учет ломаного контура на расчетные значения изгибающих моментов полосы, выделенной из конструкции в поперечном направлении, необходимо решить задачу о полосе, приложенной ко дну прямоугольного выреза у границы полуплоскости. В большинстве случаев полосу можно принять за абсолютно жесткую. Такая задача была решена нами совместно с О. Я. Шехтер и В. А. Кофман [37].

Ломаная форма границы бесконечной упругой среды приводит при решении задачи к большим математическим трудностям. Здесь наиболее эффективными являются либо метод конечных разностей, либо метод конечных элементов, хотя оба метода осложняются тем, что в угловых точках напряжения оказываются бесконечно большими.

Мы избрали другой путь, в основу которого положено решение задачи для цельной полуплоскости. Для перехода к полуплоскости с прямоугольной выемкой вдоль контура выемки прикладывались фиктивные распределенные вертикальные и горизонтальные нагрузки, которые обеспечивают выполнение контурных условий вдоль выемки.

Такая форма решения допускает ряд различных вариантов. Так, фиктивная нагрузка может быть приложена не обязательно вдоль самого контура выреза. Можно прикладывать ее и вдоль отрезка верхней границы полуплоскости или внутри выемки, а также в верхней полуплоскости; нагрузка может быть и в виде сосредоточенных сил или двойных сил. Но если одновременно не приложить фиктивную нагрузку и к самому контуру выреза, невозможно обеспечить особенности (бесконечно большие напряжения), которые должны быть в нижних углах выреза.

От выбора наиболее удачной системы фиктивной нагрузки зависит точность решения и трудоемкость работы.

В то время, когда мы решали задачу, еще нельзя было пользоваться ЭВМ. Вся сложная работа по решению проводилась вручную, и поэтому оно было доведено до конца только для одного случая соотношения высоты котлована к ширине 1 : 2. Были рассмотрены три характерных случая нагружения дна котлована

Случай 1. Гладкий жесткий штамп заполняет всю выемку (рис. 69, *а*).

Случай 2. Гладкий жесткий штамп приложен ко дну выемки (рис. 69, *б*).

Случай 3. Выемка деформируется под действием равномерной нагрузки p, распределенной по дну, и под действием собственного веса грунта (рис. 69, *в*). По отношению к этому частным является случай, когда выемка деформируется только под влиянием собственного веса грунта и, следовательно, $p = 0$.

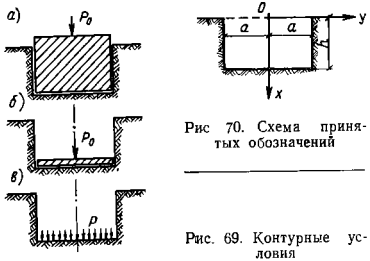


Рис 70. Схема принятых обозначений

Рис. 69. Контурные условия

Решение проводилось в условиях плоской деформации. Рассматривались случаи весомой полуплоскости с выемкой и невесомой.

Воспользуемся декартовой системой координат (рис. 70), причем выкладки будем вести в безразмерных координатах

$$x = \frac{X}{h}; \quad y = \frac{Y}{a},$$

где X, Y — действительные координаты; остальные обозначения ясны из рис. 70.

Условия на контуре полуплоскости следующие.

А. Во всех рассматриваемых случаях вследствие того, что верхняя граница свободна от нагрузки, имеем для нормальных напряжений σ_x и касательных напряжений τ_{xy} условие

$$\text{при} \quad x=0 \quad 1 \leqslant |y| \leqslant \infty; \quad \sigma_x = 0; \quad \tau_{xy} = 0. \tag{141}$$

Б. На стенках выемки, т. е. при $0 \leqslant x \leqslant 1$, $y = \pm 1$, имеем:

в случае 1

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0; \quad \tau^{c}_{xy} = 0; \tag{142}$$

в случаях 2 и 3

$$\sigma_y = 0; \quad \tau^{c}_{xy} = 0. \tag{143}$$

Здесь v — горизонтальные перемещения; τ^{c}_{xy} — касательные перемещения на стенках; σ_y — горизонтальные нормальные напряжения.

В. На дне выемки, т. е. при $x=1$, $-1 < y < 1$, имеем:

в случаях 1 и 2

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad \tau^{д}_{xy} = 0, \tag{144}$$

где u — вертикальные перемещения; $\tau^{д}_{xy}$ — касательные перемещения на дне;

в случае 3

$$\sigma_x = -p; \quad \tau_{xy} = 0. \tag{145}$$

Знак «минус» в уравнении (145) соответствует правилу, согласно которому сжимающие напряжения считаются отрицательными.

Кроме контурных условий на решения 1 и 2 накладывается условие равновесия: суммарное значение нормальных напряжений вдоль дна котлована должно равняться внешней нагрузке. В случае 3 это условие выполняется автоматически.

В качестве фиктивных распределенных нагрузок были приняты:

а) вертикальная и горизонтальная нагрузки, распределенные по дну выемки, согласно соответственно уравнениям

$$p_д(y) = a_0 + a_2 y^2 + a_4 y^4; \quad q_д = b_1 y + b_3 y^3; \tag{146}$$

б) вертикальная и горизонтальная нагрузки, распределенные по обеим стенкам:

$$p_c(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2; \quad q_c(x) = d_0 + d_1 x + d_2 x^2; \tag{147}$$

в) вертикальная и горизонтальная нагрузки, распределенные по верхней границе:

$$p_в(y) = f; \quad q_в(y) = \begin{cases} g & \text{при} \quad y \geqslant 0; \\ -g & \text{при} \quad y \leqslant 0. \end{cases} \tag{148}$$

Число членов в полиномах нагрузок (146)—(148) лимитируется трудоемкостью задачи, а также тем, что члены с более высокими степенями x и y не вносят в решение заметного уточнения.

Таким образом, задача состоит в том, чтобы определить значения 13 параметров a_0, a_2, a_4, b_1, b_3, c_0, c_1, c_2, d_0, d_1, d_2, f, g так, чтобы по возможности лучше удовлетворялись четыре контурных условия, соответствующих данному случаю, из числа условий (141)—(143), и чтобы точно выполнялось условие равновесия.

В эти условия входят значения напряжений и деформаций, возникающих от действия распределенных нагрузок. Эти распределенные нагрузки можно рассматривать как совокупность элементарных сосредоточенных сил и значение напряжения и деформаций от распределенных нагрузок получить интегрированием значений напряжений и деформаций от вертикальных и горизонтальных сил, приложенных вблизи границы цельной полуплоскости. Формулы для определения напряжений и деформаций от вертикальных и горизонтальных сил, приложенных вблизи границы цельной полуплоскости, вынесены в отдельный параграф. Заметим, что поскольку, согласно этим формулам, удовлетворяются условия на границе (141), то они будут удовлетворяться после интегрирования и для распределенных нагрузок. Поэтому при определении неизвестных параметров забота о выполнении условий (141) отпадает.

Интегрирование проводилось как аналитически, так и численно (по Симпсону).

Выражения для напряжений, возникающих в полуплоскости под влиянием ее собственного веса, при отсутствии связанных с этими напряжениями горизонтальных перемещений определяются уравнениями

$$\sigma_x = -\gamma X; \quad \sigma_y = -\nu_1 \gamma X; \quad \tau_{xy} = 0. \tag{149}$$

Величину $\nu_1 = \nu/1-\nu$ в механике грунтов принято называть коэффициентом бокового давления и обозначать буквой ξ. Мы приняли значение $\nu_1 = \xi = 0{,}5$, промежуточное между его значениями для глин и песков.

Таким образом, выражения для суммарных нормальных напряжений от фиктивных нагрузок и от собственного веса запишутся в форме

$$\sigma_x = \overline{\sigma}_x - \gamma X; \quad \sigma_y = \overline{\sigma}_y - \xi \gamma X; \quad \tau_{xy} = \overline{\tau}_{xy}, \tag{150}$$

где $\overline{\sigma}_x$ и $\overline{\sigma}_y$ — соответственно вертикальные и горизонтальные напряжения, возникающие от действия совокупности всех фиктивных нагрузок.

Условие относительно нормальных напряжений на контуре выемки σ_y (143) и условие равновесия примут вид

$$\overline{\sigma}_y - \xi \gamma X = 0 \quad \text{при} \quad y = \pm 1; \quad 0 < x \leqslant 1; \tag{151}$$

$$\int_{-1}^{1} (\overline{\sigma}_x - \gamma h)\, dy = -2 p_0 \left(p_0 = \frac{P_0}{2a} \right) \frac{mc}{м^2}. \tag{152}$$

Здесь P_0 — суммарная нагрузка на штамп.

Обозначим для краткости все 13 искомых параметров через A_i, где i принимает значения от 1 до 13. Тогда напряжения и деформации на дне

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x = \sum_{i=1}^{13} \delta_i^{\mathrm{I}}(y)\, A_i - \gamma h; \quad \tau_{xy}^{\text{д}} = \sum_{i=1}^{13} \delta_i^{\mathrm{II}}(y)\, A_i; \\ E_1 \frac{\partial u}{\partial y} = \sum_{i=1}^{13} \delta_i^{\mathrm{III}}(y)\, A_i; \end{aligned}\right\} \tag{153}$$

на стенке

$$\left.\begin{aligned} \sigma_y = \sum_{i=1}^{13} \delta_i^{\mathrm{IV}}(x)\, A_i - \xi \gamma a x; \quad \tau_{xy}^{\text{с}} = \sum_{i=1}^{13} \delta_i^{\mathrm{V}}(x)\, A_i; \\ E_1 \frac{\partial v}{\partial x} = \sum_{i=1}^{13} \delta_i^{\mathrm{VI}}(x)\, A_i. \end{aligned}\right\} \tag{154}$$

Опуская подробности, которые можно найти в статье [37], покажем, как в случае 1 при помощи способа наименьших квадратов несколько различных граничных условий на различных участках контура с угловыми точками можно свести к одному условию. Этот способ неоднократно использовался нами при решении самых различных задач.

Согласно способу наименьших квадратов задача должна быть сведена к определению такой совокупности значений параметров A_i, при которой интегралы от квадратов отклонения от нуля величин, входящих в контурные условия (142) и (144), имели бы наименьшее значение, т. е. чтобы вместо точного выполнения этих условий выполнялись бы четыре смягченных условия:

$$\left.\begin{aligned} \int_0^1 \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 dx = \text{мин}; \quad \int_0^1 (\tau_{xy}^{\text{с}})^2\, dx = \text{мин}; \\ \int_0^1 \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dy = \text{мин}; \quad \int_0^1 (\tau_{xy}^{\text{д}})^2\, dy = \text{мин}. \end{aligned}\right\} \tag{155}$$

Эти условия можно переписать в более общем виде:

$$\left.\begin{aligned} \int_0^1 f_1^2(x) \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 dx = \text{мин}; \quad \int_0^1 f_2^2(x)\, (\tau_{xy}^2)^2\, dx = \text{мин}; \\ \int_0^1 f_3^2(y) \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dy = \text{мин}; \quad \int_0^1 f_4^2(y)\, (\tau_{xy}^2)^2\, dy. \end{aligned}\right\} \tag{156}$$

Каждая из произвольных функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(y)$, $f_4(y)$ дает вес. Подбирая эти функции, можно добиваться лучшего выполнения условия на одних участках отрезков контура в результате худшего выполнения того же условия на других участках.

Так как каждый из интегралов (156) — величина существенно положительная, определение системы значений параметров, обеспечивающей одновременное минимальное значение каждого из выписанных интегралов, можно заменить подбором системы значений этих параметров, обеспечивающей минимальное значение суммы этих интегралов. Следовательно, если ввести обозначение

$$S = \int_0^1 f_1^2(x) \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 dx + \int_0^1 f_2^2(x)\, (\tau_{xy})^2\, dx + \int_0^1 f_3^2(y) \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dy + \int_0^1 f_4^2(y)\, (\tau_{xy}^2)^2\, dy \tag{157}$$

и вспомнить, что S, согласно формулам (153)—(154), является квадратичной функцией параметров A_i, то четыре условия на контуре выемки можно, смягчая их, написать в виде одного сводного контурного условия

$$S\,(A_1, A_2, \ldots, A_{13}) — \text{мин}. \tag{158}$$

Следует заметить, что в совокупности (157) функции веса при помощи умножения их на постоянные коэффициенты могут произвольно изменять соотношение относительной точности выполнения отдельных условий (155). Это важно хотя бы потому, что если подынтегральные функции в выражениях (155) по абсолютной величине значительно разнятся между собой, то относительная точность выполнения каждого из этих условий будет различной (при малых значениях подынтегральных функций она будет весьма малой, и наоборот).

При определении совокупности значений параметров A_i, обеспечивающей минимальное значение функции S, необходимо учитывать, что эта совокупность должна точно удовлетворять условию равновесия (152). Таким образом, мы имеем дело с задачей об условном экстремуме (с задачей Лагранжа). Согласно решению этой задачи условие равновесия можно присоединить к

сводному контурному условию (158), получив одно совокупное выражение для всех условий, накладываемых на решение:

$$S\ (A_1,\ A_2, \ldots,\ A_{13}) + 2\lambda \left[\int_0^1 \sigma_x(y)\ dy + p_0 \right] = \text{мин}, \quad (159)$$

где λ — некоторый, пока произвольный параметр, определяемый таким образом, чтобы квадратная скобка в выражении (159) обратилась в нуль, т. е. чтобы точно было выполнено условие равновесия.

Перепишем (159) в сокращенном виде

$$S'\ (A_1,\ A_2, \ldots,\ A_{13}) = \text{мин}. \quad (160)$$

Совокупность значений параметров $A_1, A_2, \ldots, A_{13}$, обеспечивающая минимальное значение функции S', определится из системы уравнений

$$\frac{\partial S'}{\partial A_i} = 0 \quad (i = 1,\ 2, \ldots,\ 13). \quad (161)$$

В результате решения этой системы все 13 неизвестных A_i определяются в линейной зависимости от λ. Вставляя эти значения в условие равновесия (152), получим равенство, определяющее λ.

Опуская мотивировку выбора, связанную с тем, что в угловых точках напряжения в точном решении должны принимать

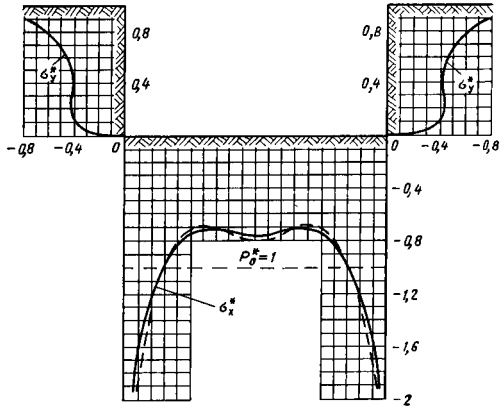


Рис. 71. Эпюры нормальных напряжений для случая 1

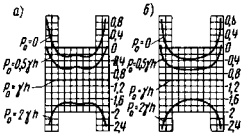


Рис. 72. Влияние боковой пригрузки на распределение реактивных давлений под подошвой штампа

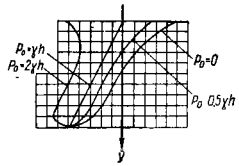


Рис. 73. Влияние боковой пригрузки на распределение реактивных давлений вдоль вертикальной грани

бесконечно большие значения, укажем, что нами были приняты следующие выражения для функций веса:

$$f_1 = f_2 = 2\sqrt{x\ (1 - x)}; \quad f_3 = f_4 = \sqrt{1 - y^2}. \quad (162)$$

На рис. 71 приведены результаты для случая 1 (см. рис. 69,*а*) при невесомом основании. Эпюры построены в долях от средних давлений p_0. На рис. 72,*а* показаны результаты решения в отношении распределения под штампом для различных соотношений между средним давлением на штамп p_0 и величиной γh. Здесь безразмерные σ_x^* связаны с действительными равенствами $\sigma_x = -\sigma_x^* \gamma h$. Из графика следует, что при отсутствии нагрузки на штамп под средней его частью в грунте возникают сжимающие напряжения, а у краев — растягивающие. По мере возрастания нагрузки участки растягивающих напряжений уменьшаются. При $p_0 = \gamma h$ они вовсе исчезают, причем эпюра давлений представляет собой прямую. При дальнейшем возрастании нагрузки эпюра все больше приближается к эпюре реактивных давлений от невесомой полуплоскости, изображенной на рис. 71.

Эти выводы совпадают с выводами В. А. Флорина [145, 146] на основе расчета по схеме, в которой учет заглубления сводится к учету боковой бесконечно простирающейся пригрузки, приложенной к условной прямолинейной поверхности грунта на уровне подошвы фундамента [см. формулу (139)]. Для сопоставления на рис. 72,*б* даны результаты расчета по формуле (139).

На рис. 73 приведен график влияния собственного веса грунта на давление грунта на стенку штампа. Эпюры могут быть использованы для освещения расчета подпорных стен, если они полностью неподвижны, и поэтому грунт засыпки остается в упругом состоянии.

На рис. 74 показаны эпюры безразмерных расчетных величин для невесомого грунта с учетом и без учета ломаного контура. На графиках видно, что учет ломаного контура снижает моменты, но не столь значительно.

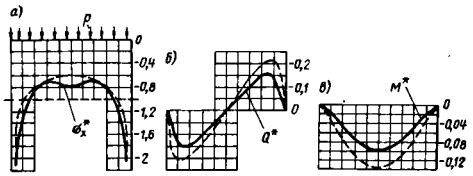


Рис. 74. Сопоставление эпюр

а — реактивных давлений; б — поперечных сил; в — изгибающих моментов (при ломаной границе основания — сплошная линия и при прямолинейной границе — пунктир)

В дальнейшем О. Я. Шехтер решила задачу о ломаном контуре, несколько видоизменив методику и заранее введя в решение особенность типа эпюры Садовского, подобно тому, как это делали А. Г. Ишкова и П. И. Клубин (см. часть первую, главу I, § 4). В решении О. Я. Шехтер различие между заглубленным и незаглубленным штампом еще меньше. Истина, очевидно, находится посередине, так как введение особенности заранее ведет к преувеличению неравномерности реактивных давлений, хотя в нашем решении эта неравномерность, напротив, преуменьшена.

Опуская полученные результаты для случая 2, переходим к случаю 3, решение для которого получено с исключительно большой точностью.

В статье [37] приведен табличный и графический материал, позволяющий определить перемещения дна и стенок котлована при любой равномерной нагрузке, объемном весе и коэффициенте бокового давления. При этом перемещения дна выемки в невесомой полуплоскости под равномерной нагрузкой почти в точности совпадают с перемещениями цельной полуплоскости под полосовой нагрузкой [см. формулу (136)]. На рис. 75 показаны перемещения дна и стенок котлована без нагрузки на дно, а только под влиянием собственного веса грунта и бокового давления при $\xi=0{,}5$. Для перехода к действительным перемещениям показанные на рисунке величины E_1u^* и E_1v^* следует умножить на $\gamma h/E_1$. На том же графике отложена пунктиром эпюра, установленная по формуле (136) и определяющая относительные перемещения поверхности цельной полуплоскости при полосовой нагрузке $p=-\gamma h$, т. е. при отрицательной нагрузке, равной весу выпутого грунта. Во всех случаях перемещение углов котлована условно принималось равным нулю.

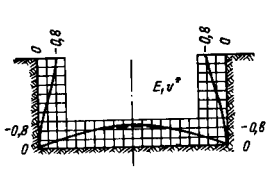


Рис. 75. Перемещение стенок и дна ненагруженного котлована под воздействием собственного веса грунта и бокового давления при $\xi_0=0{,}5$. Пунктиром показаны перемещения дна котлована, установленные по схеме боковой пригрузки, приложенной к прямолинейной границе основания

Таким образом, напрашивается вывод, что по крайней мере для котлованов со стороной $2a:h\leqslant 2$ допустимо проводить расчет упругой отдачи по схеме цельной полуплоскости, находящейся под действием отрицательной нагрузки, равной весу выпутого грунта или, что одно и то же, под действием положительной бесконечной пригрузки той же интенсивности. Этот вывод можно распространить и на пространственные условия задачи

§ 3. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ ПРИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛЕ, ПРИЛОЖЕННОЙ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ

В § 2 рассмотрено решение задачи о заглубленном фундаменте с учетом ломаного контура верхней границы основания и с использованием формул для напряжений и деформаций от нагрузок, приложенных вблизи границы полуплоскости. В следующем параграфе будет показано, как при помощи тех же формул решаются задачи о стенке в грунте или об анкерной плите, причем в этом случае используются еще формулы от воздействия двойных сил. Здесь приведены формулы, связанные с воздействием сосредоточенных сил.

Формулы для напряжений от вертикальной и горизонтальной сил, приложенных вблизи границы полуплоскости, были даны Е. Меланом [182]. Нами они были дополнены выражениями для вертикальных и горизонтальных перемещений [137]. При этом было обнаружено, что в одной из формул Е. Мелан допустил погрешность. Исправленные формулы Е. Мелана и формулы для перемещений были опубликованы в книге В. А. Флорина [146], где была воспроизведена опечатка, вкравшаяся в нашу публикацию [42]. Здесь формулы даны в правильном виде.

Для вертикальной силы P, действующей снизу вверх и приложенной к точке M с абсолютными координатами $(d, 0)$ (рис. 76, *а*), функция напряжений, удовлетворяющая условиям на свободной границе полуплоскости (при $x=0$)

$$\sigma_x=0;\quad \tau_{xy}=0, \tag{163}$$

определяется уравнением

$$\varphi=\frac{P}{\pi}\left[\frac{1}{2}\,y\,(\theta_1+\theta_2)-\frac{m-1}{4m}\,(x-d)\,\ln\frac{r_1}{r_2}-\right.$$

$$-\frac{m+1}{2m}\cdot\frac{d\,x\,(d+x)}{r_2^2}\Bigg]. \qquad (164)$$

В формуле (164): $m=\frac{1}{\nu}$ — число Пуассона; θ_1 — угол между осью x и прямой, соединяющей точку приложения силы P с точкой (x, y), в которой определяются напряжения; θ_2 — аналогичный угол, но не для точки приложения силы, а для зеркального отображения этой точки с координатами $(-d, 0)$; r_1 и r_2 — расстояния между точкой (x, y) и соответственно точками $(d, 0)$ и $(-d, 0)$.

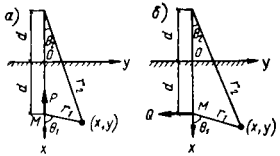


Рис. 76. Схема нагрузки и обозначения, принятые в решении Мелана

Аналогично для горизонтальной силы Q, действующей слева направо и приложенной в точке $(d, 0)$ (рис. 76, *б*), функция напряжений

$$\varphi=\frac{Q}{\pi}\left[-\frac{1}{2}\,(x-d)\,(\theta_1+\theta_2)-\frac{m-1}{4m}\,y\ln\frac{r_1}{r_2}+\right.$$
$$\left.+\frac{m+1}{2m}\cdot\frac{d\,x\,y}{r_2^2}\right]. \qquad (165)$$

Согласно известным уравнениям, связывающим функцию напряжений с компонентами напряжений

$$\sigma_x=\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2};\quad \sigma_y=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2};\quad \tau_{xy}=-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial y}, \qquad (166)$$

выражения компонентов при нагрузке сосредоточенной силой

$$\sigma_x=\frac{P}{\pi}\left\{\frac{m+1}{2m}\left[\frac{(x-d)^3}{r_1^4}+\frac{(x+d)\,[(x+d)^2+2\,d\,x]}{r_2^4}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{8\,d\,x\,(d+x)\,y^2}{r_2^6}\right]+\frac{m-1}{4m}\left[\frac{x-d}{r_1^2}+\frac{3x+d}{r_2^2}-\frac{4\,x\,y^2}{r_2^4}\right]\right\}; \qquad (167)$$

$$\sigma_y=\frac{P}{\pi}\left\{\frac{m+1}{2m}\left[\frac{(x-d)\,y^2}{r_1^4}+\frac{(x+d)\,(y^2+2\,d^2)-2\,d\,y^2}{r_2^4}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{8\,d\,x\,(d+x)\,y^2}{r_2^6}\right]+\frac{m-1}{4m}\left[-\frac{x-d}{r_1^2}+\frac{x+3\,d}{r_2^2}+\frac{4\,x\,y^2}{r_2^4}\right]\right\}; \qquad (168)$$

$$\tau_{xy}=-\frac{P\,y}{\pi}\left\{\frac{m+1}{2m}\left[\frac{(x-d)^2}{r_1^4}+\frac{x^2-2\,d\,x-d^2}{r_2^4}+\frac{8\,d\,x\,(d+x)^2}{r_2^6}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{m-1}{4m}\left[\frac{1}{r_1^2}-\frac{1}{r_2^2}+\frac{4\,x\,(d+x)}{r_2^4}\right]\right\}. \qquad (169)$$

Точно так же при нагрузке сосредоточенной силой Q компоненты напряжений

$$\sigma_x=\frac{Q\,y}{\pi}\left\{\frac{m+1}{2m}\left[\frac{(x-d)^2}{r_1^4}-\frac{d^2-x^2+6\,d\,x}{r_2^4}+\frac{8\,d\,x\,y^2}{r_2^6}\right]-\right.$$
$$\left.-\frac{m-1}{4m}\left[\frac{1}{r_1^2}-\frac{1}{r_2^2}-\frac{4\,x\,(d+x)}{r_2^4}\right]\right\}; \qquad (170)$$

$$\sigma_y=\frac{Q\,y}{\pi}\left\{\frac{m+1}{2m}\left[\frac{y^2}{r_1^4}+\frac{y^2-4\,d\,x-2\,d^2}{r_2^4}+\frac{8\,d\,x\,(d+x)^2}{r_2^6}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{m-1}{4m}\left[\frac{1}{r_1^2}+\frac{3}{r_2^2}-\frac{4\,x\,(d+x)}{r_2^4}\right]\right\}; \qquad (171)$$

$$\tau_{xy}=\frac{Q}{\pi}\left\{\frac{m+1}{2m}\left[\frac{(x-d)\,y^2}{r_1^4}+\frac{(2\,d\,x+y^2)\,(d+x)}{r_2^4}-\frac{8\,d\,x\,(d+x)\,y^2}{r_2^6}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{m-1}{4m}\left[\frac{x-d}{r_1^2}+\frac{3\,x+d}{r_2^2}-\frac{4\,x\,(x+d)^2}{r_2^4}\right]\right\}. \qquad (172)$$

Ошибка у Е. Мелана была в том, что в формуле напряжений (171) вместо члена

$$+\frac{y^2-4\,d\,x-2\,d^2}{r_2^4}$$

входил член

$$+\frac{y^2+8\,d\,x+6\,d^2}{r_2^4}.$$

Формулы для напряжений (167)—(172) выведены для плоского напряженного состояния (см. часть первую, главу I, § 3). Чтобы перейти к условиям плоской деформации, надо величину $\nu=1/m$ везде заменить величиной $\nu_1=\nu/1-\nu$.

Приведем теперь наши формулы для вертикального u и горизонтального v перемещений, установленные по причинам, о которых упоминалось в первой части с точностью до постоянной. Для перемещений от сосредоточенной силы P в условиях плоской деформации

$$u=\frac{P\,(1-\nu^2)}{\pi\,E}\left\{\frac{1}{2}\,(1+\nu_1)\left[\frac{y^2}{2\,r_1^2}+\ln r_1 r_2+\right.\right.$$

$$+\frac{y^2-4\,d\,x-2\,d^2}{2\,r_2^2}+2\,\frac{d\,x\,y^2}{r_2^4}\Bigg]+\frac{1}{4}\,(1-\nu_1)\times$$

$$\times\left[\ln r_1+3\ln r_2+\frac{2\,(y^2+d\,x+d^2)}{r_2^2}\right]+\frac{\nu_1}{2}\,(1+\nu_1)\times$$

$$\times\left[\frac{y^2}{2\,r_1^2}+\frac{y^2+2\,d^2}{2\,r_2^2}+\frac{2\,d\,x\,y^2}{r_2^4}\right]-\frac{\nu_1}{4}\,(1-\nu_1)\times$$

$$\times\left[\ln\frac{r_2}{r_1}-2\,\frac{d\,(x+d)+y^2}{r_2^2}\right]\Bigg\}; \qquad (173)$$

$$v=\frac{P\,(1-\nu^2)}{\pi\,E}\left\{\frac{1}{2}\,(1+\nu_1)\left[-\frac{y\,(x-d)}{2\,r_1^2}-\frac{y\,(x-d)}{2\,r_2^2}+\right.\right.$$

$$\left.+d\,y\,\frac{d^2-x^2+y^2}{r_2^4}\right]+(1-\nu_1)\left(\operatorname{arctg}\frac{y}{x+d}-\frac{x\,y}{2\,r_2^2}\right)-\frac{\nu_1}{2}\times$$

$$\times(1+\nu_1)\left[\frac{(x-d)\,y}{2\,r_1^2}+\frac{y\,(x+d)}{2\,r_2^2}+\frac{2\,(x+d)\,d\,x\,y}{r_2^4}\right]-$$

$$\left.-\frac{\nu_1}{2}\,(1-\nu_1)\,\frac{x\,y}{r_2^2}\right\}. \qquad (174)$$

Перемещения от горизонтальной силы Q

$$u=\frac{Q\,(1-\nu^2)}{\pi\,E}\left\{\frac{1}{2}\,(1+\nu_1)\left[-\frac{y\,(x-d)}{2\,r_1^2}+\frac{4\,d\,y}{r_2^2}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{(x+d)\,y}{2\,r_2^2}-2\,d\,y\,\frac{(x+d)\,d+y^2}{r_2^4}\right]+\frac{(1-\nu_1)}{2}\times$$

$$\times\left[2\operatorname{arc\,tg}\frac{x+d}{y}-\frac{x\,y}{r_2^2}\right]-\frac{\nu_1}{2}\,(1+\nu_1)\times$$

$$\times\left[\frac{y_1\,(x-d)}{2\,r_1^2}+y\,\frac{(x+d)}{2\,r_2^2}-2\,d\,x\,y\,\frac{x+d}{r_2^4}\right]-$$

$$\left.-\frac{\nu_1}{2}\,(1-\nu_1)\,\frac{x\,y}{r_2^2}\right\}; \qquad (175)$$

$$v=\frac{Q\,(1-\nu_1^2)}{\pi\,E}\left\{\frac{1}{2}\,(1+\nu_1)\left[\frac{(x-d)^2}{2\,r_1^2}+\frac{1}{2}\ln\,[(x-d)^2+y^2]\times\right.\right.$$

$$\left.\times[(x+d)^2+y^2]+\frac{x^2+6\,d\,x+3\,d^2}{2\,r_2^2}-\frac{2\,d\,x\,(d+x)^2}{r_2^4}\right]+$$

$$+\frac{(1-\nu_1)}{4}\left[\frac{1}{2}\ln\,[(x-d)^2+y^2]+\frac{3}{2}\ln\,[(x+d)^2+y^2]+\right.$$

$$\left.+2\,x\,\frac{d+x}{r_2^2}\right]-\frac{\nu_1\,(1+\nu_1)}{2}\left[-\frac{(x-d)^2}{2\,r_1^2}+\frac{d^2-x^2-2\,d\,x}{2\,r_2^2}+\right.$$

$$\left.+2\,d\,x\,\frac{(x+d)^2}{r_2^4}\right]+\frac{\nu_1\,(1-\nu_1)}{4}\left[\frac{1}{2}\ln\,[(x-d)^2+y^2]-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{2}\ln\,[(x+d)^2+y^2]+2\,x\,\frac{d+x}{r_2^2}\right]\right\}. \qquad (176)$$

Согласно С. П. Тимошенко [137], для перехода от формул напряжений и перемещений от нагрузок сосредоточенными силами к тем же формулам от нагрузок двойными силами, действующими в том же направлении, что и сосредоточенные силы, достаточно продифференцировать формулы по параметру, характеризующему абсциссу (для вертикальных сил) или ординату (для горизонтальных сил) точки приложения силы. В нашем случае для вертикальных сил этим параметром будет величина d. Что касается горизонтальных сил, то в наших формулах такого параметра нет, поскольку считается, что нагрузка Q приложена к оси x и поэтому ордината точки приложения равна нулю. Если предположить, что эта сила приложена на расстоянии c вправо от оси x, выписанные формулы будут действительны при условии, что в них везде величина y будет заменена величиной $y-c$. Чтобы получить необходимые формулы для двойной горизонтальной силы, останется только продифференцировать формулы (170) — (172) и (175)—(176) по c. Согласно Тимошенко в обоих случаях (т. е. как в случае вертикальных, так и горизонтальных двойных сил) производные надо взять с обратным знаком.

§ 4. РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ, РАБОТАЮЩИХ ВНУТРИ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ

К конструкциям, работающим внутри упругого основания, относятся, например, шпунтовые стенки (в нижней своей части), сваи, работающие на горизонтальные и моментные нагрузки, анкерные плиты, опоры ЛЭП и многие другие. Однако расчет таких конструкций изучен мало.

До последнего времени их рассчитывали следующими методами.

1. По первому предельному состоянию, т. е. по устойчивости основания с применением формул Кулона. Между тем далеко не всегда нагрузка на конструкцию может быть доведена до критической по устойчивости основания, и часто гораздо важнее рассчитать конструкцию по второму предельному состоянию (по деформациям), когда грунт работает в стадии уплотнения и, следовательно, к нему применимы формулы теории упругости. Опыты и строгий расчет по такой схеме показывают, что в упру-

гой стадии реактивные давления, например, на нижнем конце жесткой шпунтовой стенки или сваи весьма значительно превосходят кулоновские; следовательно, расчет прочности конструкций при упругой стадии основания необходим.

2. Расчет, согласно которому конструкция условно считается лежащей на поверхности упругого основания, но жестко связанной с ним, так что допускаются отрицательные реактивные давления. Переход в эпюре от положительных давлений к отрицательным принимается за переход от давления грунта на конструкцию с одной ее стороны на давление с другой. Конечно, такой расчет весьма условен, хотя если он проводится по гипотезе Винклера, особенно при условии, что коэффициент постели возрастает с глубиной, его нельзя упрекнуть во внутреннем противоречии. Иначе обстоит дело, если применяется расчет по гипотезе упругого полупространства. Дело в том, что, если, например, рассчитывается стенка в грунте, расчет никак не отражает того, что верх стенки находится вблизи поверхности грунта (см. рис. 36, *б*), где основание ослаблено близостью поверхности. В этом случае логично было бы рассчитывать стенку не на поверхности полуплоскости, как делают в настоящее время, а на поверхности четвертьплоскости.

3. Расчет, согласно которому конструкция работает внутри упругого основания и полностью с ним сцеплена. В такой постановке задачу впервые решил Б. Н. Жемочкин в пространственных условиях для упругой заделки стержня [70]; он вывел формулы для определения напряжений и деформаций в упругом полупространстве от горизонтальной силы, приложенной вблизи поверхности, аналогичные формуле Миндлина [100].

Такое решение грешит тем существенным недостатком, что конструкция одной своей стороной давит на стенку, а другой тянет грунт за собой (рис. 77,*а*). Так как грунт в действитель-

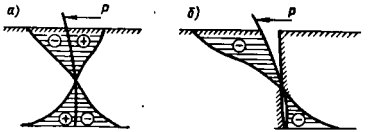


Рис. 77. Схема расчета конструкции

ности не работает или почти не работает на растяжение, эта схема не оправдана. Деформативность грунта оказывается примерно в 2 раза преуменьшенной. Правильное решение может быть получено, если учитывать, что конструкция разрывает сплошность основания, или, иначе говоря, что она работает внутри щели (рис. 77, *б*). В этом случае грунт работает только на сжатие с той стороны конструкции, куда она перемещается. С другой же стороны давление грунта будет либо вовсе отсутствовать

(в случае связных грунтов), либо проявит себя активное давление, либо, наконец, возникнет давление от навала грунта, т. е. от упругого перемещения грунта в сторону конструкции под влиянием собственного веса.

Мы считаем указанную в п. 3 постановку задачи, ближе всего отвечающей действительности. Предположение о работе грунта как упругого полупространства для конструкций, работающих внутри основания, еще более обоснованно, чем для конструкций, лежащих на его поверхности, так как внутри грунта проявление структурных и пластических деформаций затруднено. Учет влияния собственного веса элементарным путем, т. е. как горизонтального добавочного бокового давления со стороны грунта, дает возможность учитывать нарастание сопротивляемости грунта с глубиной, не прибегая к искусственному увеличению коэффициента постели или модуля деформации. Когда же будет решена задача о деформациях тяжелого полупространства (см. часть вторую, главу II, § 4) [47], методы расчета будут еще более уточнены. Потребуются и усилия для учета эффекта на работу таких конструкций, как сваи, работающих на горизонтальную нагрузку, возникновения у поверхности грунта зон пластических деформаций, для чего придется решить соответствующую смешанную задачу (часть первая, глава II, § 3).

Эффект щели, в которую вставлена конструкция, достигается по [104] использованием в расчете двойных сил (см. часть первую, главу II, § 4), прикладываемых по непрерывному закону к полуплоскости или полупространству вдоль контура, который занимает конструкция. Распределенные таким образом двойные силы обладают свойством разрывать упругую среду. Для упрощения можно считать, что толщина конструкции бесконечно мала, учитывая, что конструкция имеет конечную или даже бесконечно большую жесткость. Эту методику легко обобщить и на случай, когда толщина учитывается, при условии, однако, что эта толщина не слишком велика.

Если мы рассматриваем стенку в грунте, работающую на горизонтальную нагрузку (см. рис. 77), вертикальная щель получается применением двойных сил, действующих в горизонтальном направлении и приложенных в случае плоской задачи к полуплоскости. Формулы для сосредоточенных двойных сил получают по указаниям, помещенным в конце предыдущего параграфа.

Расчет стенки выполнен в двух вариантах. Согласно предложенному нами методу совместно с А. Б. Оградовичем [104] был выполнен расчет жесткой стенки, а затем тот же метод был обобщен А. Б. Оградовичем на случай гибкой стенки [104а].

Рассмотрим общий случай гибкой стенки. Будем считать, что к верху стенки, совпадающей со свободной поверхностью грунта, приложены сосредоточенная сила P и момент M. Чтобы эта схема отражала работу шпунтовой стенки, условимся, что за-

сыпка учитывается как равномерно распределенная нагрузка на поверхность полуплоскости по одну сторону стенки (рис. 78). Пусть грунт — плотная глина, а вес засыпки недостаточен для смыкания краев щели, и поэтому плотного заполнения щели не происходит (в работе [104а] исследованы и случаи, когда щель смыкается, но разрыв в напряжениях происходит).

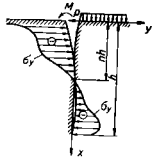


Рис. 78. Схема расчета гибкой шпунтовой стенки

Граничные условия на поверхности грунта удовлетворяются при использовании решения Мелана автоматически. Граничные условия справа ($y=+0$) и слева ($y=-0$) от стенки (см. рис. 78) будут различными. Пусть точка, в которой реактивные давления переходят с одной стороны стенки на другую и где ширина щели равна нулю, находится на глубине h (где h — глубина заделки стенки). Тогда граничные условия для гладкой стенки имеют вид:

$$\left.\begin{array}{l} \text{при } x \leqslant nh \\ y=+0,\ \sigma_y=0,\ \tau_{xy}=0,\ y=-0,\ Y(x)=v(x),\ \tau_{xy}=0; \\ \text{при } x \geqslant nh \\ y=+0,\ Y(x)=v(x),\ \tau_{xy}=0,\ y=-0,\ \sigma_y=0,\ \tau_{xy}=0. \end{array}\right\} \quad (177)$$

Здесь $Y(x)$ и $v(x)$ — соответственно прогиб стенки и перемещение грунта. Так как в плоской задаче смещения определяются с точностью до аддитивной постоянной, условно принято, что нижний конец стенки не смещается.

Перейдем к приведенным координатам:

$$\xi=\frac{x}{h};\quad \eta=\frac{y}{h}.$$

Для выполнения граничных условий (177) к цельной полуплоскости прикладываем вдоль оси x на отрезке $0\leqslant\xi\leqslant1$ фиктивные нагрузки в виде обычных горизонтальных сил, распределенных по закону

$$q(\xi)=\sum_{i=0}^{m} q_i\,\xi^i, \quad (178)$$

и горизонтальных двойных сил

$$d(\xi)=\sum_{i=0}^{m} d_i\,\xi^i. \quad (179)$$

Решение может быть еще уточнено при введении фиктивной нагрузки из вертикальных сил, самоуравновешенных в своей совокупности.

Степень полиномов (178) и (179) m зависит от желательной точности. В нашем решении было принято $m=4$.

Неизвестные коэффициенты q_i и d_i должны быть определены так, чтобы наилучшим образом удовлетворялись граничные условия (177).

Согласно решению Мелана, горизонтальные напряжения от нагрузки распределенными силами (178) имеют вдоль оси x разрыв; если считать справа налево, то напряжения определяются равенством

$$\sigma_y(\xi)_{\mp0}=\mp\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{4} q_i\,\xi^i \quad (180)$$

(принимаем растягивающие напряжения положительными, сжимающие — отрицательными).

Горизонтальные напряжения от распределенных двойных сил определяются интегрированием формулы напряжений для двойных сил D, распределенных по закону (179) вдоль вертикальной оси шпунтовой стенки. Кроме того, учитывается «упругое» давление грунта от его собственного веса и от веса засыпки умножением соответствующих вертикальных напряжений на коэффициент бокового давления $\xi_0=\nu/1-\nu$, где ν — коэффициент Пуассона грунта.

При определении касательных напряжений вдоль поверхности шпунта учитывается, что от распределенных двойных сил касательные напряжения не возникают. При определении горизонтальных перемещений учитывают, что двойные силы дают разрыв в перемещениях, определяемый равенством

$$v(\xi)_{\mp0}=\mp\frac{h(1-\nu^2)}{2E}\sum_{i=0}^{4} d_i\,\xi^i. \quad (181)$$

Значения касательных напряжений по обеим сторонам шпунта, таким образом, определяются интегрированием по длине шпунта формулы касательных напряжений от горизонтальных сил, распределенных по закону (178). Если бы были введены вертикальные самоуравновешенные силы, они давали бы возможность наиболее эффективно снять касательные напряжения вдоль шпунта; к сожалению, в излагаемом решении эта возможность не была использована. Горизонтальные перемещения определяются интегрированием формулы этих перемещений от двойных сил (179) с добавлением перемещений от распределенных горизонтальных сил.

Перемещения (изгиб) стенки описываются дифференциальным уравнением

$$\frac{D^*}{h^4} \cdot \frac{\partial^4 Y(\xi)}{d\xi^4} + \sigma_y(\xi) = 0, \qquad (182)$$

где D^* — цилиндрическая жесткость стенки.

Величина $\sigma_y(\xi)$ определяется в уравнении (182) на верхнем и нижнем участках шпунта с учетом всех оговоренных особенностей.

Интегрируя последовательно 4 раза уравнение (182), получим величину перемещений, которую подставляем в граничные условия (177).

Таким образом, все граничные условия выражаются через неизвестные параметры q_i и d_i. Эти параметры определяются так, чтобы граничные условия выполнялись наилучшим способом в смысле наименьших квадратов. Используем для этого способ, изложенный в § 2. Так как в нашей задаче ряд подынтегральных выражений обращается в бесконечность при $\xi=1$, функция веса $f(\xi)=\sqrt{1-\xi^2}$. На основе метода Лагранжа к сумме интегралов, выражающих граничные условия, добавляются и те условия, которые должны выполняться точно, т. е. условие равновесия, условие равенства нулю горизонтальных напряжений в точке nh и условие равенства нулю ширины щели у нижнего конца стенки. Выражения, соответствующие этим условиям, умножаются на неопределенные параметры Лагранжа λ_i.

Дальнейший ход определения неизвестных q_i и d_i аналогичен тому, который использовался в задаче о заглубленном штампе (§ 2). Кроме этих неизвестных, мы заранее не знаем значение величины n. Поэтому величиной n приходится задаваться и путем решения ряда систем, относящихся к тому или иному значению n, выбрать то из них, при котором ширина щели в точке $\xi=n$ оказывается равной нулю, причем отрицательные значения ширины отсутствуют. При учете толщины шпунта ширина щели в точке $\xi=n$ должна равняться этой толщине. Разумеется, при всех этих вычислениях предполагается использование ЭВМ.

Следует отметить, что расчет должен проводиться совместно для суммы обеих нагрузок P и M, так как закон независимости действия сил при учете щели перестает быть действительным.

Если к отрезку прикладывается система только распределенных вертикальных и горизонтальных сил, достигается эффект возникновения в основании волосяной трещины без вставленной в нее конструкции.

На рис. 79 приведены результаты расчета жесткой стенки, подверженной воздействию на поверхности грунта силы $P'=5$ *тс/м*. Засыпки нет. Глубина заделки 2 *м*, объемный вес

грунта $\gamma=1{,}6$ *т/м*³, $\xi_0=0{,}54$. Установлено, что $n=0{,}71$. В эпюру реактивных давлений включено боковое давление от веса грунта.

Тот же метод был использован Л. Н. Репниковым в совместной с нами работе по расчету анкерной плиты [118]. Предполагается, что анкерная плита заложена параллельно горизонтальной поверхности грунта и близко к ней, имеет удлиненную прямоугольную форму в плане; поэтому она может приближенно рассчитываться в поперечном направлении в условиях плоской задачи. Расчет ведется по второму предельному состоянию: на относительные перемещения, а также на прочность. Для пространственной задачи о прямоугольной анкерной плите есть решение Д. Дугласа и Е. Дэвиса [172] с применением формул Миндлина [100]. Однако эти авторы, подобно Б. Н. Жемочкину [70], не учитывают разрыва сплошности основания, и грунт у них сверху сжимается, а снизу растягивается.

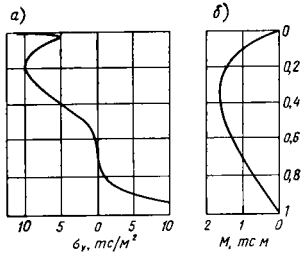


Рис. 79. Результаты расчета жесткой стенки

а — эпюра горизонтальных давлений на стенку; *б* — эпюра изгибающих моментов

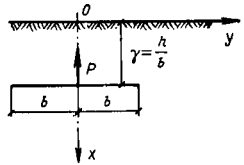


Рис. 80. Схема расчета анкерной плиты

Абсолютно жесткая, гладкая полосовая пластинка шириной $2b$ расположена на глубине h и подвергается воздействию вертикальной силы P, *тс/м*, приложенной к середине пластинки. Толщиной пластинки пренебрегается. Грунт принимается невесомым (решение легко обобщается и на случай весомого грунта). Система приведенных к полуширине пластинки b координат показана на рис. 80. Условия равновесия и граничные условия вдоль обеих сторон пластинки будут ($\gamma=h/b$):

$$2\int_0^1 \sigma_x\, dy = -P \quad \text{при} \quad x=\bar{\gamma}-0; \qquad (183)$$

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_x = 0 \quad \text{при} \quad x=\bar{\gamma}+0; \quad \tau_{xy}=0 \quad \text{при} \quad x=\bar{\gamma}\pm 0; \\ &\frac{\partial u}{\partial y}=0 \quad \text{при} \quad x=\bar{\gamma}-0. \end{aligned}\right\} \qquad (184)$$

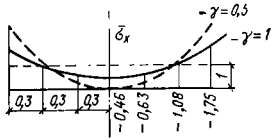


Рис. 81. Безразмерные эпюры контактных напряжений при приведенной глубине заложения $\gamma=1$ (пунктирная эпюра для $\gamma=0.5$)

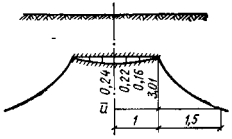


Рис. 82. Безразмерные эпюры относительных перемещений и раскрытия щели при $\gamma=1$

Кроме того, на границе полуплоскости должны отсутствовать вертикальные нормальные и касательные напряжения.

Приближенное решение получается при помощи трех фиктивных нагрузок, распределенных вдоль отрезка, занимаемого пластинкой ($x=\gamma$, $-1<y\leqslant 1$): вертикальных, горизонтальных и двойных вертикальных сил, соответственно по закону

$$p(y)=a_0+a_2y^2+a_4y^4;\quad q(y)=c_1y+c_3y^3;$$
$$d(y)=m_0+m_2y^2+m_4y^4, \tag{185}$$

где a_i и c_i имеют размерность $тс/м^2$; m_i — $тс/м$. Дальнейшее решение проводится тем же методом, что и для шпунтовой стенки. Условие смыкания щели у конца отрезка определяется равенством

$$m_0+m_1+m_2=0. \tag{186}$$

При применении метода Лагранжа имеем два параметра λ_i. Один из них используется для точного выполнения условия равновесия (183), второй — для точного выполнения условия (186). Функции веса не вводились.

На рис. 81 показаны эпюры контактных напряжений для двух значений приведенной глубины ($\gamma=1$ и $\gamma=0{,}5$) в долях от средних давлений $p_{ср}$. На рис. 82 показаны перемещения нижней стороны щели по отношению к анкерной плите (раскрытие щели), а также перемещения точек вне плиты, лежащих до загружения анкера на одной горизонтали с нею. Формула перехода от безразмерных перемещений u к размерным

$$u=\bar{u}\,p_{ср}\,b\,(1-\nu^2)/E.$$

Реактивные давления у краев анкера бесконечно велики. Обращает на себя внимание, что чем ближе к поверхности заложена плита, тем неравномернее давления, причем превышается неравномерность эпюры Садовского для штампа, приложенного к поверхности. По-видимому, если глубина заложения стремится к нулю, то эпюра давлений на анкер не переходит в эпюру Садовского, а стремится к двум сосредоточенным реакциям у краев анкера.

Ту же задачу методами, близкими к методу Н. И. Мусхелишвили, для бесконечно глубокого заложенного анкера решили Н. Н. Фотиева и В. А. Лыткин [147]. Однако, в противоположность нам, у них на верхней стороне плиты поставлено условие полного сцепления плиты с грунтом, т. е. отсутствия горизонтальных перемещений. В случае $\nu=0{,}5$, т. е. для несжимаемой среды, это решение также дает нулевые значения касательных напряжений на верхней стороне, равные нулю. Таким образом, в какой-то мере можно сравнивать наше решение (при $\nu={}^1/_3$) с решением этих авторов. Оказывается, что при $\gamma=1$ и $\gamma=\infty$ реактивные давления практически совпадают. Однако относительные перемещения анкера с увеличением глубины значительно уменьшаются (рис. 83). Раскрытие щели при $\gamma=\infty$ оказалось значительно бо́льшим, чем при $\gamma=1$. Возможно, что здесь сказалось недостаточное число параметров, определяющих распределение двойных сил. В решении Фотиевой и Лыткина нижняя граница щели подходит к плите вертикально. Поэтому для получения близкого эффекта число параметров m_i должно быть увеличено.

Заметим, что наши методы использования двойных сил могут быть упрощены, если вместо непрерывного их распределения по законам полиномов брать распределение по ступенчатым эпюрам, как это в отношении простых сил делает Б. Н. Жемочкин, оставляя без изменения применение методов наименьших квадратов и условного экстремума Лагранжа.

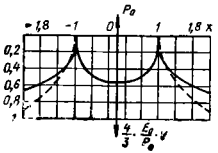


Рис. 83. Безразмерные эпюры смещения горизонтали, проходящей через глубоко заложенную анкерную плиту, и раскрытие в основании щели. Сплошные линии — при действии анкерной плиты внутри упругой плоскости, пунктирные — при действии штампа, связанного с верхней границей полуплоскости и находящегося под действием направленной вверх нагрузки

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

Расчет круглых плит на упругом полупространстве

Здесь рассматриваются плиты, расчет которых основан на решении задачи теории упругости с осевой симметрией (см. часть первую, главу I, § 3). Строго говоря, к плитам этого типа принадлежат только плиты конечного и бесконечного радиуса при нагрузке, симметричной относительно центра (рис. 84). Однако схемой круглой плиты можно пользоваться в порядке приближения и для плит другой формы. Иногда таблицы для расчета круглых плит полезно использовать для расчета не только многоугольных, но даже прямоугольных (близких к квадратным) плит, которые рассчитываются по собственной теории (часть пятая), а достаточно разработанных таблиц для этого нет.

Решение задачи о круглой плите бесконечно большого радиуса, нагруженной сосредоточенной силой, совпадает с решением задачи о плите любой формы при нагрузке силой, приложенной вдали от края. Имея это решение, можно решить задачу о расчете плиты больших размеров в плане, нагруженной рядом со-

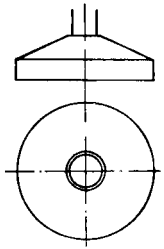


Рис. 84. Круглая плита на упругом основании

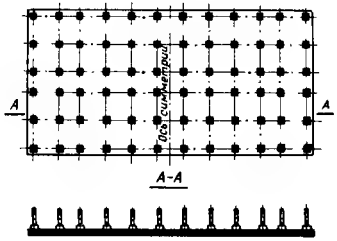


Рис. 85. Сплошная фундаментная плита под сетку колонн

средоточенных сил или нагрузками, близкими к сосредоточенным силам. Этим способом проводится расчет средних полей сплошных фундаментных плит, нагруженных сеткой колонн (рис. 85), о чем более подробно будет сказано в шестой части.

Способ применим также для расчета усовершенствованных покрытий автодорог, полов промышленных зданий и т. д.

Наконец, приближенные способы, которые излагаются как в инструктивных объяснениях к таблицам, так и в примерах расчета, позволяют приближенно рассчитывать круглые плиты в случаях, когда нагрузка не является строго симметричной.

Глава I. ПРАКТИКА РАСЧЕТА

А. КРУГЛЫЕ ПЛИТЫ

§ 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. По предлагаемому методу и таблицам[1] могут рассчитываться круглые плиты на упругом основании постоянной толщины, а также плиты переменной толщины, если они удовлетворяют п. 7 настоящего параграфа.

2. Метод расчета и таблицы предназначены для свободно лежащих плит, но в § 5 настоящей главы приводятся указания о расчете плит при любых условиях на краю, в частности для расчета днищ цилиндрических резервуаров.

3. Нагрузка предусматривается только симметричная относительно центра[2]:

а) равномерная нагрузка q, $тс/м^2$ по кругу (рис. 86) (в том числе и по всей плите) или по кольцу (рис. 87);

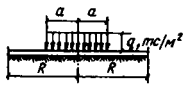


Рис. 86. Равномерная нагрузка по кругу

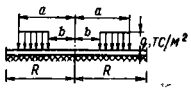


Рис. 87. Равномерная нагрузка по кольцу

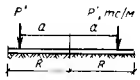


Рис. 88. Равномерная силовая нагрузка по окружности

б) равномерная силовая нагрузка P', $тс/м$ по окружности (рис. 88) (в том числе и по краю плиты);

в) равномерная моментная нагрузка m', $тс$ по окружности (рис. 89) (в том числе и по краю плиты);

г) сосредоточенная сила P, $тс$ в центре плиты (рис. 90).

4. Для расчета необходимо иметь следующие данные:

[1] В проектной практике применяется и метод расчета круглых и кольцевых плит, предложенный Б. Н. Жемочкиным [68]. Метод аналогичен методу того же автора для расчета полос и балок на упругом основании (см. части вторую и четвертую).

[2] Об эксцентричной нагрузке на жесткие плиты см. пп. 1 и 2, § 2. Некоторые приближенные приемы расчета гибких плит на несимметричную нагрузку приведены в примере § 11.

а) радиус плиты R, *м*;

б) толщину плиты h, *м* (рис. 91);

в) модуль упругости E_1 (в *тс/м²* или *кгс/см²*) и коэффициент Пуассона ν_1 для материала плиты (для железобетона $\nu_1 = \frac{1}{6}$);

г) модуль деформации E_0 или модуль упругости E (в *тс/м²* или *кгс/см²*) и коэффициент Пуассона ν_0 для грунта (см. часть первую, главу III); размерность величины E_0 (или E) должна быть одноименной с размерностью величины E_1;

д) величину нагрузок;

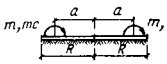


Рис. 89. Равномерная моментная нагрузка по окружности

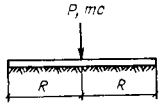


Рис. 90. Сосредоточенная сила в центре

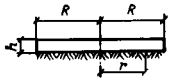


Рис. 91. Расчетная схема круглой плиты

е) в случае сплошной нагрузки по кругу (см. рис. 86), а также сплошной или моментной нагрузки по окружности (см. рис. 88 и 89) — радиус нагрузки a; в случае же кольцевой нагрузки — внешний радиус нагрузки a и внутренний b (см. рис. 87).

5. При расчете действительные расстояния от центра плиты до рассчитываемого сечения r (см. рис. 91) заменяются приведенными $\rho = r/R$. Аналогично вводятся приведенные радиусы нагрузок: $\alpha = a/R$ и $\beta = b/R$.

6. На основе данных п. 4 вычисляется отвлеченная величина, называемая показателем гибкости круглой плиты:

$$s = 3\,\frac{1-\nu_1^2}{1-\nu_0^2}\cdot\frac{E_0}{E_1}\cdot\frac{R^3}{h^3}. \qquad (187)$$

Плиты в зависимости от значения s относятся к одной из следующих категорий[1]:

а) при $s \leqslant 1/2$ плита считается абсолютно жесткой (о расчете таких плит см. § 2);

б) при $1/2 < s \leqslant 10$ плиты считаются имеющими конечную жесткость и радиус (см. § 3);

в) при $s > 10$ можно считать, что плита либо имеет неограниченные размеры, либо является абсолютно гибкой (см. § 4).

7. Для установления категории плит переменной толщины, как ступенчатых, так и пирамидальных (рис. 92), следует отдельно определить показатели гибкости s_1 по максимальной толщине плиты и s_2 по минимальной [оставляя в формуле

[1] Обоснованность указаний этого параграфа см. ниже, в § 4.

(187) значение полного радиуса плиты R]. Кроме того, нужно определить отношение радиуса повышенной жесткости R_1 к радиусу всей плиты R ($\gamma = R_1/R$).

При $s_1 < 0{,}5$ и выполнении одного из трех условий: 1) $\gamma \geqslant 0{,}25$, $s_2 < 1$; 2) $\gamma \geqslant 0{,}5$, $s_2 < 1{,}5$; 3) $\gamma \geqslant 0{,}75$, $s_2 < 2$, плиту можно принимать в целом за абсолютно жесткую и рассчитывать согласно указаниям п. 1, § 2.

При $0{,}5 < s_1 \leqslant 10$ и отношении толщин $h_{макс}/h_{мин} \leqslant 1{,}5$ плиту в порядке приближения допустимо принимать как имеющую постоянную толщину и проводить ее расчет по правилам для плиты, имеющей конечную жесткость и радиус (§ 3). Показатель гибкости такой плиты следует устанавливать исходя из следующих значений h: при $\gamma < 0{,}25$ — из $h_{мин}$; при $0{,}5 \leqslant \gamma < 0{,}75$ — из среднего значения h: $1/2\,(h_{макс} + h_{мин})$*; при $\gamma \geqslant 0{,}75$ — из $h_{макс}$. При $\gamma \geqslant 0{,}75$ можно пользоваться допущением о постоянном значении толщины при $h_{макс}/h_{мин} < 2$.

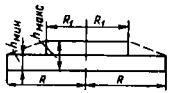


Рис. 92. Плита переменной толщины

Если плита не подходит ни к одному из перечисленных типов, расчет по предлагаемым методам не может обеспечить достаточную точность. Приближенный метод расчета таких плит дан в книге Б. Н. Жемочкина [68].

§ 2. РАСЧЕТ ПЛИТ, ПРИНИМАЕМЫХ ЗА АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИЕ

1. При любой нагрузке, симметричной относительно центра, реактивные давления под абсолютно жесткой круглой плитой определяются по табл. 30, рассчитанной по формуле Буссинеска [137]:

$$p = \frac{P}{2\pi R^2\sqrt{1-\rho^2}}, \qquad (188)$$

где P — суммарная нагрузка на плиту[1].

* Точнее исходить не из среднего значения h, а из средневзвешенного по соответствующим площадям.

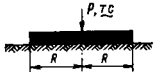
[1] Более общая формула Буссинеска для реактивных давлений под эллиптической абсолютно жесткой плитой имеет вид

$$p(x, y) = \frac{P}{2\pi ab\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}},$$

где a и b — соответственно большая и малая полуоси эллипса; x и y — декартовы координаты с началом в центре эллипса.

Таблица 30

Реактивные давления под круглой абсолютно жесткой плитой при любой симметричной нагрузке



Формула перехода: $p = \bar{p}\,\dfrac{P}{R^2}$, где P — суммарная нагрузка в *тс*

ρ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\bar{p}$	0,159	0,160	0,162	0,167	0,174	0,184	0,199	0,223	0,265	0,365	∞

В таблице даны ординаты безразмерной эпюры реактивных давлений p.

Для получения действительных значений реактивных давлений следует воспользоваться равенством, помещенным перед таблицей.

Для эксцентричной нагрузки реактивные давления определяются по формулам [2, 58]:

$$p = \frac{P}{2\pi R^2} \cdot \frac{3\lambda x + 1}{\sqrt{1-\rho^2}}. \qquad (189)$$

Здесь P — результирующая нагрузка; λ — приведенное к радиусу плиты расстояние от центра плиты до результирующей нагрузки; x — приведенная к радиусу абсцисса рассматриваемой точки подошвы плиты при условии, что начало декартовых координат помещено в центре подошвы плиты, а положительная ось x направлена через точку приложения P.

Из формулы (189) явствует, что если нагрузка P будет приложена на расстоянии, большем $1/3$ радиуса плиты, то с противоположной от нагрузки стороны у края плиты появятся отрицательные давления. Так как в действительности грунт на растяжение не работает, то плита будет частично отставать от основания.

2. Осадка абсолютно жесткой плиты при любой симметричной нагрузке, по Буссинеску [137],

$$w = \frac{P\,(1-\nu_0^2)}{2\,R\,E_0}, \qquad (190)$$

при эксцентричной нагрузке [2, 58]

$$w = \frac{P\,(1-\nu_0^2)\,(2+3\lambda x)}{4\,R\,E_0}. \qquad (191)$$

Угол наклона при эксцентричной нагрузке

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{3\,P\,\lambda\,(1-\nu_0^2)}{4\,E_0\,R^2}. \qquad (192)$$

3. Радиальные моменты M_r (т. е. моменты, стремящиеся изогнуть плиту в направлении радиуса) и тангенциальные (кольцевые) моменты M_t (т. е. моменты, стремящиеся изогнуть плиту в направлении, перпендикулярном к радиусу) определяются по таблицам:

а) при нагрузке q, *тс/м*² по кругу радиуса — по табл. 31;

б) при нагрузке по окружности P', *тс/м* — по табл. 32;

в) при нагрузке сосредоточенной силой P, *тс* в центре — по табл. 33 (см. также п. 4 этого параграфа).

В таблицах помещены безразмерные значения моментов $\bar{M}_r$ и $\bar{M}_t$. Для перехода к действительным моментам M_r и M_t служат формулы перехода, помещенные перед таблицами.

Изгибающие моменты M_r и M_t имеют размерность в тоннах. Иначе говоря, эти моменты отнесены к 1 *м* ширины плиты.

Таблицы безразмерных моментов $\bar{M}_r$ и $\bar{M}_t$ составлены на основе формул (281) — (289) при значениях коэффициента Пуассона $\nu_1 = 1/6$, т. е. для железобетонных плит. При других значениях величины ν_1 таблицами можно пользоваться только в порядке приближения. Значение моментов можно в этом случае получить на основе только что упомянутых формул.

Эпюры изгибающих моментов, так же как и поперечных сил (см. п. 5), при эксцентричной нагрузке еще не изучены.

4. Из табл. 33 видно, что при нагрузке сосредоточенной силой значение изгибающих моментов $\bar{M}_r$ и $\bar{M}_t$ в центре плиты равно бесконечности. В действительности, однако, нагрузка всегда распределяется по малому кругу, и поэтому моменты имеют конечное значение. Для определения значения моментов в центре плиты служит табл. 34. Значение моментов в остальной плите (вне центра) при нагрузках по малому кругу определяется по табл. 33.

5. Значения радиальных поперечных сил N_r определяются для различных нагрузок по табл. 31, 32, 33. В отличие от таблиц для изгибающих моментов эти таблицы пригодны для любых жестких плит, а не только для железобетонных. Таблицы составлены на основе формул главы II.

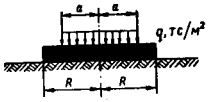
Поперечные силы N_r отнесены к 1 *м* ширины плиты и имеют размерность *тс/м*.

Тангенциальные (кольцевые) поперечные силы N_t в симметрично-нагруженной круглой плите равны нулю.

При нагрузке плиты колонной с малой площадью поперечного сечения во избежание бесконечно большого значения N_r в центре плиты при принятии нагрузки за сосредоточенную силу следует вычислять значение среза у края колонны, разделив

Таблица 31

Радиальные $\overline{M}_r$ и тангенциальные $\overline{M}_t$ изгибающие моменты и поперечные силы $\overline{N}_r$ для абсолютно жесткой плиты радиусом R при равномерной нагрузке q (в $тс/м^2$), распределенной по кругу приведенного радиуса $\alpha = a/R$



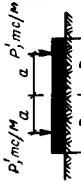
Формулы перехода от табличных данных $\overline{M}_r$, $\overline{M}_t$ и $\overline{N}_r$ к действительным значениям M_r, M_t и N_r:

$$M_r = \overline{M}_r R^2 q \ тс; \quad M_t = \overline{M}_t R^2 q \ тс;$$
$$N_r = -\overline{N}_r \ тс/м$$

α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{M}_r$					
0,1	0,0080	0,0060	0,0036	0,0024	0,0016	0,0010	0,0006	0,0003	0,0001	0,0000	0
0,2	0,0237	0,0218	0,0159	0,0102	0,0068	0,0045	0,0026	0,0014	0,0005	0,0000	0
0,3	0,0426	0,0406	0,0349	0,0253	0,0166	0,0106	0,0064	0,0033	0,0012	0,0001	0
0,4	0,0616	0,0598	0,0543	0,0449	0,0324	0,0205	0,0124	0,0066	0,0025	0,0002	0
0,5	0,0788	0,0771	0,0718	0,0630	0,0511	0,0357	0,0215	0,0114	0,0047	0,0007	0
0,6	0,0922	0,0906	0,0857	0,0775	0,0664	0,0519	0,0345	0,0186	0,0080	0,0016	0
0,7	0,1001	0,0988	0,0942	0,0866	0,0764	0,0632	0,0475	0,0289	0,0126	0,0029	0
0,8	0,1008	0,0993	0,0995	0,0886	0,0794	0,0677	0,0537	0,0374	0,0193	0,0049	0
0,9	0,0926	0,0914	0,0879	0,0819	0,0740	0,0639	0,0519	0,0381	0,0231	0,0080	0
1	0,0737	0,0727	0,0697	0,0647	0,0582	0,0499	0,0401	0,0291	0,0177	0,0068	0
						$\overline{M}_t$					
0,1	0,0080	0,0070	0,0054	0,0043	0,0035	0,0031	0,0025	0,0021	0,0018	0,0016	0,0014
0,2	0,0237	0,0228	0,0200	0,0165	0,0138	0,0116	0,0097	0,0083	0,0070	0,0062	0,0054
0,3	0,0426	0,0416	0,0390	0,0343	0,0292	0,0247	0,0210	0,0179	0,0152	0,0132	0,0117
0,4	0,0616	0,0608	0,0583	0,0537	0,0479	0,0410	0,0352	0,0299	0,0255	0,0221	0,0195
0,5	0,0788	0,0780	0,0756	0,0714	0,0658	0,0585	0,0503	0,0432	0,0370	0,0320	0,0288
0,6	0,0922	0,0914	0,0891	0,0851	0,0799	0,0731	0,0648	0,0558	0,0481	0,0415	0,0365
0,7	0,1001	0,0994	0,0974	0,0936	0,0889	0,0826	0,0750	0,0662	0,0570	0,0491	0,0431
0,8	0,1008	0,0999	0,0983	0,0950	0,0907	0,0851	0,0784	0,0705	0,0616	0,0529	0,0412
0,9	0,0926	0,0920	0,0905	0,0875	0,0839	0,0789	0,0732	0,0664	0,0590	0,0510	0,0441
1	0,0737	0,0731	0,0714	0,0693	0,0663	0,0623	0,0576	0,0522	0,0462	0,0402	0,0348
						$\overline{N}_r$					
0,1	0	0,050	0,025	0,016	0,012	0,009	0,007	0,006	0,004	0,003	0
0,2	0	0,050	0,100	0,066	0,048	0,037	0,029	0,023	0,017	0,011	0
0,3	0	0,050	0,099	0,148	0,109	0,084	0,066	0,051	0,038	0,025	0
0,4	0	0,050	0,098	0,146	0,193	0,149	0,117	0,091	0,068	0,044	0
0,5	0	0,049	0,097	0,144	0,190	0,233	0,183	0,143	0,106	0,068	0
0,6	0	0,049	0,096	0,142	0,185	0,226	0,264	0,206	0,153	0,098	0
0,7	0	0,049	0,095	0,139	0,180	0,217	0,251	0,280	0,208	0,134	0
0,8	0	0,048	0,094	0,135	0,173	0,207	0,236	0,258	0,272	0,175	0
0,9	0	0,048	0,092	0,131	0,166	0,196	0,219	0,234	0,238	0,221	0
1	0	0,047	0,090	0,127	0,158	0,183	0,200	0,207	0,200	0,168	0

Таблица 32

Радиальные $\overline{M}_r$ и тангенциальные $\overline{M}_t$ изгибающие моменты и поперечные силы $\overline{N}_r$ для абсолютно жесткой плиты радиусом R при нагрузке P' (в $тс/м$), распределенной по окружности приведенного радиуса $\alpha = a/R$



Формулы перехода от табличных данных $\overline{M}_r$, $\overline{M}_t$ и $\overline{N}_r$ к действительным значениям M_r, M_t и N_r:

$$M_r = \overline{M}_r R \ P' \ тс; \quad M_t = \overline{M}_t R \ P' \ тс;$$
$$N_r = \overline{N}_r P' \ тс/м$$

α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
						$\overline{M}_r$					
0,1	0,130	0,130	0,075	0,049	0,033	0,021	0,013	0,007	0,002	0,000	0
0,2	0,178	0,178	0,180	0,111	0,072	0,046	0,028	0,015	0,006	0,000	0
0,3	0,193	0,194	0,195	0,198	0,125	0,079	0,047	0,025	0,010	0,001	0
0,4	0,184	0,165	0,188	0,192	0,197	0,123	0,074	0,040	0,017	0,003	0
0,5	0,156	0,157	0,160	0,165	0,172	0,182	0,109	0,059	0,026	0,006	0
0,6	0,110	0,111	0,114	0,121	0,129	0,140	0,115	0,086	0,039	0,011	0
0,7	0,043	0,048	0,052	0,059	0,069	0,082	0,099	0,120	0,056	0,017	0
0,8	—0,035	—0,033	—0,028	—0,020	—0,009	0,006	0,026	0,049	0,078	0,025	0
0,9	—0,132	—0,131	—0,125	—0,116	—0,104	—0,086	—0,065	—0,038	—0,005	0,036	0
1	—0,248	—0,246	—0,240	—0,230	—0,216	—0,197	—0,173	—0,144	—0,107	—0,062	0
						$\overline{M}_t$					
0,1	0,130	0,130	0,106	0,085	0,070	0,058	0,049	0,042	0,035	0,031	0,027
0,2	0,178	0,178	0,179	0,155	0,131	0,110	0,094	0,080	0,069	0,059	0,052
0,3	0,193	0,194	0,194	0,195	0,175	0,151	0,129	0,110	0,094	0,081	0,072
0,4	0,184	0,185	0,186	0,188	0,190	0,172	0,150	0,130	0,111	0,096	0,084

Продолжение табл. 32

α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,5	0,156	0,157	0,158	0,160	0,164	0,169	0,153	0,133	0,115	0,099	0,087
0,6	0,110	0,110	0,112	0,115	0,119	0,124	0,131	0,119	0,102	0,088	0,077
0,7	0,046	0,047	0,049	0,052	0,057	0,063	0,071	0,081	0,071	0,061	0,051
0,8	—0,035	—0,034	—0,031	—0,028	—0,023	—0,016	—0,006	0,005	0,017	0,013	0,009
0,9	—0,132	—0,132	—0,129	—0,125	—0,119	—0,110	—0,101	—0,088	—0,074	—0,056	—0,054
1	—0,248	—0,247	—0,244	—0,239	—0,233	—0,224	—0,213	—0,200	—0,183	—0,164	—0,139

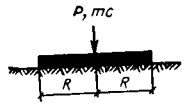
$\overline{N}_r$

α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	0	0,001*	—0,498	—0,329	—0,242	—0,187	—0,147	—0,114	—0,085	—0,055	0
0,2	0	0,001	0,004*	—0,658	—0,483	—0,373	—0,293	—0,228	—0,170	—0,109	0
0,3	0	0,002	0,006	0,014*	—0,725	—0,560	—0,440	—0,343	—0,255	—0,164	0
0,4	0	0,002	0,008	0,018	0,033*	—0,746	—0,587	—0,457	—0,340	—0,219	0
0,5	0	0,003	0,010	0,023	0,042	0,067*	—0,733	—0,571	—0,425	—0,273	0
0,6	0	0,003	0,012	0,028	0,050	0,080	0,120*	—0,686	—0,510	—0,328	0
0,7	0	0,004	0,014	0,032	0,058	0,094	0,140	0,200*	—0,595	—0,383	0
0,8	0	0,004	0,016	0,037	0,067	0,107	0,160	0,229	0,320*	—0,438	0
0,9	0	0,005	0,018	0,042	0,075	0,121	0,180	0,257	0,360	—0,503*	0
1	0	0,005	0,020	0,046	0,084	0,134	0,200	0,286	0,400	0,564	1,000*

Примечание. При $\rho = \alpha$ указаны значения для $\overline{N}_r$ с внутренней стороны окружности нагрузки. Для определения значения $\overline{N}_r$ с внешней стороны окружности нагрузки от табличного значения следует отнять единицу.

Таблица 33

Радиальные $\overline{M}_r$ и тангенциальные $\overline{M}_t$ изгибающие моменты и поперечные силы $\overline{N}_r$ для абсолютно жесткой плиты, нагруженной в центре сосредоточенной силой P (в *тс*)



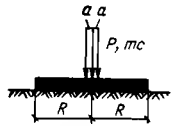
Формулы перехода от табличных данных $\overline{M}_r$, $\overline{M}_t$ и $\overline{N}_r$ к действительным значениям M_r, M_t и N_r:

$$M_r = \overline{M}_r P;\ M_t = \overline{M}_t P;\ N_r = -\overline{N}_r \frac{P}{R}$$

ρ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\overline{M}_r$	∞	0,175	0,111	0,075	0,051	0,033	0,020	0,010	0,004	0,000	0
$\overline{M}_t$	∞	0,245	0,177	0,140	0,114	0,095	0,080	0,068	0,058	0,050	0,044
$\overline{N}_r$	∞	1,583	0,780	0,506	0,365	0,276	0,212	0,162	0,119	0,075	0

Таблица 34

Радиальные и тангенциальные изгибающие моменты в центре круглой абсолютно жесткой плиты при равномерной нагрузке, распределенной по кругу малого приведенного радиуса $\alpha = a/R$



Формула перехода от табличных данных $\overline{M}$ к действительным значениям M_r и M_t:

$M_r = M_t = \overline{M}P$, где P — суммарная нагрузка в *тс*

α	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,075	0,10	0,15
$\overline{M}$	0,532	0,468	0,403	0,366	0,339	0,318	0,280	0,254	0,215

величину нагрузки на длину окружности (или периметра) колонны.

6. Если плита армируется не радиальной и кольцевой арматурой, а по прямоугольной сетке, следует от усилий M_r, M_t, N_r перейти к усилиям M_x, M_y, N_x, N_y, действующим в направлениях x и y укладки арматуры прямоугольной сетки. Приняв диаметр плиты, совпадающий с одним из направлений арматуры, за ось x (см. рис. 93, на котором точки A относятся к слу-

чаю плит под сетку колонн), получим возможность определить значение искомых условий для любой точки плиты по формулам:

$$\left.\begin{aligned} M_x &= M_r(\rho)\cos^2\theta + M_t(\rho)\sin^2\theta; \\ M_y &= M_r(\rho)\sin^2\theta + M_t(\rho)\cos^2\theta; \\ N_x &= N_r(\rho)\cos\theta; \quad N_y = N_r(\rho)\sin\theta. \end{aligned}\right\} \qquad (193)$$

В формулах (193) через ρ обозначено приведенное (к радиусу R) расстояние точки от центра, а через θ — угол, который образует прямая (соединяющая точку с центром) с осью x.

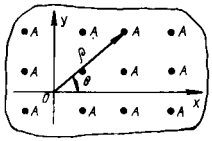


Рис. 93. Схема, поясняющая переход от усилий в полярных координатах к усилиям в декартовых координатах

Кроме усилий, определяемых формулами (193), при переходе к прямоугольной сетке следует учесть также наличие крутящего момента

$$H_x = -H_y = \frac{1}{2}\,[M_r(\rho) - M_t(\rho)]\,\sin 2\theta. \qquad (193')$$

Об армировании на крутящие моменты см. § 8.

7. Пример расчета по таблицам для абсолютно жесткой плиты приведен в § 10.

§ 3. РАСЧЕТ ПЛИТЫ КОНЕЧНОГО РАДИУСА И ЖЕСТКОСТИ

1. Для симметрично-нагруженных плит постоянной толщины h, радиуса R и конечной жесткости при показателе гибкости s (187), удовлетворяющем условию $0{,}5 < s \leqslant 10$, расчет проводится по табл. 35—39, составленным при помощи ЭВМ Е. Б. Фрайфельдом и Е. М. Вильк на основе нашего метода расчета этих плит. Лишь небольшая часть этого табличного материала (табл. 37—39) была опубликована в первом издании этой книги. Остальные табличные данные публикуются впервые. Правила расчета по таблицам следующие.

а) **При нагрузке силами** P' (в *тс/м*), равномерно распределенными по окружности радиуса a, реактивные давления p, прогибы (осадки) w, радиальные (M_r) и тангенциальные (M_t) моменты, поперечные силы (N_r) устанавливаются на основе табл. 35.

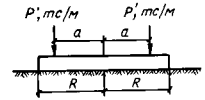
Значение показателя гибкости s округляется до ближайшего значения из числа, предусмотренного таблицами. Также округляется до целого числа десятых значение приведенного радиу-

Таблица 35

Реактивные давления p, осадки w, радиальные M_r и тангенциальные моменты M_t, поперечные силы N_r и углы наклона касательной к линии прогибов у края $\operatorname{tg}\varphi_к$ для круглой плиты конечной жесткости D и радиуса R при нагрузке силами P' (в *тс/м*), равномерно распределенными по окружности радиуса $a = \alpha R$

Формулы перехода от табличных данных $\bar{p}$, $\bar{M}_r$, $\bar{M}_t$, $\bar{N}_r$, $\bar{w}$, $\operatorname{tg}\bar{\varphi}_к$ к действительным p, M_r, M_t, N_r, w, $\operatorname{tg}\varphi_к$:

$$p = \bar{p}\,\frac{P'}{R}; \quad w = \bar{w}\,\frac{R^3}{D}\,P'; \quad M_r = -\bar{M}_r R P'; \quad M_t = -\bar{M}_t R P'; \quad N_r = N_r P'; \quad \operatorname{tg}\varphi_к = \overline{\operatorname{tg}}\,\varphi_к\,\frac{R^2}{D}\,P'$$



$s = 1$

Вид эпюры	α	ρ: 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{\operatorname{tg}}\,\varphi_к$
$\bar{p}$	0,1	209	204	194	180	168	161	160	165	182	235	383	−023
$\bar{M}_r$		120	120	065	041	025	015	008	003	000	−001	000	
$\bar{M}_t$		120	120	096	076	061	050	042	035	030	026	023	
$\bar{N}_r$		000	010*	−480	−304	−213	−156	−115	−084	−057	−032	000	
$\bar{w}$		096	096	094	092	090	088	085	083	080	078	075	
$\bar{p}$	0,2	386	381	370	353	337	324	321	334	377	480	709	−044
$\bar{M}_r$		158	158	161	094	057	034	018	007	001	−002	000	
$\bar{M}_t$		158	158	159	137	114	094	079	066	056	048	043	
$\bar{N}_r$		000	019	038*	−611	−428	−313	−231	−168	−114	−061	000	
$\bar{w}$		190	189	187	184	180	175	171	166	161	157	152	
$\bar{p}$	0,3	526	524	519	510	496	484	483	507	581	736	1031	−060
$\bar{M}_r$		164	165	169	174	103	060	032	014	003	−002	000	
$\bar{M}_t$		164	165	166	169	149	127	107	091	077	066	059	
$\bar{N}_r$		000	026	052	078*	−648	−474	−351	−255	−173	−092	000	
$\bar{w}$		279	279	276	273	268	262	256	250	243	237	231	
$\bar{p}$	0,4	634	635	637	636	633	631	638	677	781	1003	1440	-070
$\bar{M}_r$		151	152	156	162	171	100	055	026	007	−001	000	
$\bar{M}_t$		151	151	153	156	160	144	124	106	090	077	068	
$\bar{N}_r$		000	032	064	095	127*	-642	−477	−348	−237	−127	000	
$\bar{w}$		363	362	360	357	352	346	340	332	325	318	311	

Вид эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{tg}\ \varphi_к$
$\overline{p}$	0,5	715	717	723	731	742	757	784	843	979	1286	1949	
$\overline{M}_r$		121	122	127	134	144	157	088	044	015	001	000	
$\overline{M}_t$		121	122	124	127	132	138	124	108	092	079	069	—071
$\overline{N}_r$		000	036	072	109	146	184*	—609	—447	—307	—167	000	
$\overline{w}$		441	440	439	436	432	427	421	414	407	399	392	
$\overline{p}$	0,6	772	775	783	800	825	862	916	1009	1193	1595	2475	
$\overline{M}_r$		076	078	082	090	101	115	133	069	027	004	000	
$\overline{M}_t$		076	077	079	083	088	095	103	093	079	068	059	—061
$\overline{N}_r$		000	039	078	118	159	203	251*	—553	—382	—210	000	
$\overline{w}$		514	513	512	511	508	505	500	495	489	483	477	
$\overline{p}$	0,7	805	810	824	849	888	945	1032	1172	1427	1934	2978	
$\overline{M}_r$		017	018	023	031	043	058	078	102	043	010	000	
$\overline{M}_t$		017	017	020	023	029	036	045	056	049	041	035	—036
$\overline{N}_r$		000	040	081	124	169	218	272	335*	—461	—254	000	
$\overline{w}$		583	582	582	582	581	580	578	576	573	569	566	
$\overline{p}$	0,8	815	822	842	876	930	1008	1127	1320	1659	2299	3563	
$\overline{M}_r$		—057	—055	—050	—042	—030	—014	006	032	065	017	000	
$\overline{M}_t$		—057	—056	—054	—050	—044	—037	—028	—016	—002	—004	—005	006
$\overline{N}_r$		000	041	083	127	174	226	286	358	452*	—303	000	
$\overline{w}$		646	647	647	648	650	652	653	655	656	657	658	
$\overline{p}$	0,9	803	811	837	882	952	1053	1207	1452	1880	2683	4258	
$\overline{M}_r$		—145	—143	—138	—130	—118	—102	—081	—054	—019	027	000	
$\overline{M}_t$		—145	—144	—142	—138	—132	—125	—115	—103	—088	—069	—064	066
$\overline{N}_r$		000	040	082	126	175	230	295	376	483	641*	000	
$\overline{w}$		705	706	708	711	715	720	726	732	739	746	753	
$\overline{p}$	1	769	780	812	869	956	1084	1275	1579	2105	3084	4994	
$\overline{M}_r$		—247	—246	—241	—233	—222	—206	—184	—157	—120	—071	000	
$\overline{M}_t$		—247	—247	—245	—241	—235	—228	—219	—207	—191	—171	—145	149
$\overline{N}_r$		000	039	079	123	172	229	299	388	510	694	1000*	
$\overline{w}$		760	761	765	770	777	786	797	809	823	837	852	

$s = 2$

Вид эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{tg}\ \varphi_к$
$\overline{p}$	0,1	295	286	263	234	206	186	173	164	162	195	342	
$\overline{M}_r$		114	114	060	036	022	012	006	002	—000	—001	000	
$\overline{M}_t$		114	114	090	071	056	046	038	032	027	023	021	—021
$\overline{N}_r$		000	015*	—472	—294	—201	—144	—103	—073	—049	—027	000	
$\overline{w}$		054	054	052	050	048	046	044	042	039	037	035	
$\overline{p}$	0,2	527	518	492	455	415	378	351	339	350	408	568	
$\overline{M}_r$		146	147	150	085	050	028	014	005	—000	—002	000	
$\overline{M}_t$		146	147	148	126	104	086	071	060	051	044	039	—040
$\overline{N}_r$		000	026	051*	—593	—407	—290	—208	—147	—096	—050	000	
$\overline{w}$		106	105	103	100	097	092	088	084	080	076	072	
$\overline{p}$	0,3	689	684	670	645	607	564	528	519	555	643	781	
$\overline{M}_r$		149	150	155	161	093	052	027	010	001	—002	000	
$\overline{M}_t$		149	150	152	155	136	115	097	081	069	059	053	—054
$\overline{N}_r$		000	034	058	100*	—620	—444	—320	—226	—148	—075	000	
$\overline{w}$		153	153	151	148	143	138	132	127	121	115	110	
$\overline{p}$	0,4	792	793	791	781	758	726	696	695	752	897	1161	
$\overline{M}_r$		134	136	140	148	159	091	048	022	005	—002	000	
$\overline{M}_t$		134	135	137	141	146	131	112	095	081	070	062	—064
$\overline{N}_r$		000	040	079	118	156*	—608	—442	—315	—208	—108	000	
$\overline{w}$		196	195	194	191	186	181	175	168	162	155	149	
$\overline{p}$	0,5	850	851	855	858	857	852	848	863	943	1176	1732	
$\overline{M}_r$		106	108	113	121	133	148	082	040	014	001	000	
$\overline{M}_t$		106	107	109	113	119	126	114	098	084	072	063	—065
$\overline{N}_r$		000	043	085	128	171	214*	—577	—416	—280	—150	000	
$\overline{w}$		233	233	231	229	226	221	215	209	202	195	189	
$\overline{p}$	0,6	863	865	873	887	909	937	973	1031	1163	1503	2329	
$\overline{M}_r$		065	067	072	081	093	109	129	066	026	004	000	
$\overline{M}_t$		065	066	068	073	078	086	095	085	073	062	055	—056
$\overline{N}_r$		000	043	087	131	177	225	275*	—529	—361	—197	000	
$\overline{w}$		266	266	265	263	261	258	254	249	244	238	232	

8 Зак. 98

$s = 2$

Вид эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{tg}\ \varphi_к$
$\overline{p}$	0,7	834	839	855	882	924	983	1066	1195	1425	1889	2872	
$\overline{M}_r$		011	013	018	027	039	055	075	100	042	009	000	
$\overline{M}_t$		011	012	015	019	024	032	041	052	046	038	033	—033
$\overline{N}_r$		000	042	084	129	175	226	282	347*	—450	—246	000	
$\overline{w}$		295	295	295	294	294	293	291	289	286	283	280	
$\overline{p}$	0,8	766	774	798	839	901	991	1123	1330	1679	2320	3569	
$\overline{M}_r$		—053	—052	—047	—040	—028	—013	007	032	065	017	000	
$\overline{M}_t$		—053	—053	—051	—047	—042	—035	—026	—014	—000	—003	—004	005
$\overline{N}_r$		000	038	078	120	166	218	278	352	448*	—305	000	
$\overline{w}$		319	320	320	321	323	324	326	328	329	330	330	
$\overline{p}$	0,9	658	669	702	758	844	968	1149	1432	1911	2787	4477	
$\overline{M}_r$		—130	—129	—125	—118	—108	—094	—075	—050	—017	027	000	
$\overline{M}_t$		—130	—129	—127	—124	—119	—113	—105	—094	—080	—063	—058	060
$\overline{N}_r$		000	033	068	106	150	201	264	346	457	625*	000	
$\overline{w}$		340	340	342	345	348	353	358	364	371	377	383	
$\overline{p}$	1	513	527	569	643	755	917	1156	1526	2149	3284	5462	
$\overline{M}_r$		—220	—219	—216	—210	—201	—189	—173	—149	—117	—070	000	
$\overline{M}_t$		—220	—219	—218	—215	—211	—206	—199	—189	—176	—158	—133	137
$\overline{N}_r$		000	026	054	087	126	176	241	330	459	660	1000*	
$\overline{w}$		357	358	360	365	371	380	389	401	413	426	440	

$s = 5$

Вид эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{tg}\ \varphi_к$
$\overline{p}$	0,1	501	481	425	354	288	237	198	157	111	105	288	
$\overline{M}_r$		101	102	049	026	014	007	002	000	—001	—001	000	
$\overline{M}_t$		101	101	078	059	046	037	030	025	021	018	016	—016
$\overline{N}_r$		000	025*	—454	—270	—175	—116	—077	—050	—031	—018	000	
$\overline{w}$		027	027	026	024	022	020	019	017	015	013	012	

Вид эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{tg}\ \varphi_к$
$\overline{p}$	0,2	851	829	768	580	581	487	407	341	289	257	279	
$\overline{M}_r$		122	123	128	066	034	016	005	000	—002	—002	000	
$\overline{M}_t$		122	123	125	105	084	068	055	046	038	033	030	—030
$\overline{N}_r$		000	042	081*	—553	—360	—240	—159	—102	—060	—027	000	
$\overline{w}$		052	051	050	047	044	041	038	034	031	028	025	
$\overline{p}$	0,3	1040	1031	999	938	845	730	618	541	505	454	218	
$\overline{M}_r$		116	118	125	134	070	035	014	003	—003	—003	000	
$\overline{M}_t$		116	117	120	125	109	090	074	062	052	045	040	—041
$\overline{N}_r$		000	052	102	149*	—561	—378	—253	—164	—095	—038	000	
$\overline{w}$		073	073	071	069	065	061	056	052	048	043	039	
$\overline{p}$	0,4	1118	1119	1115	1089	1027	930	819	732	695	675	531	
$\overline{M}_r$		099	101	108	119	134	071	034	012	001	—003	000	
$\overline{M}_t$		099	100	103	108	116	103	087	073	062	053	047	—049
$\overline{N}_r$		000	056	112	166	218*	—538	—368	—244	—147	—066	000	
$\overline{w}$		091	090	089	087	083	079	074	069	064	059	054	
$\overline{p}$	0,5	1118	1120	1125	1124	1105	1061	990	908	861	936	1274	
$\overline{M}_r$		074	076	083	094	110	130	068	031	010	000	000	
$\overline{M}_t$		074	075	078	084	091	101	091	078	066	057	050	—052
$\overline{N}_r$		000	056	112	169	224	277*	—509	—348	—222	—114	000	
$\overline{w}$		104	104	103	101	098	095	090	085	080	075	069	
$\overline{p}$	0,6	1036	1039	1048	1066	1090	1108	1106	1085	1094	1295	2040	
$\overline{M}_r$		042	044	050	061	075	094	118	059	023	004	000	
$\overline{M}_t$		042	043	046	051	058	067	078	070	060	051	045	—046
$\overline{N}_r$		000	052	104	158	213	269	326*	—476	—315	—170	000	
$\overline{w}$		114	113	113	112	110	108	105	101	097	092	087	
$\overline{p}$	0,7	875	882	904	942	997	1068	1151	1257	1426	1786	2629	
$\overline{M}_r$		001	003	008	017	030	047	069	096	040	009	000	
$\overline{M}_t$		001	002	004	009	015	023	033	045	039	032	028	—028
$\overline{N}_r$		000	044	089	136	187	242	304	372*	—425	—228	000	
$\overline{w}$		121	121	121	120	120	120	119	117	114	112	109	
$\overline{p}$	0,8	648	659	694	752	836	954	1119	1359	1733	2368	3550	
$\overline{M}_r$		—046	—044	—041	—034	—024	—010	009	033	065	017	000	002
$\overline{M}_t$		—046	—045	—043	—040	—035	—029	—021	—010	003	000	—002	

$s = 5$

Вид эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{\mathrm{tg}}\,\varphi_к$
$\overline{N}_r$	0,8	000	033	067	105	148	199	261	338	440*	—307	000	002
$\overline{w}$		124	125	125	126	127	129	130	131	132	133	133	
$\overline{p}$	0,9	357	372	418	496	614	782	1024	1387	1976	3011	4948	047
$\overline{M}_r$		—099	—098	—096	—092	—085	—076	—062	—042	—014	028	000	
$\overline{M}_t$		—099	—098	—097	—095	—093	—088	—083	—075	—064	—048	—046	
$\overline{N}_r$		000	018	039	064	096	140	199	282	402	589*	000	
$\overline{w}$		125	126	127	129	132	135	139	144	149	154	159	
$\overline{p}$	1	—004	015	073	175	330	556	887	1395	2231	3716	6500	112
$\overline{M}_r$		—161	—161	—161	—160	—158	—154	—146	—133	—109	—069	000	
$\overline{M}_t$		—161	—161	—161	—161	—160	—159	—156	—151	—143	—130	—109	
$\overline{N}_r$		000	000	003	013	031	065	120	207	349	585	1000	
$\overline{w}$		123	124	126	129	134	140	148	156	166	177	188	

Вид эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{\mathrm{tg}}\,\varphi_к$

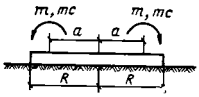
$s = 10$

$\overline{p}$	0,1	752	713	611	482	363	277	213	139	043	009	323	
$\overline{M}_r$		088	089	037	017	007	002	—001	—001	—001	000	000	
$\overline{M}_t$		088	088	066	048	036	028	022	018	016	014	012	—011
$\overline{N}_r$		000	037*	—432	—243	—146	—088	—051	—027	—015	—012	000	
$\overline{w}$		017	016	015	014	012	011	010	008	007	006	005	
$\overline{p}$	0,2	1212	1173	1064	909	739	579	444	331	224	116	036	
$\overline{M}_r$		098	100	107	047	019	005	—002	—004	—004	—002	000	
$\overline{M}_t$		098	090	102	083	064	050	040	032	027	023	021	—021
$\overline{N}_r$		000	060	114*	—509	—310	—189	—111	—059	—026	—007	000	
$\overline{w}$		031	031	029	027	025	022	020	017	015	013	011	
$\overline{p}$	0,3	1386	1373	1325	1228	1074	880	690	555	474	295	—401	
$\overline{M}_r$		085	087	096	109	049	018	002	—005	—006	—004	000	
$\overline{M}_t$		085	086	090	096	082	066	053	043	035	030	027	—029
$\overline{N}_r$		000	069	136	197*	—502	—313	—190	—106	—044	—002	000	
$\overline{w}$		042	042	041	039	036	033	030	027	024	021	018	

$\overline{p}$	0,4	1401	1408	1414	1385	1291	1128	934	768	656	480	—161	
$\overline{M}_r$		065	058	076	090	109	051	020	004	—003	—004	000	—035
$\overline{M}_t$		065	086	070	077	086	076	063	052	043	037	033	
$\overline{N}_r$		000	070	141	211	276*	—471	—298	—177	—089	—024	000	
$\overline{w}$		051	051	050	048	046	043	039	035	032	028	025	
$\overline{p}$	0,5	1331	1339	1358	1370	1352	1279	1143	957	774	694	853	
$\overline{M}_r$		044	047	055	068	087	111	055	023	007	000	000	
$\overline{M}_t$		044	046	049	056	065	076	069	059	050	043	038	—039
$\overline{N}_r$		000	067	135	204	272	336*	—442	—281	—166	—079	000	
$\overline{w}$		057	056	056	055	053	051	047	043	039	035	032	
$\overline{p}$	0,6	1154	1161	1182	1219	1265	1293	1264	1153	1012	1067	1824	
$\overline{M}_r$		021	023	030	042	058	080	107	053	021	004	000	
$\overline{M}_t$		021	022	025	031	038	049	061	056	048	041	036	—036
$\overline{N}_r$		000	058	117	178	242	309	375*	—423	—269	—144	000	
$\overline{w}$		060	050	060	059	058	057	054	051	048	044	040	
$\overline{p}$	0,7	867	878	912	973	1058	1159	1258	1345	1444	1675	2357	
$\overline{M}_r$		—008	—006	—001	008	021	039	062	091	038	000	000	
$\overline{M}_t$		—008	—007	—005	—000	006	014	024	037	033	027	023	—023
$\overline{N}_r$		000	044	089	138	192	254	322	397*	—397	—207	000	
$\overline{w}$		061	061	061	061	061	061	060	059	057	055	053	
$\overline{p}$	0,8	508	524	571	650	763	918	1126	1411	1810	2416	3452	
$\overline{M}_r$		—038	—037	—034	—028	—019	—007	010	033	064	016	000	
$\overline{M}_t$		—038	—037	—036	—033	—029	—024	—017	—007	006	003	000	000
$\overline{N}_r$		000	026	054	087	127	177	241	324	434*	—306	000	
$\overline{w}$		060	060	061	062	063	064	065	066	067	067	067	
$\overline{p}$	0,9	085	103	157	251	393	599	895	1337	2037	3231	5402	
$\overline{M}_r$		—069	—069	—068	—067	—064	—058	—049	—034	—010	028	000	
$\overline{M}_t$		—069	—069	—069	—068	—067	—065	—061	—056	—047	—034	—033	035
$\overline{N}_r$		000	005	012	025	047	082	136	219	348	554*	000	
$\overline{w}$		058	058	059	060	062	065	068	071	075	079	082	
$\overline{p}$	1	—433	—414	—352	—241	—066	199	600	1230	2279	4138	7591	
$\overline{M}_r$		—106	—106	—109	—112	—116	—120	—120	—115	—100	—067	000	
$\overline{M}_t$		—106	—106	—107	—109	—111	—113	—115	—115	—111	—103	—085	087
$\overline{N}_r$		000	—021	—039	—051	—052	—036	006	088	238	508	1000*	
$\overline{w}$		053	053	055	057	060	064	070	076	083	092	100	

Таблица 36

Реактивные давления p, осадки w, радиальные M_r и тангенциальные M_t моменты, поперечные силы N_r и углы наклона касательной к линии прогибов у края $\operatorname{tg}\varphi_к$ для круглой плиты конечной жесткости D и радиуса R при нагрузке моментами m' (в тс), равномерно распределенными по окружности радиуса $a=\alpha R$



Формулы перехода от табличных данных $\bar{p}$, $\bar{M}_r$, $\bar{M}_t$, $\bar{N}_r$, $\bar{w}$, $\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$ к действительным p, M_r, M_t, N_r, w, $\operatorname{tg}\varphi_к$:

$$p=\bar{p}\frac{m'}{R^2};\quad M_r=\bar{M}_r m';\quad M_t=\bar{M}_t m';$$

$$N_r=\bar{N}_r\frac{m'}{R};\quad w=\bar{w}\frac{R^2}{D}m';\quad \operatorname{tg}\varphi_к=\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}\frac{R}{D}m'$$

Эпюры	α	ρ											$\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
							$s=1$						
$\bar{p}$	0,1	−135	−115	−068	−016	015	019	012	027	066	040	−315	009
$\bar{M}_r$		−587	−587*	100	041	021	011	006	003	001	000	000	
$\bar{M}_t$		−587	−587	−108	−050	−031	−021	−017	−014	−012	−010	−009	
$\bar{N}_r$		000	−006	−010	−010	−007	−004	−002	000	004	010	000	
$\bar{w}$		−009	−007	−003	−001	001	002	003	004	005	006	007	
$\bar{p}$	0,2	−345	−307	−209	−097	−019	009	014	049	126	105	−449	032
$\bar{M}_r$		−591	−592	−593*	173	090	050	029	016	007	002	000	
$\bar{M}_t$		−591	−591	−592	−195	−115	−079	−060	−048	−041	−036	−033	
$\bar{N}_r$		000	−016	−027	−031	−027	−022	−017	−012	−003	−010	000	
$\bar{w}$		−031	−029	−021	−013	−007	−002	002	006	010	013	016	
$\bar{p}$	0,3	−486	−465	−401	−305	−190	−080	001	037	047	116	436	066
$\bar{M}_r$		−591	−592	−594	−598*	215	125	075	044	023	009	000	
$\bar{M}_t$		−591	−591	−592	−594	−248	−166	−123	−098	−082	−072	−064	
$\bar{N}_r$		000	−024	−044	−059	−066	−064	−057	−047	−037	−026	000	
$\bar{w}$		−066	−063	−055	−043	−030	−019	−010	−002	005	012	019	
$\bar{p}$	0,4	−640	−626	−580	−491	−360	−208	−081	−017	019	229	1096	117
$\bar{M}_r$		−597	−598	−602	−608	−615*	227	138	082	014	017	000	
$\bar{M}_t$		−597	−598	−599	−602	−606	−293	−216	−172	−144	−125	−112	
$\bar{N}_r$		000	−032	−061	−085	−101	−106	−101	−091	−080	−062	000	
$\bar{w}$		−101	−098	−091	−078	−060	−041	−025	−011	002	014	026	
$\bar{p}$	0,5	744	742	723	661	535	356	172	−037	067	365	1447	186
$\bar{M}_r$		−615	−617	−621	−628	−638	−649*	213	126	067	027	000	
$\bar{M}_t$		−615	−616	−618	−621	−626	−632	−343	−273	−229	−200	−179	
$\bar{N}_r$		000	−037	−074	−107	−133	−146	−146	−134	−116	−085	000	
$\bar{w}$		−130	−128	−120	−106	−088	−064	−039	−016	004	023	042	
$\bar{p}$	0,6	−837	−829	−800	−743	−646	−496	−286	−021	278	584	909	276
$\bar{M}_r$		−651	−653	−658	−666	−676	−689	−702*	174	092	036	000	
$\bar{M}_t$		−651	−652	−654	−658	−663	−669	−676	−406	−342	−298	−268	
$\bar{N}_r$		000	−042	−082	−119	−150	−172	−179	−168	−135	−079	000	
$\bar{w}$		−148	−145	−136	−122	−103	−077	−046	−013	017	046	074	

Продолжение табл. 36

Эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$
$\overline{p}$	0,7	—932	—918	—880	—823	—744	—621	—415	—092	339	770	974	380
$\overline{M}_r$		—691	—693	—698	—707	—719	—733	—749	—765*	124	048	000	
$\overline{M}_t$		—691	—692	—695	—699	—705	—712	—720	—728	—472	—412	—370	
$\overline{N}_r$		—000	—046	—091	—131	—167	—195	—211	—205	—168	—096	000	
$\overline{w}$		—168	—166	—156	—141	—120	—093	—059	—020	022	062	100	
$\overline{p}$	0,8	—1034	—1023	—990	—993	—849	—727	—547	—273	162	877	2075	497
$\overline{M}_r$		—732	—734	—740	—750	—763	—779	—797	—816	—834*	066	000	
$\overline{M}_t$		—732	—733	—736	—740	—747	—755	—764	—774	—764	—539	—483	
$\overline{N}_r$		000	—051	—101	—148	—189	—222	—244	—248	—223	—152	000	
$\overline{w}$		—196	—192	—183	—167	—145	—116	—081	—038	011	063	113	
$\overline{p}$	0,9	—1120	—1109	—1074	—1014	—922	—788	—595	—305	158	942	2341	638
$\overline{M}_r$		—792	—794	—001	—812	—826	—844	—863	—884	—903	—917*	000	
$\overline{M}_t$		—792	—793	—796	—802	—808	—817	—827	—838	—849	—859	—620	
$\overline{N}_r$		000	—056	—110	—160	—205	—241	—264	—269	—244	—167	000	
$\overline{w}$		—212	—209	—199	—182	—158	—127	—088	—042	011	073	137	
$\overline{p}$	1	—1217	—1205	—1167	—1100	—1000	—855	—646	—333	165	1020	2570	796
$\overline{M}_r$		—860	—863	—870	—881	—897	—916	—937	—960	—981	—996	—1000*	
$\overline{M}_t$		—860	—861	—866	—870	—878	—887	—898	—910	—922	—933	—941	
$\overline{N}_r$		000	—061	—119	—174	—222	—262	—287	—292	—265	—183	000	
$\overline{w}$		—231	—227	—216	—197	—171	—138	—096	—046	012	079	154	

$s = 2$

$\overline{p}$	0,1	—269	—230	—135	—033	029	036	024	053	132	081	—632	009
$\overline{M}_r$		—585	—586*	100	041	019	009	004	001	—001	—001	000	
$\overline{M}_t$		—585	—586	—107	—050	—031	—022	—017	—015	—013	—011	—011	
$\overline{N}_r$		000	—012	—020	—020	—014	—008	—004	—001	008	019	000	
$\overline{w}$		—009	—007	—003	—001	000	002	003	004	005	006	007	
$\overline{p}$	0,2	—677	—600	—406	—185	—031	023	031	098	251	205	—917	029
$\overline{M}_r$		—583	—584	—588*	176	091	050	028	014	005	001	000	
$\overline{M}_t$		—583	—584	—585	—190	—111	—076	—057	—047	—040	—035	—032	
$\overline{N}_r$		000	—032	—053	—059	—053	—042	—033	—023	004	—022	000	
$\overline{w}$		—030	—028	—020	—012	—006	—001	003	006	010	013	016	
$\overline{p}$	0,3	—918	—875	—753	—566	—344	—133	018	078	082	199	803	057
$\overline{M}_r$		—565	—567	—572	—580*	229	135	082	048	025	009	000	
$\overline{M}_t$		—565	—566	—569	—572	—228	—149	—108	—085	—071	—062	—056	
$\overline{N}_r$		000	—045	—083	—110	—122	—119	—103	—083	—065	—047	000	
$\overline{w}$		—061	—059	—051	—039	—027	—017	—009	—002	005	011	017	
$\overline{p}$	0,4	—1181	—1156	—1069	—902	—652	—365	—131	025	017	394	2063	100
$\overline{M}_r$		—554	—556	—563	—573	—587*	249	153	091	049	019	000	
$\overline{M}_t$		—554	—555	—558	—563	—570	—261	—187	—146	—122	—106	—095	
$\overline{N}_r$		000	—058	—113	—157	—186	—194	—183	—163	—143	—113	000	
$\overline{w}$		—092	—090	—083	—071	—054	—037	—023	—010	001	011	021	

Продолжение табл. 36

Эпюры	a	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$
$\bar{p}$	0,5	—1351	—1349	—1320	—1208	—974	—639	—298	—061	104	640	2712	162
$\bar{M}_r$		—556	—559	—567	—580	—597	—617*	236	140	075	029	000	
$\bar{M}_t$		—556	—557	—561	—567	—576	—586	—303	—237	—198	—173	—155	
$\bar{N}_r$		000	—068	—134	—195	—242	—266	—264	—241	—209	—156	000	
$\bar{w}$		—118	—116	—109	—097	—080	—058	—035	—015	003	020	036	
$\bar{p}$	0,6	—1518	—1504	—1455	—1357	—1183	—909	—519	026	524	1067	1600	249
$\bar{M}_r$		—584	—587	—596	—610	—629	—652	—677*	188	097	036	000	
$\bar{M}_t$		—584	—585	—589	—596	—606	—617	—630	—366	—307	—269	—242	
$\bar{N}_r$		000	—076	—149	—217	—274	—314	—327	—306	—244	—141	000	
$\bar{w}$		—134	—132	—124	—112	—094	—070	—041	—011	016	042	067	
$\bar{p}$	0,7	—1679	—1565	—1589	—1493	—1359	—1143	—767	—164	641	1419	1682	348
$\bar{M}_r$		—613	—616	—626	—642	—663	—689	—718	—747*	131	048	000	
$\bar{M}_t$		—613	—614	—619	—627	—637	—650	—664	—680	—431	—377	—339	
$\bar{N}_r$		000	—083	—163	—237	—303	—355	—385	—374	—305	—172	000	
$\bar{w}$		—152	—149	—141	—128	—109	—085	—054	—017	021	057	092	
$\bar{p}$	0,8	—1839	—1822	—1768	—1675	—1534	—1326	—1012	—520	277	1599	3818	421
$\bar{M}_r$		—636	—640	—651	—668	—692	—721	—754	—788	—820	068	000	
$\bar{M}_t$		—636	—638	—643	—652	—663	—677	—694	—712	—730	492	—443	
$\bar{N}_r$		000	—092	—180	—264	—338	—400	—441	—450	—408	—278	000	
$\bar{w}$		—176	—173	—165	—151	—131	—106	—074	—036	010	057	103	
$\bar{p}$	0,9	—1991	—1973	—1917	—1818	—1665	—1438	—1100	—580	265	1716	4320	593
$\bar{M}_r$		—688	—692	—704	—723	—748	—780	—816	—853	—888	—915*	000	
$\bar{M}_t$		—688	—690	—695	—705	—717	—732	—750	—770	—790	—808	—576	
$\bar{N}_r$		000	—099	—195	—286	—367	—433	—478	—489	—445	—307	000	
$\bar{w}$		—191	—188	—179	—164	—143	—115	—081	—039	010	066	126	
$\bar{p}$	1	—2163	—2143	—2082	—1973	—1806	—1559	—1194	—635	275	1856	4746	747
$\bar{M}_r$		—747	—751	—764	—785	—813	—847	—885	—926	—964	—993	—1000*	
$\bar{M}_t$		—747	—749	—755	—765	—778	—795	—815	—836	—858	—878	—893	
$\bar{N}_r$		000	—108	—212	—311	—398	—470	—519	—531	—484	—336	000	
$\bar{w}$		—207	—204	—194	—178	—155	—125	—088	—043	010	072	142	

$s = 5$

$\bar{p}$	0,1	—667	—572	—338	—086	066	082	052	130	336	215	—1593	009
$\bar{M}_r$		—582	—583*	101	039	016	005	—001	—004	—006	—004	000	
$\bar{M}_t$		—582	—583	—105	—049	—031	—023	—019	—017	—016	—014	—014	
$\bar{N}_r$		000	—031	—049	—049	—037	—022	—012	—004	018	048	000	
$\bar{w}$		—009	—007	—003	—001	000	002	003	004	005	006	007	
$\bar{p}$	0,2	—1611	—1422	—947	—411	—042	078	086	247	622	487	—2408	024
$\bar{M}_r$		—563	—567	—575*	184	093	048	023	007	—002	—005	000	
$\bar{M}_t$		—563	—565	—569	—176	—101	—069	—053	—044	—039	—035	—033	
$\bar{N}_r$		000	—076	—126	—139	—121	—094	—071	—047	—001	060	000	
$\bar{w}$		—028	—025	—018	—010	—005	—001	003	007	010	013	015	

Продолжение табл. 36

Эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{tg\,\varphi_K}$
$\overline{p}$	0,3	—1992	—1894	—1611	—1179	—669	—192	129	214	143	319	1649	039
$\overline{M}_r$		—509	—513	—524	—540*	259	155	094	054	028	010	000	
$\overline{M}_t$		—609	—511	—516	—524	—185	—111	—076	—057	—047	—041	—037	
$\overline{N}_r$		000	—097	—180	—236	—257	—243	—203	—156	—120	—089	000	
$\overline{w}$		—051	—049	—042	—031	—020	—012	—006	—001	004	008	012	
$\overline{p}$	0,4	—2417	—2365	—2184	—1820	—1269	—641	—157	—017	—075	642	4483	064
$\overline{M}_r$		—459	—464	—478	—499	—527*	294	186	113	062	023	000	
$\overline{M}_t$		—459	—461	—468	—478	—492	—191	—126	—092	—074	—064	—057	
$\overline{N}_r$		000	—120	—231	—321	—376	—385	—256	—309	—275	—230	000	
$\overline{w}$		074	—072	—067	—056	—042	—028	—017	—008	—001	005	012	
$\overline{p}$	0,5	—2640	—2651	—2621	—2413	—1926	—1209	—601	087	100	1116	5823	113
$\overline{M}_r$		—429	—434	—450	—476	—510	—549*	284	172	092	035	000	
$\overline{M}_t$		—429	—431	—439	—451	—468	—488	—215	—160	—130	—114	—102	
$\overline{N}_r$		000	—132	—254	—387	—481	—526	—514	—464	—406	—316	000	
$\overline{w}$		—093	—092	—086	—076	—063	—045	—027	—012	001	012	024	
$\overline{p}$	0,6	—2954	—2935	—2864	—2698	—2374	—1827	—1018	016	1137	2124	2836	192
$\overline{M}_r$		—439	—445	—463	—491	—529	—575	—625*	218	107	036	000	
$\overline{M}_t$		—439	—442	—450	—464	—483	—505	—531	—280	—234	—208	—186	
$\overline{N}_r$		—000	—147	—291	—426	—542	—624	—651	—605	—474	—254	000	
$\overline{w}$		—106	—104	—098	—088	—074	—056	—032	—008	014	034	054	
$\overline{p}$	0,7	—3212	—3171	—3063	—2914	—2704	—2323	—1577	—303	1405	2900	2775	279
$\overline{M}_r$		—446	—452	—471	—502	—543	—594	—651	—709*	144	047	000	
$\overline{M}_t$		—446	—449	—458	—473	—493	—517	—546	—577	—343	—303	—274	
$\overline{N}_r$		000	—160	—313	—458	—589	—699	—764	—745	—601	—323	000	
$\overline{w}$		—118	—116	—110	—100	—086	—067	—043	—013	018	048	076	
$\overline{p}$	0,8	—3386	—3363	—3294	—3168	—2966	—2635	—2087	—1155	443	3170	7764	366
$\overline{M}_r$		—435	—442	—462	—495	—639	—594	—658	—725	—790*	074	000	
$\overline{M}_t$		—435	—439	—448	—464	—485	—512	—543	—578	—614	—393	—355	
$\overline{N}_r$		000	—169	—334	—492	—638	—763	—853	—885	—813	—561	000	
$\overline{w}$		—134	—132	—126	—116	—102	—084	—060	—030	006	045	082	
$\overline{p}$	0,9	—3656	—3634	—3565	—3433	—3212	—2852	—2266	—1290	391	3386	8854	495
$\overline{M}_r$		—469	—477	—498	—533	—682	—642	—710	—783	—853	—907*	000	
$\overline{M}_t$		—469	—473	—483	—500	—523	—552	—586	—624	—663	—699	—480	
$\overline{N}_r$		000	—182	—361	—532	—690	—826	—924	—960	—888	—622	000	
$\overline{w}$		—145	—143	—137	—126	—111	—091	—065	—033	006	053	103	
$\overline{p}$	1	—3973	—3948	—3871	—3725	—3482	—3090	—2459	—1413	394	3658	9750	640
$\overline{M}_r$		—509	—517	—541	—579	—631	—696	—771	—850	—926	—985	—1000*	
$\overline{M}_t$		—509	—513	—524	—543	—668	—599	—636	—677	—719	—759	—789	
$\overline{N}_r$		000	—198	—392	—578	—749	—896	—1002	—1042	—966	—680	000	
$\overline{w}$		—157	—155	—148	—137	—121	—099	—071	—036	006	057	117	

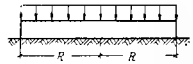
Продолжение табл. 36

Эпюры	α	ρ = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{tg\ \varphi_к}$
						$s = 10$							
$\overline{p}$	0,1	—1311	—1126	—668	—176	115	142	085	253	688	461	—3236	008
$\overline{M}_r$		—576	—578*	103	038	011	—002	—009	—013	—014	—009	000	
$\overline{M}_t$		—576	—577	—101	—047	—031	—025	—022	—021	—020	—018	—018	
$\overline{N}_r$		000	—061	—097	—098	—073	—045	—028	—011	034	096	000	
$\overline{w}$		—009	—007	—003	—001	000	001	003	004	005	006	007	
$\overline{p}$	0,2	—3035	—2669	—1749	—718	—021	185	177	491	1244	945	—5078	019
$\overline{M}_r$		—538	—544	—559*	190	091	041	012	—006	—016	—013	000	
$\overline{M}_t$		—538	—541	—549	—161	—090	—062	—050	—044	—041	—038	—037	
$\overline{N}_r$		000	—142	—235	—256	—219	—165	—121	—077	—012	133	000	
$\overline{w}$		—025	—023	—016	—009	—004	000	004	007	010	012	015	
$\overline{p}$	0,3	—3371	—3193	—2677	—1892	—970	—122	406	453	161	298	2636	021
$\overline{M}_r$		—449	—455	—474	—501*	285	171	102	058	030	011	000	
$\overline{M}_t$		—449	—452	—461	—475	—142	—075	—045	—032	—025	—022	—019	
$\overline{N}_r$		000	—164	—302	—391	—417	—380	—299	—213	—157	—127	000	
$\overline{w}$		—041	—039	—034	—024	—014	—008	—003	000	003	005	008	
$\overline{p}$	0,4	—3779	—3700	—3408	—2793	—1840	—759	005	045	384	618	7726	030
$\overline{M}_r$		—364	—372	—393	—427	—470*	336	215	134	076	030	000	
$\overline{M}_t$		—364	—368	—378	—395	—416	—123	—066	—039	—027	—023	—020	
$\overline{N}_r$		000	—187	—361	—500	—577	—577	—509	—428	—391	—360	000	
$\overline{w}$		—057	—055	—051	—042	—030	—019	—011	—006	—002	001	004	
$\overline{p}$	0,5	—3848	—3898	—3924	—3649	—2866	—1670	—539	—052	—125	1293	9869	067
$\overline{M}_r$		—305	—312	—336	—374	—426	—484*	331	203	112	043	000	
$\overline{M}_t$		—305	—308	—319	—338	—363	—392	—130	—085	—064	—056	—049	
$\overline{N}_r$		000	—194	—391	—579	—721	—781	—747	—661	—585	—490	000	
$\overline{w}$		—069	—068	—064	—057	—047	—033	—019	—009	—001	005	012	
$\overline{p}$	0,6	—4284	—4279	—4232	—4058	—3625	—2799	—1505	181	1938	3207	3434	139
$\overline{M}_r$		—300	—308	—334	—376	—433	—502	—576*	242	114	034	000	
$\overline{M}_t$		—300	—304	—316	—336	—363	—397	—436	—198	—164	—147	—134	
$\overline{N}_r$		000	—214	—426	—631	—810	—939	—982	—903	—688	—361	000	
$\overline{w}$		—078	—077	—073	—066	—056	—042	—023	—004	012	026	040	

Эпюра	α	ρ: 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$
$\overline{p}$	0,7	—4542	—4494	—4383	—4256	—4075	—3617	—2497	—400	2436	4565	2761	213
$\overline{M}_r$		—288	—297	—323	—367	—427	—501	—587	—676*	152	044	000	
$\overline{M}_t$		—288	—292	—305	—326	—354	—390	—433	—479	—260	—233	—214	
$\overline{N}_r$		000	—226	—446	—657	—857	—1035	—1148	—1124	—888	—442	000	
$\overline{w}$		—086	—084	—080	—074	—064	—050	—032	—009	016	038	060	
$\overline{p}$	0,8	—4487	—4480	—4455	—4394	—4256	—3960	—3303	—2012	416	4740	12073	278
$\overline{M}_r$		—250	—259	—285	—329	—391	—468	—558	—658	—755*	082	000	
$\overline{M}_t$		—250	—254	—267	—288	—317	—354	—398	—448	—500	—295	—270	
$\overline{N}_r$		000	—224	—447	—587	—879	—1074	—1230	—1306	—1227	—862	000	
$\overline{w}$		—093	—092	—089	—083	—074	—062	—046	—024	003	033	061	
$\overline{p}$	0,9	—4826	—4823	—4807	—4750	—4600	—4263	—3578	—2250	273	5026	13931	399
$\overline{M}_r$		—268	—277	—306	—354	—420	—503	—601	—708	—814	—898*	000	
$\overline{M}_t$		—268	—272	—286	—308	—340	—380	—427	—481	—538	—593	—387	
$\overline{N}_r$		000	—241	—482	—720	—949	—1160	—1328	—1414	—1340	—960	000	
$\overline{w}$		—101	—100	—096	—090	—081	—068	—050	—027	003	040	080	
$\overline{p}$	1	—5244	—5240	—5218	—5150	—4980	—4613	—3879	—2466	236	5416	15390	536
$\overline{M}_r$		—290	—301	—332	—384	—455	—546	—652	—768	—883	—975	—1000*	
$\overline{M}_t$		—290	—295	—310	—335	—369	—412	—464	—522	—584	—643	—687	
$\overline{N}_r$		000	—262	—523	—781	—1030	—1257	—1439	—1534	—1457	—1051	000	
$\overline{w}$		—110	—108	—105	—098	—088	—074	—054	—029	003	043	092	

Таблица 37

Реактивные давления p, осадки w, радиальные M_r и тангенциальные M_t моменты, поперечные силы N_r и углы наклона касательной к линии прогибов у края $\operatorname{tg}\varphi_к$ для круглой плиты конечной жесткости D и радиуса R при нагрузке q (в $тс/м^2$), равномерно распределенной по всей площади плиты



Формулы перехода от табличных данных $\overline{p}$, $\overline{w}$, $\overline{M}_r$, $\overline{M}_t$, $\overline{N}_r$, $\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$ к действительным $\overline{p}$, $\overline{w}$, $\overline{M}_r$, $\overline{M}_t$, $\overline{N}_r$, $\operatorname{tg}\varphi_к$:

$$p=\overline{p}q;\quad w=\overline{w}\frac{R^4}{D}q;\quad M_r=\overline{M}_rR^2q;$$

$$M_t=\overline{M}_tR^2q;\quad N_r=-\overline{N}_rRq;\quad \operatorname{tg}\varphi_к=\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}\frac{R^3}{D}q$$

s	ρ: 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{p}$					
0,5	0,57	0,58	0,59	0,60	0,62	0,66	0,72	0,82	1,02	1,40	—
1	0,61	0,61	0,62	0,63	0,65	0,68	0,73	0,83	1,01	1,38	—
2	0,66	0,66	0,66	0,67	0,68	0,71	0,75	0,83	1,00	1,34	—
3	0,70	0,70	0,70	0,70	0,71	0,73	0,77	0,84	0,99	1,31	—
5	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,77	0,79	0,85	0,98	1,27	—
10	0,86	0,86	0,85	0,84	0,83	0,83	0,83	0,86	0,96	1,20	—
						$\overline{w}$					
0,5	0,830	0,830	0,829	0,828	0,826	0,825	0,822	0,820	0,817	0,815	0,813
1	0,420	0,420	0,419	0,418	0,416	0,415	0,413	0,411	0,408	0,406	0,404
2	0,214	0,214	0,214	0,213	0,211	0,210	0,208	0,206	0,204	0,202	0,200
3	0,145	0,145	0,145	0,144	0,142	0,141	0,140	0,138	0,135	0,134	0,132
5	0,090	0,089	0,089	0,088	0,087	0,086	0,084	0,083	0,081	0,079	0,078
10	0,047	0,046	0,046	0,045	0,044	0,044	0,043	0,042	0,040	0,039	0,038
						$\overline{M}_r$					
0,5	0,054	0,053	0,051	0,046	0,041	0,034	0,026	0,017	0,009	0,002	0
1	0,051	0,050	0,048	0,044	0,039	0,032	0,025	0,017	0,008	0,002	0
2	0,046	0,045	0,043	0,040	0,035	0,030	0,023	0,015	0,008	0,002	0
3	0,042	0,041	0,040	0,037	0,032	0,027	0,021	0,014	0,007	0,002	0
5	0,035	0,035	0,034	0,031	0,028	0,024	0,018	0,013	0,007	0,002	0
10	0,025	0,025	0,024	0,023	0,021	0,018	0,014	0,010	0,006	0,001	0
						$\overline{M}_t$					
0,5	0,054	0,053	0,052	0,050	0,048	0,044	0,040	0,036	0,031	0,027	0,024
1	0,051	0,051	0,050	0,048	0,045	0,042	0,038	0,034	0,030	0,026	0,022
2	0,046	0,046	0,045	0,043	0,041	0,038	0,035	0,031	0,027	0,023	0,020
3	0,042	0,042	0,041	0,039	0,037	0,035	0,032	0,029	0,025	0,021	0,019
5	0,035	0,035	0,034	0,033	0,032	0,030	0,027	0,025	0,022	0,018	0,016
10	0,025	0,025	0,025	0,024	0,023	0,022	0,020	0,018	0,016	0,014	0,012

s	ρ										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{N}_r$					
0,5	0	0,021	0,042	0,062	0,080	0,096	0,109	0,115	0,109	0,080	0
1	0	0,020	0,039	0,057	0,075	0,090	0,103	0,109	0,104	0,075	0
2	0	0,017	0,034	0,051	0,066	0,081	0,092	0,099	0,095	0,070	0
3	0	0,015	0,030	0,045	0,059	0,073	0,084	0,091	0,088	0,065	0
5	0	0,012	0,024	0,036	0,048	0,060	0,070	0,077	0,077	0,058	0
10	0	0,007	0,014	0,022	0,031	0,040	0,049	0,057	0,059	0,046	0

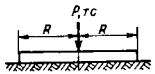
$\operatorname{tg}\varphi_к$

s	0,5	1	2	3	5	10
$\operatorname{tg}\varphi_к$	—0,0241	—0,0230	—0,0210	—0,0192	—0,0165	—0,0123

Таблица 38

Реактивные давления p, осадки w, радиальные M_r и тангенциальные M_t'' моменты, поперечные силы N_r и углы наклона касательной к линии прогибов у края $\operatorname{tg}\varphi_к$ для круглой плиты конечной жесткости D и радиуса R при нагрузке сосредоточенной силой P (в тс) в центре

Формулы перехода:



$$p=\overline{p}\,\frac{P}{R^2};\quad w=\overline{w}\,\frac{R^2}{D}\,P;\quad M_r=\overline{M}_r\,P;$$

$$M_t=\overline{M}_t\,P;\quad N_r=-\overline{N}_r\,\frac{P}{R};\quad \operatorname{tg}\varphi_к=$$

$$=\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}\,\frac{R}{D}\,P$$

s	ρ										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{p}$					
0,5	0,26	0,26	0,25	0,24	0,23	0,23	0,24	0,26	0,30	0,41	—
1	0,35	0,34	0,31	0,29	0,26	0,25	0,25	0,26	0,28	0,37	—
2	0,50	0,48	0,43	0,38	0,32	0,29	0,27	0,26	0,24	0,30	—
3	0,63	0,60	0,53	0,45	0,37	0,32	0,29	0,25	0,21	0,24	—
5	0,87	0,82	0,71	0,57	0,45	0,37	0,31	0,24	0,14	0,14	—
10	1,33	1,25	1,04	0,78	0,56	0,42	0,33	0,20	0,00	—0,03	—

s	ρ										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{w}$					
0,5	0,285	0,284	0,281	0,278	0,274	0,270	0,266	0,261	0,258	0,253	0,249
1	0,154	0,153	0,150	0,147	0,143	0,139	0,136	0,131	0,127	0,124	0,121
2	0,087	0,086	0,083	0,081	0,077	0,073	0,070	0,066	0,062	0,058	0,054
3	0,064	0,063	0,060	0,058	0,054	0,051	0,048	0,044	0,041	0,038	0,035
5	0,044	0,043	0,040	0,038	0,035	0,032	0,029	0,026	0,023	0,020	0,017
10	0,027	0,026	0,024	0,022	0,019	0,017	0,015	0,012	0,010	0,008	0,005
						$\overline{M}_r$					
0,5	∞	0,163	0,101	0,065	0,042	0,026	0,014	0,006	0,001	0,000	0
1	∞	0,158	0,096	0,062	0,039	0,023	0,012	0,005	0,001	0,000	0
2	∞	0,149	0,088	0,055	0,033	0,019	0,009	0,003	0,000	0,000	0
3	∞	0,141	0,081	0,049	0,029	0,015	0,007	0,002	0,000	0,000	0
5	∞	0,129	0,070	0,040	0,022	0,010	0,004	0,001	0,000	0,000	0
10	∞	0,109	0,052	0,025	0,011	0,003	0,000	—0,001	0,000	0,000	0
						$\overline{M}_t$					
0,5	∞	0,230	0,166	0,129	0,104	0,086	0,071	0,060	0,051	0,044	0,039
1	∞	0,224	0,161	0,124	0,100	0,082	0,067	0,057	0,049	0,042	0,037
2	∞	0,215	0,152	0,116	0,093	0,075	0,062	0,052	0,044	0,038	0,034
3	∞	0,207	0,145	0,109	0,085	0,069	0,057	0,048	0,041	0,035	0,031
5	∞	0,195	0,133	0,098	0,077	0,061	0,049	0,041	0,035	0,030	0,027
10	∞	0,174	0,113	0,080	0,061	0,047	0,037	0,031	0,027	0,023	0,021
						$\overline{N}_r$					$\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$
0,5	∞	1,58	0,77	0,49	0,35	0,26	0,19	0,14	0,10	0,06	0	0,039
1	∞	1,58	0,76	0,48	0,34	0,25	0,18	0,13	0,09	0,05	0	0,038
2	∞	1,57	0,75	0,47	0,32	0,23	0,16	0,12	0,08	0,04	0	0,035
3	∞	1,56	0,74	0,45	0,30	0,21	0,15	0,10	0,07	0,04	0	0,032
5	∞	1,55	0,72	0,43	0,27	0,18	0,12	0,08	0,06	0,03	0	0,028
10	∞	1,53	0,58	0,38	0,23	0,14	0,08	0,04	0,03	0,03	0	0,021

са нагрузки $\alpha=a/R$ и приведенные значения расстояний от центра плиты $\rho=r/R$ точек, в которых определяются расчетные величины. Для наиболее важного случая равномерной нагрузки в таблицах даны также безразмерные значения тангенса угла наклона плиты на краю $\operatorname{tg}\varphi_к$. Знание величины этого тангенса необходимо для решения задач о круглых плитах с несвободными краями (см. § 5). В других случаях эта величина определяется для края плиты по приближенной формуле $\operatorname{tg}\varphi_к=\frac{w_к-w_{0,9}}{0,2\,R}$, а для любого промежуточного сечения — по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi_i=\frac{w_{i+1}-w_{i-1}}{0,2\,R}.$$

В этих формулах $w_к$ — осадка на краю плиты; $w_{0,9}$ — осадка в точке $\rho=0,9$; w_{i+1} — осадка в ближайшей, предусмотренной в

таблицах точке, находящейся ближе к краю плиты, и w_{i-1} — ближайшая точка, находящаяся ближе к центру плиты.

Переход от безразмерных табличных величин $\bar{p}$, $\bar{w}$, $\bar{M}_r$, $\bar{M}_t$, $\bar{N}_r$, $\mathrm{tg}\varphi_K$ к действительным p, w, M_r, M_t, N_r, $\mathrm{tg}\varphi_K$ осуществляется при помощи формул, помещенных перед таблицами (табличные данные увеличены в 1000 раз).

В табл. 35 значения $\bar{N}_r$ в нагруженных точках ($\rho=a$) отмечены звездочкой. Они относятся к значению поперечных сил при подходе к загруженной окружности с внутренней стороны. Для определения значения с внешней стороны из табличного значения надо отнять единицу.

б) **При нагрузке изгибающими моментами** m', равномерно распределенными по окружности радиуса a и действующими в правой стороне плиты по часовой стрелке (стремясь изогнуть плиту выпуклостью вверх), правила использования табл. 36 те же. При обратном направлении изгибающих моментов знак всех расчетных величин меняется на обратный. В таблицах значения $\bar{M}_r$ в нагруженных точках, отмеченные звездочкой, относятся к значению моментов при подходе к загруженной окружности с внутренней стороны. Чтобы определить значение с внешней стороны, к табличному значению $\bar{M}_r$ надо прибавить единицу.

в) **При нагрузке, равномерно распределенной по всей плите,** используется табл. 37.

г) **При нагрузке, равномерно распределенной по кругу** радиуса a или по кольцу между радиусами a и b ($a>b$), сплошная нагрузка в *кг/см²* заменяется в порядке приближения на-

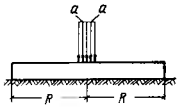


Таблица 39а

Радиальные и тангенциальные моменты в центре гибкой плиты при равномерной нагрузке по кругу малого приведенного радиуса $\alpha=a/R$

Величина $\bar{M}_A$

s	0,5	1	2	3	5	10
$\bar{M}_A$	—0,052	—0,056	—0,066	—0,074	—0,086	—0,108

Таблица 39б

Величина $\bar{M}_B$

α	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,075	0,1	0,15
$\bar{M}_B$	0,571	0,507	0,443	0,405	0,378	0,358	0,370	0,293	0,255

грузками R' в *кг/см*, равномерно распределенными по окружностям, проходящим внутри загруженного круга или кольца. Число окружностей назначается по табл. 35, т. е. так, чтобы каждая нагруженная окружность проходила на расстоянии 0,1 R от соседних. Интенсивность нагрузок P' для всех окружностей должна быть одной и той же и в сумме должна равняться суммарной распределенной сплошной нагрузке. Исключением могут быть только крайние окружности, если приходящиеся на их долю кольца будут шириной меньше, чем 0,1 R. В этом случае интенсивность краевых нагрузок уменьшается, но так, чтобы в отношении суммарной нагрузки оставалось справедливым указанное выше правило.

Окончательные эпюры всех расчетных величин устанавливаются с помощью суммирования отдельных эпюр, полученных от каждого элемента нагрузок.

д) **При нагрузке сосредоточенной силой** P (в *тс*), приложенной в центре, используются табл. 38 безразмерных величин. Правила их использования те же, что и в предыдущих случаях. Так как при такой схеме нагрузки непосредственно под нею радиальные и тангенциальные моменты получаются равными бесконечности (см. главу II), для получения конечного значения моментов в центре плиты надо учесть, что в действительности нагрузка распределена по кругу малого радиуса (см. п. «е»).

е) **При суммарной нагрузке** P (в *тс*), распределенной по кругу малого радиуса a (глава II, § 5) для определения моментов в центре ($M_r=M_t$) следует:

определить по табл. 39а в зависимости от показателя гибкости s величину M_A; по табл. 39б в зависимости от приведенного радиуса круга нагрузки определить величину M_B и вычислить значение момента в середине плиты M_0 по формуле

$$M_0 = P\,(\bar{M}_A + \bar{M}_B). \qquad (194)$$

Величина среза у края колонны (вместо $N_0=\infty$) определяется по указаниям п. 5, § 2.

Все таблицы, упомянутые в этом пункте, вычислены при значении $\nu_1={}^1/_6$, т. е. для железобетонных плит.

В качестве примера расчета по таблицам конечного радиуса и жесткости можно использовать тот же пример, что для абсолютно жесткой плиты (см. § 10), так как правила расчета те же. Кроме того, в § 11 дан пример непосредственного применения таблиц для плит конечной жесткости и радиуса.

В случае, если расчетная схема почему-либо отличается от тех схем, которые предусмотрены таблицами, или необходима особая точность без использования округления входных параметров, или, наконец, если материал плиты имеет коэффициент Пуассона, значительно отличающийся от $\nu_1={}^1/_6$, расчет может быть проведен по правилам, которые изложены в главе II и предусматривают решение системы из шести уравнений.

§ 4. РАСЧЕТ КРУГЛОЙ ПЛИТЫ, ПРИНИМАЕМОЙ ЗА АБСОЛЮТНО ГИБКУЮ ИЛИ ИМЕЮЩУЮ НЕОГРАНИЧЕННЫЕ РАЗМЕРЫ

При $s>10$ расчет значительно упрощается благодаря возможности в порядке приближения использовать готовые решения задачи для предельного случая, когда либо жесткость плиты стремится к нулю, либо протяженность плиты становится неограниченной.

При равномерно распределенной нагрузке q (в $тс/м^2$) по всей площади плиты и $s<10$ реактивные давления распределяются под плитой почти равномерно и равны q. Лишь вблизи края плиты давления несколько меньше, но у самого края они вновь возрастают. Эта неравномерность у края немного влияет на осадки края и почти не влияет на осадки центра. Поэтому осадки можно определять по формуле Буссинеска [137] для случая давления q (в $тс/м^2$), непосредственно приложенного к поверхности грунта и равномерно распределенного по кругу:

осадка центра* ($\rho=0$)

$$w_ц = \frac{2\,(1-\nu_0^2)\,q\,R}{E_0}; \qquad (195)$$

осадка края ($\rho=1$)

$$w_{кр} = \frac{4\,(1-\nu_0^2)\,q\,R}{\pi\,E_0}; \qquad (196)$$

средняя осадка*

$$w_{ср} = \frac{16\,(1-\nu_0^2)\,q\,R}{3\,\pi\,E_0}. \qquad (197)$$

Формула (195) дает при жесткости, отличной от нуля, значение $w_ц$, слегка преувеличенное против действительного; формула (196) обычно дает значение, заметно преуменьшенное. Судить об этом можно по таблице безразмерных величин (табл. 40) $\bar{w}$ в равенстве

$$w = \bar{w}\,\frac{(1-\nu_0^2)\,q\,R}{E_0}.$$

Средние осадки определяются по формуле Буссинеска практически точно.

Изгибающие моменты имеет смысл определять только в том случае, если величина относительного прогиба центра плиты (т. е. разность $w_ц - w_{кр}$) составляет не более чем $1/5$—$1/3$ от толщины плиты.

* Осадка центра абсолютно гибкой плиты при наличии скального подстилающего слоя может быть определена при помощи табл. 86, помещенной в пятой части. Средняя осадка в том же случае определяется табл. 6 первой части.

Таблица 40

Безразмерные величины осадок

Величина	s=10	s=30	По Буссинеску
$\bar{w}_ц$	1,88	1,96	2
$\bar{w}_{кр}$	1,52	1,46	1,27

Если это условие не соблюдается, то плита работает уже не только на изгиб, но и на растяжение, как мембрана. Теории расчета таких плит, лежащих на упругом полупространстве, пока нет.

Если условие $w_ц - w_{кр} < 1/3$ соблюдено, то для всей центральной части плиты значения моментов могут быть установлены по приближенной формуле

$$M_r = M_t = 0{,}05\,q\,h^2\,\sqrt[3]{\frac{E_1^2}{E_0^2}}. \qquad (198)$$

Значения изгибающих моментов вблизи края можно определить, выделив диаметральную полосу шириной 1 *м* и считая, что она работает возле края в условиях, близких к работе полубесконечной полосы (см. часть вторую, главу I, § 19, табл. 15).

Поперечные силы достигают максимума вблизи края плиты; в центральной же части они отсутствуют. Величину поперечных сил вблизи края можно также определить по табл. 14 исходя из схемы полубесконечной полосы. Однако поперечные силы настолько незначительны, что ими можно пренебречь.

Силовая P' (в $тс/м$) или моментная m (в $тс$) нагрузка, равномерно распределенная по окружности радиуса, близкого к радиусу плиты. Исходя из больших размеров в плане, какие имеют круглые плиты при $s>10$, можно при расчете плиты вблизи края приближенно принимать, что как край плиты, так и линия приложения нагрузки представляют собой параллельные прямые.

Выделив поэтому вдоль диаметра полосу шириной, равной единице, мы получаем возможность рассматривать ее как находящуюся в условиях плоской деформации. Для расчета таких полубесконечных полос во второй части даны указания (см. главу I, § 17, табл. 11 и 13).

Нагрузка в виде сосредоточенной силы P (в $тс$) в центре плиты или нагрузка q (в $тс/м^2$), равномерно распределенная по кругу малого радиуса. В этом случае центральная часть плиты работает идентично с плитой неограниченных размеров. О расчете таких плит см. п. Б, § 6 и 7. Вблизи края плита практически может рассматриваться как неработающая.

§ 5. РАСЧЕТ ПЛИТЫ С НЕСВОБОДНЫМИ КРАЯМИ (ДНИЩА РЕЗЕРВУАРА)[1]

Рассмотрим сначала случай, когда возможно (вследствие особенности конструкции или в порядке приближения) не учитывать точно сопряжение стенки и днища резервуара. Так, условно принимается, что днище заделано по краю, но что заделка эта подвижная, так как край может свободно (насколько позволяет упругое основание) перемещаться в вертикальном направлении. Обозначим через P' (в *тс/м*) заранее известные вертикальные силы, передаваемые стенками по краю плиты. Условия на краю плиты тогда можно написать в следующей форме:

$$1)\ w \neq 0;\quad 2)\ \operatorname{tg}\varphi_к = 0;\quad 3)\ M_r \neq 0;\quad 4)\ N = P'.$$

Расчет можно произвести, приведя рассматриваемый случай к случаю плиты со свободным краем. Расчет по этому способу позволяет воспользоваться готовыми таблицами безразмерных расчетных величин.

Рассматриваемую плиту можно рассчитывать как плиту со свободным краем, если принять момент m от заделки за внешний момент. Этот момент легко определяется из условия $\operatorname{tg}\varphi_к = 0$.

Введем обозначения: a_{11} — угол поворота края от единичного момента $m = 1$ *тс* на краю; a_{12} — угол поворота края от единичной силы $P' = 1$ *тс/м* на краю; a_{21} — вертикальное перемещение (осадка) края от единичного момента; a_{22} — вертикальное перемещение края от единичной силы; Δ_1 и Δ_2 — соответственно угол поворота и перемещение края от остальной внешней нагрузки (обычно это равномерно распределенная по всей плите нагрузка q в *тс/м*^{2}).

Величины a_{11}, a_{12}, Δ_1 могут быть определены по таблицам $\operatorname{tg}\varphi_к$ (см. табл. 35—37).

Условие $\operatorname{tg}\varphi_к = 0$ в раскрытой форме будет иметь вид

$$a_{11}m + a_{12}P' + \Delta_1 = 0. \tag{199}$$

Из этого уравнения определяем значение m, после чего по табл. 35—37 определяем все составляющие расчетные эпюры (от нагрузок q, P' и m), суммированием которых устанавливаем окончательные эпюры.

Возьмем другой случай: неподвижная опора на краю при тех же нагрузках. Условия на краю на этот раз:

$$1)\ w = 0;\quad 2)\ \operatorname{tg}\varphi_к = 0;\quad 3)\ M_r = 0;\quad 4)\ N = P' - Q,$$

где Q — неизвестная реакция края.

[1] Указания настоящего параграфа могут быть применены, помимо днищ резервуара, и к другим типам плит с несвободными концами.

Надо в этом случае решить уравнение $w = 0$, которое в раскрытой форме имеет вид

$$a_{21}m + a_{22}(P' - Q) + \Delta_2 = 0. \tag{200}$$

Величины a_{21}, a_{22}, Δ_2 определяются при помощи значений w при $\rho = 1$ (табл. 35—37) вследствие условия 3 $m = 0$. Таким образом, остается только определить Q из последнего уравнения.

Более сложен случай неподвижной заделки. Здесь неизвестными будут и реакция заделки Q, и момент заделки m. Эти неизвестные определяются из совместного решения уравнений (199) и (200).

Приведенные способы расчета применимы, конечно, только для случаев s, для которых имеются таблицы ($0{,}5 \leqslant s \leqslant 10$). При значениях s вне этих пределов расчет приходится проводить полностью, т. е. решать систему уравнений табл. 44 главы II.

Переходим к краткому изложению основ расчета днища резервуара при строгом учете сопряжения стенки и днища. Расчет стенки резервуара широко освещен, а основные уравнения в наиболее простой форме читатель найдет в книге В. А. Киселева [76].

Предположим, что днище резервуара не имеет консольного выступа за стенку резервуара. В этом случае по краю днища (плиты) вследствие сопряжения со стенкой будет действовать, помимо вертикальной (известной) силы P', еще неизвестный момент m. Тот же момент m (обратного направления) будет действовать на низ стенки; как следствие сопряжения на низ стенки будет действовать неизвестная горизонтальная сила T. Считаем, что резервуар открытый. Тогда m и T определяются из условия равенства нулю суммарного поворота стенки и днища

$$(a'_{11} + a_{11})\ m + a'_{12}T + a_{12}P' + \Delta'_1 + \Delta_1 = 0 \tag{201}$$

и из условия равенства нулю смещения низа стенки в горизонтальном направлении

$$a'_{21}m + a'_{22}T + \Delta'_2 \tag{202}$$

(обозначения сохранены те же, что и в начале параграфа, штрихами отмечены элементарные перемещения низа стенки в отличие от перемещений края днища).

Определение величин a_{11}, a_{12}, Δ_1 проводится по указаниям, изложенным в начале этого параграфа. После определения величины m дальнейший расчет днища (при $0{,}5 \leqslant s \leqslant 10$) ведется по таблицам. В случае же, если s лежит вне этих пределов, расчет приходится проводить по указаниям главы II. Первым этапом при решении задачи является определение порознь величин a_{11}, a_{12} и Δ_1, для чего производится расчет плиты раздельно на единичный момент ($m_1 = 1$) и единичную силу ($P' = 1$), прило-

женные в месте сопряжения днища со стенкой, а также на внешнюю нагрузку. Эти расчеты облегчаются тем, что при решении системы таблицы вычисления, касающиеся левой части, остаются для всех трех нагрузок неизменными; изменяется лишь ход вычислений правых (свободных) частей системы.

Формулы для определения тангенсов угла наклона легко могут быть получены при помощи дифференцирования формул прогибов плиты w, учитывая, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R} \cdot \frac{dw}{d\rho}. \tag{203}$$

Положив затем $\rho = \alpha_{ст}$ (где $\alpha_{ст}$ — приведенный радиус окружности стенки), получим значение тангенсов углов наклона.

Б. ПЛИТЫ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

§ 8. РАСЧЕТ ПЛИТЫ НЕОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ ПРИ НАГРУЗКЕ ОДНОЙ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ

Если плита большой протяженности при произвольной ее форме в плане нагружена сосредоточенной силой P (в $тс$), приложенной на большом расстоянии от края, усилия в плите, реактивные давления и прогибы могут быть определены на основе решения О. Я. Шехтер задачи о плите неограниченных размеров и составленных ею таблиц безразмерных величин [158, 159].

Чтобы определить возможность применения решения Шехтер к конкретному случаю рассчитываемой плиты, следует вычислить значение приведенного расстояния от нагрузки до ближайшего к ней края плиты:

$$\delta = \frac{d}{L}, \tag{204}$$

где d — действительное расстояние от нагрузки до края;

L — упругая характеристика плиты, определяемая равенством

$$L = \sqrt[3]{\frac{2D\,(1-\nu_0^2)}{E_0}}\ м, \tag{205}$$

причем D — цилиндрическая жесткость плиты;

$$D = \frac{E_1 h^3}{12\,(1-\nu_1^2)}. \tag{206}$$

Решение Шехтер применимо, если

$$\delta > 1{,}5. \tag{207}$$

Таблица 41

Расчет плиты неограниченных размеров, нагруженной сосредоточенной силой P (в $тс$) (составлено О. Я. Шехтер)

ρ	$\bar{p}$	$\bar{w}$	$\bar{N}_r$	$\bar{M}_r$ $\left(\nu_1 = \frac{1}{6}\right)$	$\bar{M}_t$ $\left(\nu_1 = \frac{1}{6}\right)$	$\bar{M}_1 = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\bar{w}}{d\rho}$	$\bar{M}_2 = -\frac{d^2\bar{w}}{d\rho^2}$
0	0,192	0,385	∞	∞	∞	∞	∞
0,05	0,185	0,384	3,178	0,256	0,322	0,287	0,208
0,1	0,177	0,382	1,582	0,191	0,258	0,232	0,153
0,2	0,162	0,377	0,779	0,129	0,195	0,178	0,099
0,3	0,149	0,369	0,506	0,093	0,158	0,147	0,068
0,4	0,136	0,359	0,367	0,068	0,132	0,124	0,047
0,6	0,114	0,338	0,224	0,037	0,097	0,093	0,021
0,8	0,094	0,314	0,150	0,016	0,074	0,073	0,004
1	0,077	0,291	0,105	0,004	0,057	0,058	—0,006
1,2	0,063	0,268	0,074	—0,005	0,045	0,047	—0,013
1,4	0,051	0,247	0,053	—0,011	0,035	0,038	—0,017
1,6	0,041	0,226	0,038	—0,014	0,028	0,031	—0,019
1,8	0,033	0,207	0,027	—0,015	0,022	0,025	—0,019
2	0,026	0,189	0,019	—0,016	0,018	0,021	—0,020
2,2	0,020	0,173	0,013	—0,016	0,014	0,017	—0,019
2,4	0,015	0,159	0,008	—0,016	0,011	0,014	—0,018
2,6	0,012	0,146	0,005	—0,015	0,009	0,012	—0,017
2,8	0,009	0,135	0,002	—0,014	0,007	0,010	—0,016
3	0,007	0,124	0,000	—0,013	0,006	0,008	—0,014
3,2	0,005	0,115	0,000	—0,012	0,005	0,007	—0,013
3,4	0,003	0,107	—0,001	—0,011	0,004	0,006	—0,012
3,6	0,002	0,099	—0,002	—0,010	0,003	0,005	—0,011
3,8	0,002	0,093	—0,002	—0,008	0,002	0,004	—0,009
4	0,001	0,087	—0,002	—0,007	0,002	0,003	—0,008

Для использования табл. 41 безразмерных расчетных величин следует перейти от действительных расстояний между точкой приложения силы и рассчитываемой точкой r к приведенным расстояниям ρ согласно равенству

$$\rho = \frac{r}{L}. \tag{208}$$

Таблица 41 содержит значения безразмерных реактивных давлений $\bar{p}$, осадок (прогибов) плиты $\bar{w}$, радиальных поперечных сил $\bar{N}_r$, радиальных изгибающих моментов $\bar{M}_r$ и тангенциальных изгибающих моментов M_t. Радиальные поперечные силы и моменты действуют в направлении радиуса, проведенного из точки приложения силы, тангенциальные моменты — в направлении, перпендикулярном этому радиусу. Тангенциальные поперечные силы при рассматриваемой нагрузке равны нулю.

Для перехода от безразмерных величин $\bar{p}$, $\bar{w}$, $\bar{N}_r$, $\bar{M}_r$, $\bar{M}_t$ к действительным величинам p, w, N_r, M_r, M_t следует использовать формулы (215)—(219).

Необходимо помнить, что размерность поперечных сил будет $тс/м$, а изгибающих моментов — $тс$, иначе говоря, эти величины отнесены к 1 *пог. м* плиты.

Значения безразмерных величин осадок $\overline{w}$ затухают с увеличением расстояния от нагрузки P медленно, при наибольшем (предусмотренном табл. 41) значении $\rho=4$ еще велики. Однако при бо́льших значениях ρ величины $\overline{w}$ могут быть с достаточной точностью вычислены по формуле Буссинеска (12), поскольку проверка показывает, что на большом расстоянии жесткость плиты оказывает уже незначительное влияние на осадки.

Безразмерные величины $\overline{M}_r$ и $\overline{M}_t$, приведенные в таблице, относятся к железобетонным плитам. Чтобы можно было установить изгибающие моменты и в плитах из другого материала, в двух последних столбцах таблицы приведены значения безразмерных величин

$$\overline{M}_1 = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\overline{w}}{d\rho} \quad \text{и} \quad M_r = -\frac{d^2\overline{w}}{d\rho^2}.$$

Действительные значения изгибающих моментов M_r и M_t могут быть получены при помощи этих безразмерных величин на основании формул:

$$M_r = (\overline{M}_2 + \nu_1 \overline{M}_1)\ P\ тс; \tag{209}$$

$$M_t = (\overline{M}_1 + \nu_2 \overline{M}_2)\ P\ тс, \tag{210}$$

где ν_1 — коэффициент Пуассона материала плиты.

Остальные безразмерные величины — $\overline{p}$, $\overline{w}$, $\overline{N}_r$ — не зависят от коэффициента Пуассона, а потому могут быть использованы для расчета плит из любого материала.

В случае нагрузки плиты несколькими сосредоточенными силами следует пользоваться указаниями § 8.

§ 7. РАСЧЕТ ПЛИТЫ НЕОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ ПРИ НАГРУЗКЕ, РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПО МАЛОЙ ПЛОЩАДКЕ

Согласно решению Шехтер, для нагрузки плиты неограниченных размеров сосредоточенной силой значение радиальных и тангенциальных моментов, а также радиальных поперечных сил под нагрузкой ($\rho=0$) равно бесконечности. В действительности нагрузка всегда распределена по некоторой площадке конечных размеров, и поэтому бесконечно больших расчетных значений моментов можно избежать.

Если нагрузка распределена по кругу малого радиуса и центр этого круга находится на приведенном расстоянии $\delta>1{,}5$ от края, то значения изгибающих моментов в центре круглой

нагруженной площадки ($\rho=0$) могут быть определены по выведенной нами [29] приближенной формуле

$$M_r = M_t = P\ (0{,}0592 - 0{,}09284\ \ln \alpha), \tag{211}$$

где $\alpha = a/L$ — приведенный радиус нагруженного круга; a — действительный радиус.

Если площадка нагрузки имеет квадратную форму, моменты в центре площадки, изгибающие плиту в направлениях, параллельных сторонам площадки, могут быть определены по формуле

$$M_x = M_y = P\ (0{,}1123 - 0{,}09284\ \ln \gamma), \tag{212}$$

где γ — приведенная сторона квадрата ($\gamma = c/L$); c — действительная сторона квадрата.

Если площадка нагрузки имеет другую форму (например, эллипсоидальную при нагрузке колесом), но не слишком отличную от круговой, рекомендуется проводить замену действительной площадки нагрузки круглой равновеликой площадкой и моменты в ее центре вычислять по формуле (211).

При значениях до $\alpha<0{,}5$ или $\gamma<0{,}5$ формулы (211) и (212) дают погрешность, не превышающую 1%. Точное значение моментов при расчете плиты неограниченных размеров под равномерную нагрузку, распределенную по кругу, может быть определено по формуле Шехтер (298), приведенной в главе II.

Чтобы устранить бесконечно большие значения расчетных поперечных сил, в расчет вводится срезывающая сила, приходящаяся на единицу периметра площадки нагрузки. При круглой площадке срезывающая сила будет определяться формулой

$$N_r = -\frac{P - p_0 \pi a^2}{2 \pi a}, \tag{213}$$

при квадратной

$$N_x = N_y = -\frac{P - p_0 c^2}{4c}. \tag{214}$$

В формулах (213) и (214) через p_0 обозначено значение реактивных давлений под нагрузкой. Оно может быть определено при $\rho=0$ исходя из схемы нагрузки сосредоточенной силой по табл. 41. Вторые члены в числителе формул (213) и (214) обычно настолько малы по сравнению с первыми, что могут быть отброшены без ущерба для точности.

Значение всех расчетных величин для других, нецентральных точек плиты ($\rho>0$), а также величины p и w при $\rho=0$ определяются при нагрузке, распределенной по малой площадке, исходя из схемы нагрузки сосредоточенной силой.

§ 8. РАСЧЕТ СРЕДНИХ ПОЛЕЙ ПЛИТЫ ПОД СЕТКУ КОЛОНН

Пусть требуется провести расчет средних полей плиты, находящихся на приведенном расстоянии от края $\delta \geqslant 1{,}5$ (см. § 6). Предположим, что колонны расположены параллельными рядами (по прямоугольной сетке). Расстояния между отдельными рядами могут быть неравными между собой. Отдельные колонны могут находиться и не рядом.

Расчет плиты ведется при помощи табл. 42 безразмерных величин реактивных давлений $\bar{p}$, прогибов (осадок) плиты $\bar{w}$, изгибающих моментов $\bar{M}$, крутящих моментов $\bar{H}$, поперечных сил $\bar{N}$.

По этим таблицам определяют значения расчетных величин для плиты неограниченных размеров. Разница между этими таблицами и табл. 41, пользование которой разъяснялось в § 6, заключается в том, что на этот раз местонахождение рассчитываемой точки M по отношению к нагруженной точке определяется не радиусом-вектором r (см. рис. 94,*а*), а декартовыми координатами x и y (см. рис. 94,*б*). Кроме того, если по табл. 41

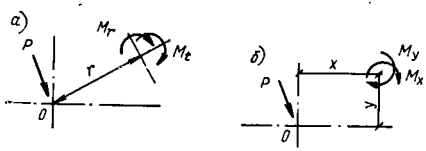


Рис. 94. Схема изгибающих моментов

а — в полярных координатах; *б* — в декартовых координатах

определяются радиальные и тангенциальные усилия (M_r, M_t, N_r), то по табл. 42 определяются усилия M_x, M_y, H_x, N_x, N_y, действующие в направлении координатных осей и вычисленные по формулам (193). Так, M_x представляет собой момент, стремящийся изогнуть плиту в направлении, параллельном оси x.

Подобно тому как табл. 41 составлена применительно к приведенным расстояниям $\rho = r/L$, табл. 42 составлена применительно к приведенным координатам $\xi = x/L$ и $\eta = y/L$ [L — упругая характеристика плиты, определяемая равенством (205)].

Формулы перехода от безразмерных расчетных величин к действительным следующие:

реактивные давления

$$p = \bar{p}\,\frac{P}{L^2} \quad тс/м^2; \qquad (215)$$

Таблица 42

Расчет плиты под сетку колонн

Реактивные давления $\bar{p}$

η \ ξ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
0	0,192	0,162	0,136	0,114	0,094	0,077	0,063	0,051	0,041	0,033	0,026	0,020	0,015	0,012	0,009	0,007	0,005	0,003	0,002	0,002	0,001
0,2	0,162	0,152	0,131	0,111	0,092	0,076	0,082	0,050	0,041	0,033	0,026	0,020	0,015	0,012	0,009	0,007	0,005	0,003	0,002	0,002	0,001
0,4	0,136	0,131	0,117	0,102	0,086	0,072	0,059	0,048	0,039	0,031	0,025	0,019	0,015	0,012	0,009	0,007	0,005	0,003	0,002	0,002	0,001
0,6	0,114	0,111	0,102	0,089	0,077	0,085	0,055	0,045	0,037	0,029	0,023	0,018	0,014	0,010	0,008	0,006	0,004	0,002	0,002	0,002	0,001
0,8	0,094	0,092	0,086	0,077	0,069	0,058	0,049	0,041	0,033	0,027	0,021	0,016	0,013	0,010	0,008	0,006	0,004	0,002	0,002	0,002	—
1	0,077	0,076	0,072	0,065	0,058	0,050	0,043	0,036	0,029	0,024	0,019	0,015	0,012	0,009	0,007	0,006	0,003	0,002	0,002	0,002	—
1,2	0,063	0,062	0,059	0,055	0,049	0,043	0,037	0,031	0,026	0,021	0,016	0,013	0,010	0,008	0,007	0,005	0,003	0,002	0,002	0,001	—
1,4	0,051	0,050	0,048	0,045	0,041	0,036	0,031	0,027	0,022	0,017	0,014	0,012	0,009	0,008	0,006	0,004	0,002	0,002	0,002	0,001	—
1,6	0,041	0,041	0,039	0,037	0,033	0,029	0,026	0,022	0,018	0,015	0,012	0,010	0,008	0,007	0,005	0,003	0,002	0,002	0,002	—	—
1,8	0,033	0,033	0,031	0,029	0,027	0,024	0,021	0,017	0,015	0,013	0,010	0,009	0,007	0,005	0,004	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—
2	0,026	0,026	0,025	0,033	0,021	0,019	0,016	0,014	0,012	0,010	0,009	0,007	0,006	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	—	—	—
2,2	0,020	0,020	0,019	0,018	0,016	0,015	0,013	0,012	0,010	0,009	0,007	0,006	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—
2,4	0,015	0,015	0,015	0,014	0,013	0,012	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—
2,6	0,012	0,012	0,012	0,010	0,010	0,009	0,008	0,008	0,005	0,005	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—	—
2,8	0,009	0,009	0,009	0,008	0,008	0,007	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—	—	—
3	0,007	0,007	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—	—	—	—
3,2	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—	—	—	—	—
3,4	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3,6	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3,8	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	0,001	0,001	0,001	0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 42

Прогибы (осадки) плиты $\bar{w}$

η \ ξ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
0	385	377	359	338	314	291	268	247	226	207	189	173	159	146	135	124	115	107	099	098	087
0,2	377	371	354	334	312	289	266	246	285	206	188	172	158	145	134	124	115	107	099	093	087
0,4	359	354	341	324	304	281	261	241	221	203	186	170	157	144	133	123	114	106	098	092	086
0,6	338	334	324	308	291	271	253	234	215	198	182	167	155	142	131	121	113	105	097	091	085
0,8	314	312	304	291	276	259	243	225	208	192	177	163	151	139	129	119	111	103	096	090	085
1	291	289	281	271	259	246	232	214	199	184	170	158	146	136	126	117	109	101	095	089	084
1,2	268	266	261	258	243	232	216	203	189	176	164	152	141	132	122	114	106	099	093	087	082
1,4	247	246	241	234	225	214	203	191	179	167	157	145	136	127	118	110	103	097	091	086	081
1,6	226	225	221	215	208	199	189	179	169	158	149	139	130	122	114	107	100	094	089	084	079

Продолжение табл. 42

η \ ξ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
1,8	207	208	203	198	192	184	176	167	158	150	141	133	125	117	110	103	097	091	086	082	077
2	189	188	186	182	177	170	164	157	149	141	133	126	119	112	106	099	094	089	084	079	075
2,2	173	172	170	167	163	158	152	145	139	133	126	119	113	107	101	096	091	086	081	077	074
2,4	159	158	157	155	151	146	141	136	130	125	118	112	106	101	096	092	087	083	079	075	072
2,6	146	145	144	142	139	136	132	127	122	117	113	107	102	097	092	088	084	080	076	073	070
2,8	135	134	133	131	129	126	122	118	114	110	105	101	096	092	088	084	080	077	074	071	068
3	124	124	123	121	119	117	114	1105	107	103	099	096	092	088	084	081	077	075	071	068	066
3,2	115	115	114	113	111	109	106	103	100	097	094	091	087	084	080	077	074	071	069	066	062
3,4	107	107	106	105	103	101	099	097	094	091	089	086	083	080	077	075	071	070	067	062	060
3,6	099	099	098	097	096	095	093	091	089	086	084	081	079	076	074	071	069	067	062	060	059
3,8	093	093	092	091	090	089	087	086	084	082	079	077	075	073	071	066	066	062	080	059	057
4	087	087	086	085	085	054	082	081	079	077	075	074	072	070	066	066	062	060	059	057	056

Продолжение табл. 42

Изгибающие моменты $\overline{M}_x$

η \ ξ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
0	∞	0,129	0,068	0,036	0,016	0,004	−0,005	−0,011	−0,014	−0,015	−0,017	−0,016	−0,016	−0,015	−0,014	−0,013	−0,012	−0,011	−0,010	−0,008	−0,008
0,2	0,194	0,133	0,072	0,039	0,018	0,005	−0,003	−0,010	−0,013	−0,014	−0,017	−0,016	−0,016	−0,015	−0,014	−0,013	−0,012	−0,011	−0,010	−0,008	−0,006
0,4	0,132	0,110	0,071	0,042	0,021	0,006	−0,002	−0,008	−0,011	−0,013	−0,015	−0,015	−0,015	−0,014	−0,014	−0,013	−0,012	−0,011	−0,010	−0,008	−0,007
0,6	0,096	0,087	0,083	0,042	0,023	0,009	0,001	−0,008	−0,009	−0,012	−0,013	−0,015	−0,014	−0,014	−0,013	−0,012	−0,011	−0,011	−0,010	−0,008	−0,007
0,8	0,074	0,068	0,054	0,039	0,023	0,011	0,002	−0,004	−0,007	−0,010	−0,012	−0,013	−0,013	−0,013	−0,012	−0,011	−0,011	−0,010	−0,009	−0,007	—
1	0,057	0,054	0,044	0,034	0,022	0,012	0,004	−0,001	−0,005	−0,008	−0,011	−0,012	−0,012	−0,012	−0,011	−0,010	−0,009	−0,008	−0,008	−0,007	—
1,2	0,045	0,042	0,037	0,028	0,020	0,011	0,006	0,000	−0,004	−0,007	−0,009	−0,010	−0,010	−0,010	−0,010	−0,009	−0,009	−0,008	−0,008	−0,007	—
1,4	0,035	0,034	0,030	0,023	0,017	0,011	0,008	0,001	−0,003	−0,006	−0,007	−0,008	−0,009	−0,009	−0,010	−0,009	−0,009	−0,008	−0,008	−0,007	—
1,6	0,028	0,027	0,024	0,020	0,015	0,010	0,005	0,002	−0,002	−0,004	−0,006	−0,007	−0,008	−0,008	−0,008	−0,008	−0,008	−0,007	−0,007	—	—
1,8	0,022	0,021	0,019	0,017	0,013	0,008	0,005	0,002	−0,001	−0,002	−0,004	−0,006	−0,006	−0,007	−0,007	−0,007	−0,006	−0,006	−0,006	—	—
2	0,018	0,018	0,015	0,014	0,011	0,007	0,004	0,003	0,000	−0,002	−0,003	−0,004	−0,005	−0,006	−0,006	−0,005	−0,008	−0,006	—	—	—
2,2	0,014	0,014	0,012	0,011	0,009	0,006	0,004	0,003	0,000	−0,001	−0,003	−0,003	−0,004	−0,004	−0,005	−0,005	−0,005	−0,005	—	—	—
2,4	0,011	0,011	0,010	0,009	0,008	0,005	0,003	0,002	0,000	−0,001	−0,002	−0,003	−0,004	−0,004	−0,004	−0,004	−0,004	—	—	—	—
2,6	0,009	0,009	0,009	0,008	0,007	0,005	0,003	0,002	0,000	0,000	−0,001	−0,002	−0,003	−0,003	−0,003	—	—	—	—	—	—
2,8	0,007	0,007	0,006	0,006	0,005	0,003	0,003	0,002	0,001	0,000	−0,001	−0,001	−0,003	—	—	—	—	—	—	—	—
3	0,006	0,006	0,008	0,005	0,004	0,003	0,002	0,002	0,001	0,000	0,000	−0,001	−0,003	—	—	—	—	—	—	—	—
3,2	0,005	0,005	0,005	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	0,000	0,000	−0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3,4	0,004	0,004	0,004	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	0,000	0,000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3,6	0,003	0,003	0,003	0,008	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3,8	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	0,002	0,002	0,002	0,002	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 42

Крутящие моменты $\overline{H}_x$

η \ ξ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0	−0,040	−0,030	−0,022	−0,016	−0,012	−0,010	−0,008	−0,006	−0,005	−0,004	−0,003	−0,003	−0,002	−0,002	−0,001	−0,001	−0,001	−0,001	−0,001	−0,001
0,4	0	−0,030	−0,037	−0,032	−0,027	−0,021	0,017	−0,014	−0,011	−0,009	−0,008	0,006	−0,005	−0,004	−0,004	−0,003	−0,002	−0,002	−0,002	−0,001	−0,001
0,6	0	−0,022	−0,032	−0,034	−0,031	−0,027	0,022	−0,018	−0,015	−0,013	−0,010	−0,009	−0,007	−0,006	−0,005	−0,004	−0,004	−0,003	−0,002	−0,002	−0,002
0,8	0	−0,016	−0,027	−0,031	−0,030	−0,028	−0,024	−0,021	−0,018	−0,015	−0,013	−0,011	−0,009	−0,008	−0,006	−0,005	−0,005	−0,004	−0,003	−0,002	—
1	0	−0,012	−0,021	−0,027	−0,028	−0,027	−0,025	−0,022	−0,019	−0,016	−0,014	−0,012	−0,010	−0,009	−0,007	−0,006	−0,005	−0,005	−0,004	−0,003	—
1,2	0	−0,010	−0,017	−0,022	−0,024	−0,025	−0,024	−0,021	−0,019	−0,017	−0,015	0,013	−0,011	−0,009	−0,008	−0,007	−0,006	−0,005	−0,004	−0,003	—
1,4	0	−0,008	−0,014	−0,018	−0,021	−0,022	−0,021	−0,021	−0,018	0,017	−0,014	−0,013	−0,011	−0,009	−0,009	−0,008	−0,007	0,005	−0,004	−0,004	—
1,6	0	−0,006	−0,001	−0,015	−0,018	−0,019	−0,019	0,018	−0,018	−0,016	−0,014	−0,013	−0,011	−0,009	−0,009	−0,008	−0,007	−0,005	−0,005	—	—
1,8	0	−0,005	−0,009	−0,013	−0,015	−0,016	−0,017	−0,017	−0,016	−0,015	−0,014	−0,013	−0,011	−0,009	−0,009	−0,008	−0,008	−0,005	0,004	—	—
2	0	−0,004	0,008	−0,010	−0,013	0,014	−0,015	−0,014	−0,014	−0,014	0,013	−0,011	−0,010	−0,010	−0,008	−0,007	−0,006	−0,005	—	—	—
2,2	0	−0,003	−0,006	0,009	−0,011	−0,012	−0,013	−0,013	0,013	−0,013	−0,013	−0,011	−0,010	−0,010	−0,008	−0,007	−0,006	−0,005	—	—	—
2,4	0	−0,003	−0,005	−0,007	0,009	0,010	−0,011	−0,011	0,011	−0,011	0,011	−0,011	0,010	−0,009	−0,008	−0,007	−0,006	−0,005	—	—	—
2,6	0	−0,002	−0,005	−0,006	0,008	−0,009	−0,009	0,009	−0,009	−0,009	−0,010	−0,010	−0,009	−0,009	−0,007	−0,006	−0,005	—	—	—	—
2,8	0	−0,002	−0,004	−0,005	−0,006	0,007	−0,008	−0,008	0,009	−0,009	−0,010	−0,009	−0,009	−0,008	−0,007	−0,005	—	—	—	—	—
3	0	−0,001	−0,004	−0,004	−0,005	0,005	−0,007	−0,008	0,008	−0,008	−0,008	−0,008	−0,007	−0,007	0,006	—	—	—	—	—	—
3,2	0	−0,001	−0,003	−0,004	−0,005	0,005	0,006	0,007	−0,007	−0,008	0,007	−0,007	−0,006	0,005	—	—	—	—	—	—	—
3,4	0	−0,001	−0,002	−0,003	0,004	−0,005	−0,005	0,005	0,005	0,005	−0,006	0,006	−0,005	—	—	—	—	—	—	—	—
3,6	0	−0,001	−0,002	−0,002	−0,003	−0,004	−0,004	0,004	−0,005	−0,005	0,005	0,005	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3,8	0	−0,001	−0,002	−0,002	0,002	0,003	−0,003	0,004	—	—	—	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	0	0,001	−0,001	−0,002	—	—	—	—	—	—	—	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Поперечные силы $\overline{N}_x$

Продолжение табл. 42

η \ ξ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8
0,0	∞	0,779	0,367	0,224	0,150	0,105	0,074	0,053	0,038	0,027	0,019	0,013	0,008	0,005	0,002
0,2	0	0,385	0,294	0,203	0,141	0,100	0,071	0,052	0,037	0,027	0,019	0,013	0,008	0,005	0,002
0,4	0	0,132	0,172	0,150	0,117	0,086	0,065	0,047	0,034	0,024	0,018	0,012	0,008	0,005	0,002
0,6	0	0,064	0,100	0,098	0,085	0,068	0,053	0,041	0,030	0,022	0,015	0,011	0,007	0,004	0,001
0,8	0	0,035	0,058	0,063	0,060	0,052	0,040	0,032	0,025	0,018	0,013	0,008	0,006	0,003	0,001
1	0	0,020	0,034	0,041	0,041	0,037	0,032	0,025	0,019	0,015	0,011	0,007	0,005	0,002	0,000
1,2	0	0,012	0,022	0,026	0,027	0,026	0,023	0,019	0,015	0,012	0,009	0,005	0,004	0,001	—
1,4	0	0,007	0,013	0,017	0,018	0,018	0,016	0,014	0,011	0,009	0,006	0,004	0,002	0,000	—
1,6	0	0,005	0,008	0,011	0,013	0,012	0,011	0,010	0,008	0,006	0,005	0,002	0,001	—	—
1,8	0	0,003	0,005	0,007	0,008	0,008	0,008	0,007	0,005	0,004	0,003	0,001	0,000	—	—
2	0	0,002	0,004	0,005	0,005	0,006	0,005	0,005	0,004	0,003	0,002	0,000	—	—	—
2,2	0	0,001	0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,001	0,000	—	—	—	—
2,4	0	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,000	—	—	—	—	—
2,6	0	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	—	—	—	—	—	—	—
2,8	0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	—	—	—	—	—	—	—	—	—

прогибы (осадки) плиты

$$w = \overline{w}\,\frac{(1-\nu_0^2)\,P}{E_0\,L}\ \text{м}; \qquad (216)$$

изгибающие моменты

$$M = \overline{M}\,P\ \text{тс}; \qquad (217)$$

крутящие моменты

$$H = (1-\nu_1)\,\overline{H}\,P\ \text{тс}; \qquad (218)$$

поперечные силы

$$N = -\overline{N}\,\frac{P}{L}\ \text{тс/м}. \qquad (219)$$

Таблицу 42 удобно использовать для расчета плит под сетку колонн благодаря тому, что эти таблицы могут одновременно рассматриваться и как таблицы влияния на расчетные величины в точке с координатами $x=0$, $y=0$ от сосредоточенной силы, передаваемой колонной в точке с координатами x и y. Поэтому при расчете какой-либо точки плиты под сетку колонн (рис. 95) (безразлично, будет ли эта точка центром одной из колонн или точка в пролете между колоннами) начало декартовых координат x и y устанавливаем в рассчитываемой точке M. Оси x и y направляем параллельно рядам колонн. Затем устанавливаем приведенные координаты $\xi=x/L$ и $\eta=y/L$ каждой из колонн и определяем из табл. 42 соответствующие этим координатам значения той величины, на которую производится расчет (например, реактивных давлений p). Для определения действительного значения влияния нагрузки от каждой колонны на расчетную величину (например, на p) следует воспользоваться переходными формулами (215)—(219). Просуммировав полученные таким образом значения влияния на расчетную величину от каждой из колонн, получим значение расчетной величины в данной точке. Влиянием тех колонн, которые настолько удалены от начала координат, что для них нет табличных данных, пренебрегаем. Влияние колонн, расположенных на приведенном расстоянии $\delta<1{,}5$

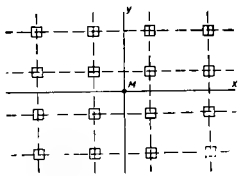


Рис. 95. Схема средних полей плиты под сетку колонн

от края, учитывается в порядке приближения по тем же правилам, что и влияние колонн, более удаленных от края.

Для определения M_y, H_y, N_y не приведено особых таблиц. Значения величин M_y и N_y находятся соответственно по табл. 42 для $\overline{M}_x$ и $\overline{N}_x$ при замене в них входа по ξ входом по η и обратно, а значение H_y определяется равенством $\overline{H}_y=-\overline{H}_x$.

Для случая, когда ξ или η (или они оба) имеют отрицательное значение, служит та же табл. 42. Однако следует помнить правило знаков для табличных данных: для величин $\overline{p}$, $\overline{w}$, $\overline{M}_x$, $\overline{M}_y$ знак во всех случаях остается неизменным; для величины $\overline{N}_x$ при отрицательном ξ и любом η знак перед табличными данными меняется на противоположный; совершенно также меняется знак для величины $\overline{N}_y$ при η отрицательном; при определении значений $\overline{H}$ табличные значения остаются неизменными в случае, если ξ и η одновременно положительные или отрицательные; в случае, если ξ и η разного знака, знак перед табличными данными меняется на противоположный.

В таблице для прогибов (осадок) w значения $\overline{w}$ даны только для $\xi\leqslant 4$ и $\eta\leqslant 4$, хотя они настолько медленно затухают, что трудно рекомендовать пренебрегать влиянием силы P при больших ξ и η. Таблица легко может быть продолжена на основе формулы Буссинеска (12), как об этом сказано в § 6.

Таблица $\overline{M}_x$ вычислена для железобетонных плит ($\nu_1={}^1/_6$). Для плит из другого материала эти таблицы могут быть использованы только в порядке приближения. Данные остальных таблиц не зависят от значения коэффициента Пуассона, а потому пригодны для расчета плит из любого материала.

Следует помнить, что моменты и поперечные силы, установленные по таблицам, соответственно в *тс* и *тс/м*, отнесены к 1 *пог. м* плиты.

Если расчет производится для точки под колонной, то во избежание получения бесконечно больших расчетных значений изгибающих моментов и поперечных сил следует при определении влияния на моменты и поперечные силы нагрузки, передаваемой этой колонной, учесть распределение нагрузки по площади поперечного сечения колонны (или базы) согласно указаниям § 7.

Нужно, однако, заметить, что даже и при таком способе расчета значения моментов под центром колонны оказываются настолько значительными, что приводят к большим затруднениям в отношении армирования.

В связи с этим следует вычислить значения моментов не только в центре колонны, но и вблизи нее на расстоянии 50 *см* по обе ее стороны (по оси y для M_x и оси x для M_y). Тогда армирование плиты под колонной можно проводить на среднее значение моментов для полосы шириной в 1 *м*. Более строгое решение этого вопроса может быть получено на основе расчета плиты по предельному состоянию.

В отношении армирования на крутящие моменты H_x и N_y следует отметить, что, согласно теории упругости, крутящему моменту, например H_x, соответствуют главные растягивающие напряжения, определяемые равенством

$$\sigma_{\text{гл. кр}} = \frac{6\,H_x}{h^2}\ \text{тс/м}^2, \tag{220}$$

где h — толщина плиты.

В табл. 42 нет значения $\bar{H}_x$ под нагрузкой. Объясняется это многозначностью величины $\bar{H}_x$ (0,0) в зависимости от направления подхода к точке $\xi=0$, $\eta=0$*. При армировании плиты в направлениях x и y следует принимать под серединой края квадратной колонны (или ее базы) $H_x=-H_y=0$, под углом колонны (или базы) $H_x=-H_y\pm0{,}0332\ P$ (подразумевается, что края колонны параллельны осям x и y).

В настоящее время расчет средних полей под сетку колонн при большом их числе проводится вместе с крайними полями плиты при помощи программ для ЭВМ (см. часть шестую).

§ 9. РАСЧЕТ КРАЙНИХ ПОЛЕЙ ПЛИТЫ ПОД СЕТКУ КОЛОНН. РАСЧЕТ РЕБРИСТЫХ ПЛИТ

Способ расчета, изложенный в предыдущем параграфе, становится непригодным при расчете точек плиты, находящихся на приведенном расстоянии $\sigma<1{,}5$ от края плиты. Объясняется это тем, что вблизи края эпюры всех расчетных величин p, w, M, N, H имеют иной характер, чем в центральной части плиты.

В настоящее время есть сборник таблиц для расчета плит большой протяженности вблизи края [40], а на основе этих таблиц есть и программа расчета плит на ЭВМ при любом числе колонн (см. часть шестую). Там же приведены сведения и о программах, составленных для этой цели другими авторами. Здесь будет изложен приближенный расчет плит вблизи края, когда в силу тех или иных причин выполнить расчет на ЭВМ оказывается затруднительным.

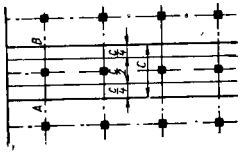


Рис. 96. Схема крайних полей плиты под сетку колонн

* См. книгу [29]; там же доказана ошибочность вывода Шлейхера об отсутствии кручения в центре круглых плит конечного и бесконечного радиуса при нагрузке сосредоточенной силой.

Для расчета полей в поперечном к краю направлении (рис. 96) плита разбивается на отдельные, поперечные края — полосы. Каждая из этих полос нагружена одним рядом колонн. Продольными границами полос служат прямые, проведенные через середины пролетов.

Расчетная нагрузка от колонны определяется по следующим правилам:

а) в случае, если обе соседние колонны (стоящие по обеим сторонам на других полосах) передают меньшие или примерно равные нагрузки, что и данная колонна, принимается за расчетную величину действительная нагрузка от колонны;

б) в случае, если нагрузка на эти соседние колонны превышает по своей величине нагрузку на данную колонну более чем на 25%, следует принимать за расчетную величину нагрузки

$$P = \frac{0{,}5\,(P_1+P_2)+P_0}{2}, \tag{221}$$

где P_1 и P_2 — величины соседних нагрузок; P_0 — величина действительной нагрузки, передаваемой колонной.

Нагрузка от каждой колонны условно принимается распределенной по всей ширине полосы c по прямой, проходящей через центр колонны (отрезок AB на рис. 96). После этого расчет каждой из полос проводится по правилам расчета полубесконечных полос (см. часть вторую, главу I, § 17). При переходе к полосам шириной $b'=1$ *м* следует за нагрузки на полосу принимать части нагрузок, приходящиеся на 1 *м* ширины полос.

Следует заметить, что найденные таким образом величины изгибающих моментов будут представлять собой средние значения моментов, приходящихся на 1 *м* ширины c полной полосы. Действительное значение моментов будет вдоль проходящей через центр колонн продольной оси бо́льшим, чем вдоль краев выделенной полосы. Чтобы приближенно учесть неравномерность распределения моментов, можно воспользоваться способом, применяемым при расчете безбалочных перекрытий. Согласно этому способу рассчитываемая полная полоса шириной c разбивается на три части: среднюю — шириной $c/2$ и две крайние — шириной $c/4$ (см. рис. 96). Принимается, что на среднюю полосу будет приходиться $^2/_3$ момента, падающего на полную ширину c. На каждую из крайних полос тогда останется по $^1/_6$ общего момента.

Расчет плиты в продольном к краю направлении проводят аналогично, выделяя для этой цели полосы, несущие продольные ряды колонн. Расчет проводят по правилам для бесконечных полос (см. часть вторую, главу I, § 16), причем определяются изгибающие моменты и поперечные силы; реактивные давления под краями плиты устанавливаются только из расчета в поперечном к краю направлении.

В случае необходимости учета собственного веса плиты или внешней равномерно распределенной нагрузки расчет поперечных к краю полос выполняется по указаниям части второй, главы I, § 19.

Ребристые плиты рассчитывают аналогично, причем полосы рассматриваются как балки таврового сечения. Жесткость ребер в направлении, поперечном к рассчитываемому, не учитывается. В дополнение к моментам, связанным с общим изгибом плиты, необходимо определять моменты в плитных заполнениях, связанные с местными их деформациями. Эти моменты определяются исходя из схемы защемленных по четырем, трем или двум сторонам плит при равномерной на них нагрузке. Интенсивность нагрузки определяется либо по значению реактивных давлений согласно основному расчету, либо просто как среднее давление грунта. Если моменты от общего изгиба оказываются положительными, то моменты в середине заполнений — отрицательными.

В. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

§ 10. ПРИМЕР РАСЧЕТА ЖЕСТКОЙ КРУГЛОЙ ПЛИТЫ. ФУНДАМЕНТ ДОМЕННОЙ ПЕЧИ

Фундаментная массивная сплошная плита под доменную печь имеет форму правильного восьмиугольника. Размеры плиты в плане и ее поперечное сечение изображены на рис. 97. На плиту опирается как сама печь, так и металлические и железобетонные колонны рабочей площадки. Нагрузка, передаваемая через лещадь, считается равномерно распределенной по кругу радиуса 6 *м*; интенсивность этой нагрузки $q=50$ *тс/м²*. Общая величина нагрузки, передаваемая колоннами, равна 7000 *тс*. Грунт основания — лёссовидный маловлажный суглинок; модуль деформации этого грунта, учитывая большие

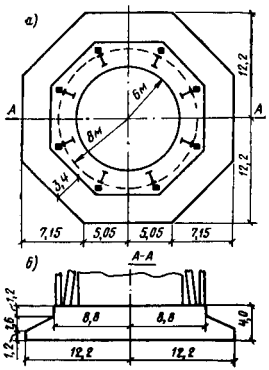


Рис. 97 Фундамент доменной печи

размеры опорной площади (см. часть первую, главу III), принят равным $E_0=9500$ *тс/м²*, коэффициент Пуассона грунта $\nu_0=0{,}35$, модуль упругости бетона $E_1=265\cdot10^4$ *тс/м²*.

Для использования теории круглых плит переходим от восьмиугольной плиты к равновеликой круглой плите.

Общая площадь плиты

$$F = 24{,}4^2 - 2\cdot7{,}15^2 = 490 \ м^2.$$

Отсюда радиус круглой плиты

$$R = \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 12{,}4 \ м.$$

Радиус внутренней части плиты повышенной жесткости

$$R_1 = 12{,}4 - 3{,}4 = 9 \ м.$$

Отношение радиусов

$$\gamma = \frac{R_1}{R} = \frac{9}{12{,}4} \approx 0{,}75.$$

Согласно п. 7. § 1, можно принять, что вся плита имеет равную (максимальную) толщину $h=4$ *м*.

В соответствии с этой толщиной устанавливаем по формуле (187) показатель гибкости плиты

$$s = 3\,\frac{1-\left(\frac{1}{6}\right)^2}{1-0{,}35^2}\cdot\frac{9500}{265\cdot10^4}\cdot\frac{12{,}4^3}{4^3} = 0{,}35 < 0{,}5.$$

На основании п. 6 § 1 плиту принимаем за абсолютно жесткую. Чтобы вычислить реактивные давления, определяем суммарную нагрузку, передаваемую фундаментом на грунт; в ее состав входят: собственный вес фундамента (4400 *тс*), нагрузка, передаваемая лещадью (5600 *тс*), и нагрузка, передаваемая колоннами (7000 *тс*). Суммарная нагрузка, передаваемая фундаментом, $P=17\,000$ *тс*.

Эпюру реактивных давлений определяем по табл. 30. Реактивное давление под центром фундамента ($\rho=0$)

$$p = 0{,}159\,\frac{17\,000}{12{,}4^2} = 0{,}159\cdot110{,}3 = 17{,}5 \ тс/м^2 = 1{,}75 \ кгс/см^2.$$

Посередине между центром и краем ($\rho=0{,}5$)

$$p = 0{,}184\cdot110{,}3 = 20{,}25 \ тс/м^2 = 2{,}03 \ кгс/см^2.$$

Полностью эпюра реактивных давлений приведена на рис. 98.

При определении усилий в плите (изгибающих моментов и поперечных сил) в порядке приближенного учета скорости твердения бетона и бытового давления (см. часть вторую, главу I, § 9 и главу V, § 1) собственным весом плиты пренебрегаем. Расчет проводим на равномерно распределенную по кругу

радиусом $a_1 = 6$ *м* нагрузку, передаваемую через лещадь (рис. 99, *а*), и на нагрузку, передаваемую колоннами; эту нагрузку условно принимаем за нагрузку в виде сил P', распределенных по окружности радиуса 8 *м* (рис. 99, *б*); интенсивность сил

$$P' = \frac{7000}{\pi \cdot 16} = 140 \ тс/м.$$

Эпюры расчетных величин вычисляем по указаниям § 2. Определим эпюру изгибающих радиальных моментов от нагрузки, передаваемой через лещадь, пользуясь табл. 31. Приведенный радиус круга нагрузки

$$\alpha_1 = \frac{6}{12,4} = 0,485 \approx 0,5.$$

Момент в центре плиты $(\rho = 0)$

$$M_r = 0,0788 \cdot 12,4^2 \cdot 50 = 0,0788 \cdot 7700 = 608 \ тс.$$

У края лещади $(\rho = 0,5)$

$$M_r = 0,0357 \cdot 7700 = 275 \ тс.$$

Полностью эпюра радиальных моментов от нагрузки через лещадь приведена на рис. 100, *а*. Там же (рис. 100, *б*, *в*) приведены эпюры тангенциальных моментов M_t и радиальных поперечных сил N_r, вычисление которых опускаем.

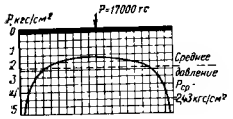


Рис. 98. Распределение реактивных давлений под фундаментом

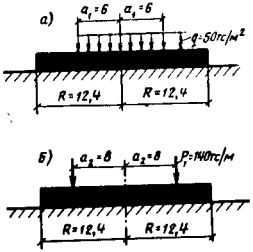


Рис. 99. Схема распределения нагрузок на фундамент

Определяем эпюру радиальных моментов от нагрузки колоннами, пользуясь табл. 32.

Приведенный радиус окружности нагрузки

$$\alpha_2 = \frac{8}{12,4} = 0,645 \approx 0,6.$$

Момент в центре плиты $(\rho = 0)$

$$M_r = 0,110 \cdot 12,4 \cdot 140 = 0,110 \cdot 1740 = 191 \ тс,$$

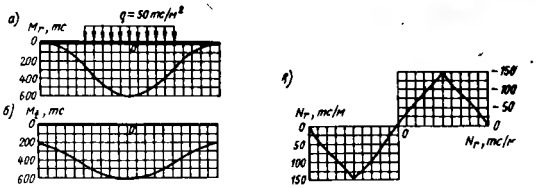


Рис. 100. Эпюры расчетных усилий для фундаментной плиты от нагрузок, передаваемых лещадью

а под нагрузкой

$$M_t = 0,155 \cdot 1740 = 270 \ тс.$$

Полностью эпюра радиальных моментов от нагрузки колоннами изображена на рис. 101. Там же изображены эпюры тангенциальных моментов и поперечных сил от этой нагрузки.

Суммируя эпюры M_r, M_t и N_r от обеих нагрузок, получаем окончательные эпюры расчетных усилий в плите (рис. 102).

При армировании следует учесть, что, приняв нагрузку от колонн, равномерно распределенной по окружности, мы несколько занизили значения моментов для радиальных сечений плиты, проходящих через опоры колонн, и завысили их значения для пролетных радиальных сечений. Поэтому при распределении значений M_r и M_t, возникающих от нагрузки колоннами, желательно использовать прием, рекомендованный для исправления такой погрешности в § 9. Кроме того, следует проверять плиту на продавливание.

Если плита армируется по прямоугольной сетке, следует вычислить усилия, действующие в направлении арматуры сетки, воспользовавшись формулами (193).

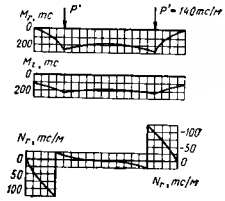


Рис. 101. Эпюры расчетных усилий для плиты от нагрузок, передаваемых колоннами

§ 11. ПРИМЕР РАСЧЕТА КРУГЛОЙ ПЛИТЫ КОНЕЧНОГО РАДИУСА И ЖЕСТКОСТИ

Бетонная плита радиусом $R=272$ *см* несет нагрузку, равномерно распределенную по двум эллиптическим площадкам, расположенным симметрично относительно центра плиты (рис. 103). Полуоси площадок $a=30$ *см*, $b=20$ *см*, расстояние между центрами площадок 80 *см*. На каждую площадку приходится

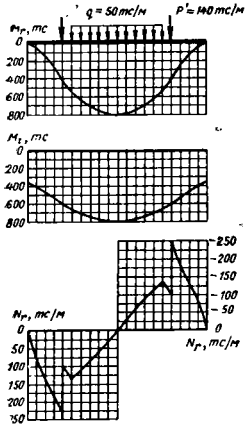


Рис. 102. Эпюры расчетных усилий в плане от суммарной нагрузки

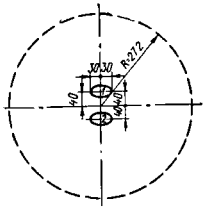


Рис. 103. К определению величины изгибающего момента

1—2 — номера площадок

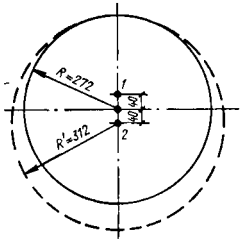


Рис. 104. Схема использования случая центральной нагрузки при наличии эксцентриситета

1—2 — номера площадок

суммарная нагрузка $P=16{,}5$ *тс*. Модуль деформации грунта $E_0=890$ *кгс/см²*, коэффициент Пуассона $\nu_0=0{,}35$. Требуется определить толщину плиты h исходя из предела прочности бетона на растягивающие напряжения.

Задавшись предварительным значением толщины плиты $h=40$ *см* при модуле упругости бетона $E_1=40\cdot10^4$ *кгс/см²*, по формуле (187) получим показатель гибкости плиты:

$$s=3\,\frac{1-\frac{1}{36}}{1-0{,}35^2}\cdot\frac{890}{40\cdot10^4}\cdot\frac{2{,}72^3}{0{,}40^3}=2{,}34.$$

Согласно п. 6, § 1, плита должна быть отнесена к категории плит, имеющих конечную жесткость и радиус.

Определим величину изгибающего момента в центре площадки *1* (рис. 103) от нагрузки, распределенной по этой же площадке. Заменим для этой цели эллиптическую площадку равновеликой круглой площадкой. Площадь эллипса

$$F=\pi ab=\pi\cdot30\cdot20=\pi\cdot600\ см^2.$$

Радиус равновеликого круга

$$a'=\sqrt{600}=24{,}5\ см.$$

Примем условно, что центр круга нагрузки *1* совпадает с центром плиты. Это позволит использовать табл. 39 моментов в гибкой плите при нагрузке по кругу малого радиуса. Вычислим приведенное значение радиуса круга нагрузки

$$\alpha=\frac{a'}{R}=\frac{24{,}5}{272}=0{,}09.$$

Интерполируя табличные данные для значений $s=2{,}34$, получим $\bar{M}_A=-0{,}069$; для значения $\alpha=0{,}09$ получим $\bar{M}_B=0{,}520$. Отсюда $M_r=M_t=16{,}5(-0{,}069+0{,}520)=7{,}43$ *тс*.

Для определения составляющей изгибающих моментов в центре площадки *1* от нагрузки, распределенной по площадке *2*, используем табл. 38 для определения моментов в плите конечной жесткости и радиуса при нагрузке сосредоточенной силой в центре. Чтобы воспользоваться этой схемой, заменяем действительную плиту радиусом $R=2{,}72$ условной плитой с центром в центре площадки *2*. Радиус этой плиты R' назначаем равным расстоянию от центра *2* до ближайшего к площадке *1* края действительной плиты (рис. 104):

$$R'=2{,}72+\frac{0{,}8}{2}=3{,}12\ м.$$

Показатель гибкости s' условной плиты будет больше показателя гибкости действительной плиты s в $\left(\frac{R'}{R}\right)^3$ раз. Следовательно:

$$s'=2{,}34\left(\frac{3{,}12}{2{,}72}\right)^3=3{,}5.$$

Считая, что нагрузка по площадке *1* сосредоточена в центре площадки *2*, определяем по табл. 38 значения радиального и тангенциального моментов, возникающих от этой нагрузки в в центре площадки *1*. Приведенное расстояние между центрами *1* и *2*

$$\rho = \frac{80}{312} = 0{,}256.$$

Для значений $s=3{,}5$ и $\rho=0{,}256$ при помощи интерполяции получаем

$$M_r = 0{,}06 \cdot 16{,}5 = 0{,}99 \ тс;$$

$$M_t = 0{,}122 \cdot 16{,}5 = 2{,}01 \ тс.$$

Максимальным изгибающим моментом в плите будет момент в центре площадки *1* (или *2*), стремящийся изогнуть плиту в направлении, перпендикулярном прямой, соединяющей точки *1* и *2*:

$$M_{макс} = 7{,}43 + 2{,}01 = 9{,}44 \ тс = 9440 \ кгс.$$

Определяем растягивающие напряжения по формуле

$$\sigma = \frac{M_{макс}}{W},$$

где W — момент сопротивления

$$\sigma = \frac{9440{,}6}{40^2} = 35{,}4 \ кгс/см^2.$$

По приложению к СНиП II-В.1-62 [135] предел прочности бетона марки 600 на растяжение $R_1=30$ *кгс/см²*. Следовательно, предварительное значение толщины плиты $h=40$ *см* следует несколько повысить.

§ 12. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЛИТЫ КОНЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ И РАДИУСА (СОПОСТАВЛЕНИЕ С РАСЧЕТОМ ПО ГИПОТЕЗЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОСТЕЛИ)

Приведем для примера случай, рассчитанный Шлейхером [186], с применением гипотезы коэффициента постели. Сопоставление нашего расчета того же случая с расчетом Шлейхера позволит выявить, насколько сказывается различие в предпосылках расчета на его результатах.

Расчетные данные в примере, рассчитанном Шлейхером: толщина плиты $h=2$ *м*, радиус $R=5{,}7$ *м*, радиус окружности силовой распределенной нагрузки $a=4{,}05$ *м*, интенсивность этой нагрузки $P'=22$ *тс/м*, модуль упругости материала плиты $E_1=2\times10^6$ *тс/м²*, коэффициент Пуассона $\nu_1={}^1/_6$, коэффициент постели $k=5$ *кгс/см³*.

Задача по определению модуля упругости грунта при заданном коэффициенте постели и заданных размерах круглой плиты не представляет затруднений.

Пусть P, *тс* — суммарная нагрузка на плиту, а F — площадь плиты. Тогда, согласно формуле (197), при действии непосредственно на поверхность грунта нагрузки q интенсивностью P/F *тс/м²* имеем следующее отношение между давлением и средней осадкой:

$$k_{ср} = 1{,}05 \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)\sqrt{F}}.$$

Отношение между средним давлением и осадкой для случая абсолютно жесткой плиты, согласно формуле (190),

$$k = 1{,}13 \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)\sqrt{F}}.$$

Величина k колеблется в сравнительно узких пределах:

$$1{,}05 \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)\sqrt{F}} < k \leqslant 1{,}13 \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)\sqrt{F}}$$

в зависимости от жесткости плиты.

Из выведенного соотношения явствует, что коэффициент постели k является величиной, зависящей не только от упругих свойств грунта, как это принимается в гипотезе коэффициента постели. Величина k обратно пропорциональна радиусу плиты и слегка повышается с возрастанием жесткости.

Согласно решению по гипотезе коэффициента постели оказывается, что при данной нагрузке плита работает почти как абсолютно жесткая (к этому же выводу при расчете по новой теории придем и мы). Поэтому естественно в нашем случае выбрать для определения модуля упругости по коэффициенту постели формулу, относящуюся к жесткой плите. Тогда

$$\frac{E_0}{(1-\nu_0^2)} = 45 \cdot 10^3 \ тс/м^3.$$

Показатель гибкости плиты

$$s = 3 \frac{45 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 5{,}7^3 \left(1 - \frac{1}{36}\right)}{2 \cdot 10^6 \cdot 2^3} \approx 1{,}5.$$

Уравнение реактивных давлений получим при помощи решения системы уравнений, приведенной в главе II. В результате решения получаем (в *тс/м²*):

$$p = 3{,}17 + 1{,}79\,\rho^2 + 1{,}95\,\rho^4 - 2{,}20\,\rho^6 + 4{,}31\,\rho^8 + 2{,}27\,\rho^{10}.$$

Уравнение радиальных моментов (в *тс*) по формуле (246):

при $0 \leqslant \rho \leqslant 0{,}7$

$$M_r = 1{,}73 + 20{,}38\,\rho^2 + 3{,}13\,\rho^4 + 1{,}58\,\rho^6 - 1{,}03\,\rho^8 + 1{,}30\,\rho^{10} + 0{,}48\,\rho^{12};$$

при $0{,}7 \leqslant \rho \leqslant 1$

$$M_r = -34{,}82 + 8{,}97\,\frac{1}{\rho^2} - 51{,}21\,\ln\rho + 20{,}38\,\rho^2 + 3{,}13\,\rho^4 + 1{,}58\,\rho^6 - 1{,}03\,\rho^8 + 1{,}30\,\rho^{10} + 0{,}48\,\rho^{12}.$$

Уравнение тангенциальных моментов (в *тс*) по формуле (255):

при $0 \leqslant \rho \leqslant 0{,}7$

$$M_t = 1{,}73 + 9{,}66\,\rho^2 + 1{,}12\,\rho^4 + 0{,}48\,\rho^6 - 0{,}28\,\rho^8 + 0{,}34\,\rho^{10} + 0{,}11\,\rho^{12};$$

при $0{,}7 < \rho < 1$

$$M_t = 1{,}77 - 8{,}97\,\frac{1}{\rho^2} - 51{,}21\,\ln\rho + 9{,}66\,\rho^2 + 1{,}12\,\rho^4 + 0{,}48\,\rho^6 + 0{,}28\,\rho^8 - 0{,}34\,\rho^{10} - 0{,}11\,\rho^{12}.$$

Уравнение поперечных сил (в *тс/м*) по формуле (263):

при $0 < \rho \leqslant 0{,}7$

$$N_1 = 9{,}03\,\rho + 2{,}56\,\rho^3 + 1{,}85\,\rho^5 - 1{,}58\,\rho^7 + 2{,}45\,\rho^9 + 0{,}89\,\rho^{11};$$

при $0{,}7 \leqslant \rho < 1$

$$N_{11} = N_1 - \frac{15{,}4}{\rho}.$$

Уравнение осадок плиты (в *мм*) по формуле (270):

при $0 < \rho \leqslant 0{,}7$

$$w = 1{,}168 - 0{,}018\,\rho^2 - 0{,}044\,\rho^4 - 0{,}002\,\rho^6;$$

при $0{,}7 \leqslant \rho < 1$

$$w = 1{,}514 + 0{,}255\,\ln\rho + 0{,}520\,\rho^2\,\ln\rho - 0{,}352\,\rho^2 - 0{,}044\,\rho^4 - 0{,}002\,\rho^6.$$

Для сопоставления найдем уравнение осадок грунта по формуле (234) с указанием § 3, п. 5 (при $0 < \rho \leqslant 1$):

$$v = 1{,}168 - 0{,}019\,\rho^2 - 0{,}016\,\rho^4 - 0{,}088\,\rho^6 + 0{,}112\,\rho^8 - 0{,}036\,\rho^{10} - 0{,}053\,\rho^{12} - 0{,}022\,\rho^{14} - 0{,}013\,\rho^{16} - 0{,}009\,\rho^{18} - 0{,}007\,\rho^{20} - 0{,}005\,\rho^{22} - 0{,}004\,\rho^{24} - 0{,}003\,\rho^{26} - 0{,}003\,\rho^{28} - 0{,}002\,\rho^{30}.$$

Контрольная табличка (табл. 43) убеждает нас в правильности решения.

Таблица 43

ρ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
w	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12
v	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,16	1,15	1,14	1,11	1,01

Согласно этому решению на рис. 105 построены эпюры всех расчетных величин. Для сравнения на рис. 106 приведены соответствующие эпюры, вычисленные по гипотезе коэффициента постели[1].

Рисунки 105 и 106 показывают, что в обоих случаях прогибы почти прямолинейны, и, следовательно, решение задачи весьма близко к решению задачи об абсолютно жесткой плите (штампе). Это подтверждается и сопоставлением нашей эпюры реактивных давлений с той же эпюрой, вычисленной по точной формуле для абсолютно жесткого штампа (188). Обе эпюры мало отличаются друг от друга. Так, под центром плиты в нашем случае $p_0 = 3{,}2$ *тс/м*^{2}, а для абсолютно жесткой плиты $p_0 = 2{,}8$ *тс/м*^{2}.

Эпюра реактивных давлений в нашем решении (см. рис. 105) имеет ту же характерную форму, что и при расчете полос на упругом основании в условиях плоской задачи, а именно —

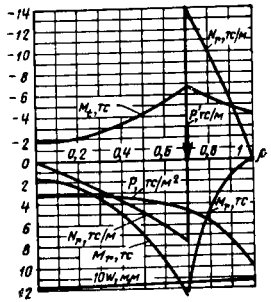


Рис. 105. Эпюры расчетных величин для круглой плиты на упругом полупространстве при силовой нагрузке по окружности

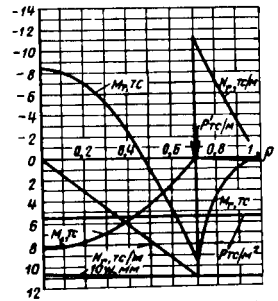


Рис. 106. Эпюры расчетных величин, установленные по гипотезе коэффициента постели

[1] Для ясности изображения на графиках отложены отрицательные значения тангенциальных моментов M_t.

резкое возрастание к краю (вместо равномерного распределения по гипотезе коэффициента постели) (см. рис. 106).

Эпюры моментов, как радиальных, так и тангенциальных, также резко отличаются в зависимости от теории расчета. Характерно, что переход от расчета по гипотезе коэффициента постели к расчету по теории упругости приводит к увеличению тех и других моментов под нагрузкой и резкому снижению (с переменой знака) в центре плиты. Таким образом, мы получаем в случае круглых плит ту же картину, что и для полос; там мы также имеем по сравнению с гипотезой коэффициента постели возрастание моментов под нагрузкой и снижение моментов в пролетах, иногда с переменой знака (отрицательного на положительный).

Глава II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА

§ 1. РАСЧЕТ КРУГЛЫХ ПЛИТ

Приведем краткое изложение метода расчета симметрично нагруженных круглых плит постоянной толщины, свободно лежащих на основании, принимаемом за упругое полупространство. Этот метод послужил основой для практических указаний и таблиц, вошедших в главу I. Более полно метод освещен в книге [29].

Сущность его аналогична методу, примененному для расчета полос. Рассмотрим метод применительно к случаю сплошной равномерной нагрузки.

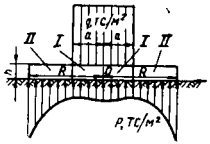


Рис. 107. К расчету круглой плиты

Для прогибов w круглой плиты на упругом основании радиуса R при нагрузке q (в $тс/м^2$), распределенной по площади круга радиуса a, и реактивном давлении грунта $p(\rho)$ (в $тс/м^2$) (рис. 107) в области I (под нагрузкой) выполняется следующее дифференциальное уравнение [186]:

$$\frac{d^4 w}{d\rho^4} + \frac{2}{\rho}\cdot\frac{d^3 w}{d\rho^3} - \frac{1}{\rho^2}\cdot\frac{d^2 w}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho^3}\cdot\frac{dw}{d\rho} = \frac{R^4}{D}\,[q - p(\rho)]. \qquad (222)$$

Здесь D — цилиндрическая жесткость плиты (206); $\rho = r/R$ — приведенное расстояние рассматриваемой точки от центра плиты (r — действительное расстояние).

Для области II (ненагруженной) будет действительно уравнение (222), если положить в нем $q=0$.

Согласно формуле Буссинеска (12), для осадок поверхности грунта (упругого полупространства) $V(\rho)$, при нагрузке его поверхности давлениями $p(\rho)$, передаваемыми плитой, справедливо выражение [186]

$$V(\rho) = \frac{4(1-\nu_0^2)R}{\pi E_0}\left\{\frac{1}{\rho}\int_0^{\rho}\left[p(\bar\rho)\,\bar\rho\int_0^{\pi/2}\frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{\bar\rho}{\rho}\right)^2\sin^2 x}}\right]d\bar\rho + \int_{\rho}^{1}\left[p(\bar\rho)\int_0^{\pi/2}\frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{\rho}{\bar\rho}\right)^2\sin^2 x}}\right]d\bar\rho\right\}. \qquad (223)$$

Здесь E_0, ν_0 — модуль деформации и коэффициент Пуассона грунта; ρ — приведенное расстояние от центра круга до точки поверхности грунта, осадка которой определяется; $\bar\rho$ — приведенное расстояние от центра круга до элемента нагрузки; x — произвольный параметр интегрирования.

Решение задачи должно быть получено на основе двух уравнений — (222) и (223), исходя из требования, чтобы прогибы плиты были тождественно равны осадкам грунта:

$$w(\rho) = V(\rho), \qquad (224)$$

а также из условия равновесия и условий на краю плиты.

Найдем такой закон распределения реактивных давлений $p(\rho)$, при котором удовлетворялись бы эти требования. Будем его искать в виде бесконечного степенного ряда

$$p(\rho) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n}\rho^{2n}. \qquad (225)$$

Этот ряд должен содержать только четные степени, так как в противном случае эпюра реактивных давлений, установленная вдоль какого-либо диаметра, имела бы угловую точку в центре плиты и разрывы во всех нечетных производных, что невозможно, так как центр плиты не является особой точкой.

Задача сводится к определению неизвестных коэффициентов a_{2n} (в $тс/м^2$) исходя из наложенных на плиту и грунт требований. Выразим уравнение прогибов плиты и осадок грунта через эти неизвестные коэффициенты.

Начнем с уравнения прогибов. Подставим в оба уравнения (222) выражение (225). Чтобы получить общий интеграл преобразованного уравнения (222), следует найти общий интеграл

однородного уравнения $\nabla^4 w=0$ [знаком $\nabla^4 w$ обозначена левая часть уравнений (222)] и прибавить к нему частное решение неоднородного уравнения (222).

Общий интеграл однородного уравнения:

$$w_1 = C_0 + C_1 \ln \rho + C_2 \rho^2 + C_3 \rho^2 \ln \rho, \tag{226}$$

где C_i — произвольные постоянные интегрирования в *м*.

Частное решение неоднородного уравнения ищем в виде бесконечного ряда

$$w_2 = \sum_{n=2}^{\infty} A_{2n} \rho^{2n} \tag{227}$$

с неизвестными коэффициентами A_{2n}.

Эти коэффициенты могут быть определены через коэффициенты a_{2n}, если подставить выражение (227) в уравнения (222) и приравнять коэффициенты при одинаковых степенях ρ в левой и правой частях уравнения. Сложив затем частное решение, полученное для области *I* с общим интегралом (226), получим полный интеграл для области I:

$$w_{\mathrm{I}} = C_{0,\mathrm{I}} + C_{1,\mathrm{I}} \ln \rho + C_{2,\mathrm{I}} \rho^2 + C_{3,\mathrm{I}} \rho^2 \ln \rho + \frac{R^4}{64D} (q - a_0) \rho^4 - \frac{R^4}{D} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{2n}}{\lambda_{2n}} \rho^{2n+4}, \tag{228}$$

где

$$\lambda_{2n} = 16 (n+2)^2 (n+1)^2.$$

Для области II общий интеграл будет также определяться выражением (228), если положить в нем $q=0$ и заменить индексы I на II.

Чтобы найти постоянные интегрирования $C_{i\mathrm{I}}$ и $C_{i\mathrm{II}}$, следует использовать следующие условия:

1) в центре плиты: а) прогиб плиты w является конечной величиной; б) поперечная сила N_r равна нулю;

2) на краю плиты: а) радиальный момент M_r равен нулю; б) поперечная сила N_r равна нулю;

3) условия совместности на границе областей I и II; здесь должны совпадать прогибы, углы наклона к линии прогиба, радиальные моменты и поперечные силы, установленные порознь для областей I и II*.

Эти условия дают возможность определить все неизвестные C_i для обеих областей плиты, кроме неизвестной $C_{0,\mathrm{I}}$ для области *I*, которая определяется исходя из равенства прогибов осадкам грунта под центром плиты.

* Формулы, связывающие прогибы плиты с моментами и поперечными силами, имеют номер (236)—(238).

В результате уравнение прогибов плиты в области *I* принимает вид

$$w_{\mathrm{I}} = C_{0,\mathrm{I}} + 2L\alpha^2 \left[2 + 4 \ln \alpha - \frac{2(3+\nu_n) - \alpha^2 (1-\nu_1)}{1+\nu_1} + \frac{4}{q\alpha^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varkappa_{2n} a_{2n} \right] \rho^2 + L\rho^4 - \frac{R^4}{D} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{2n}}{\lambda_{2n}} \rho^{2n+4}, \tag{229}$$

где

$$L = \frac{qR^4}{64D}; \quad \varkappa_{2n} = \frac{(2n+3)+\nu_1}{2(n+2)(n+1)^2(1+\nu_1)}; \quad \alpha = \frac{a}{R}.$$

Уравнение прогибов для области *II* можно выразить через уравнение прогибов для области *I*

$$w_{\mathrm{II}} = w_{\mathrm{I}} + F(\rho), \tag{230}$$

где

$$F(\rho) = L\,[\alpha^4 (5 - 4 \ln \alpha) + 4\alpha^4 \ln \rho + 8\alpha^2 \rho^2 \ln \rho - 4\alpha^2 (2 \ln \alpha + 1) \rho^2 - \rho^4]. \tag{231}$$

Если ввести такую функцию $\Phi_q(\rho)$, чтобы при $0 \leqslant \rho < \alpha$ $\Phi_q(\rho)=0$, а при $\alpha < \rho < 1$ $\Phi_q(\rho)=F(\rho)$, то выражение

$$w = w_{\mathrm{I}} + \Phi_q(\rho) \tag{232}$$

будет определять прогибы для всей плиты в целом. Но функцию $\Phi_q(\rho)$ можно приближенно представить многочленом

$$\Phi_q(\rho) \approx b_0 + b_2 \rho^2 + \ldots + b_{2m} \rho^{2m}, \tag{233}$$

как это было сделано для «особого члена» при расчете полос. Значения коэффициентов b_{2i} многочлена для $\Phi_q(\rho)$ («интерполяционного полинома») были определены для различных значений приведенного радиуса нагруженного круга $\alpha=a/R$ (см. § 2) при помощи приравнивания значений функции $\Phi_q(\rho)$ значению полинома (233) в ряде равноотстоящих точек[1]. Подставив полином (233) в уравнение (232), получим приближенное выражение для прогибов плиты в виде степенного ряда, действительное для всей плиты в целом.

С другой стороны, подставив выражение реактивных давлений через ряд (225) в формулу осадок поверхности грунта

[1] Точнее было бы эти коэффициенты определить способом наименьших квадратов, как это и сделано в аналогичных случаях, рассмотренных в остальных частях книги.

(223) и произведя интегрирование, получим выражение осадок также в виде степенного ряда:

$$V(\rho) = \frac{2(1-\nu_0^2)R}{E_0} \sum_{m=0}^{\infty} \rho^{2m} \left[\frac{1,\ 3\ldots(2m-1)}{2,\ 4\ldots 2m}\right]^2 \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{2n}}{2n-2m+1} \qquad (234)$$

(коэффициент в квадратных скобках при $m=0$ равен единице).

На основе тождества (224) надо приравнять коэффициенты при одинаковых степенях ρ, начиная со второй, в степенных рядах (232) и (234), чтобы получить бесконечную систему уравнений для определения неизвестных a_{2i}. К этой системе в качестве первого ее уравнения следует добавить уравнение равновесия плиты, т. е. равенство суммарных реактивных давлений суммарной внешней нагрузке. Это уравнение получается при помощи интегрирования уравнения (225) и имеет вид

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{2n}}{n+1} = q\alpha^2. \qquad (235)$$

Ограничиваясь приближенным определением $n+1$ коэффициентов в ряду (225) (члены с остальными коэффициентами в этом ряду отбрасываем), определяем эти неизвестные из $n+1$ уравнений системы. В готовом виде полученная система приведена в § 2.

Решения для других случаев нагрузок также приводят к той же системе уравнений. В зависимости от характера нагрузки изменяются только свободные члены этой системы, так как для каждого типа нагрузки будет своя функция $F(\rho)$ в равенстве (230).

Некоторую особенность представляет собой случай, когда плита нагружена сосредоточенной силой в центре. Можно показать, что в этом случае под центром гибкой плиты эпюра реактивных давлений должна иметь угловую точку, а поэтому в уравнение реактивных давлений (225) наряду с четными степенями должны входить и нечетные степени ρ, а также, как показал Боровичка [169], члены с произведениями типа $\rho^m \ln \rho$. Чтобы не осложнять решение, мы оставили и для этого случая в ряду (225) члены только с четными степенями, что, как будет показано в § 4, дает практически несущественную ошибку.

После определения неизвестных коэффициентов a_{2i} реактивные давления определяются по формуле (225), а прогибы плиты — по формулам (229)—(231). Остальные расчетные величины устанавливаются на основе следующих соотношений [186]:

радиальный момент

$$M_r = -\frac{D}{R^2}\left(\frac{d^2 w}{d\rho^2} + \frac{\nu_1}{\rho}\cdot\frac{dw}{d\rho}\right); \qquad (236)$$

тангенциальный (кольцевой) момент

$$M_t = -\frac{D}{R^2}\left(\frac{1}{\rho}\cdot\frac{dw}{d\rho} + \nu_1\frac{d^2 w}{d\rho^2}\right); \qquad (237)$$

радиальная поперечная сила

$$N_r = -\frac{D}{R^3}\left(\frac{d^3 w}{d\rho^3} + \frac{1}{\rho}\cdot\frac{d^2 w}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho^2}\cdot\frac{dw}{d\rho}\right). \qquad (238)$$

Изложенный в этом параграфе метод легко применяется и в случае, когда края плиты не свободны (защемлены или свободно оперты) [29].

§ 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО РАСЧЕТУ КРУГЛЫХ ПЛИТ КОНЕЧНЫХ РАДИУСА И ЖЕСТКОСТИ (БЕЗ ТАБЛИЦ БЕЗРАЗМЕРНЫХ ВЕЛИЧИН)

В случаях, когда расчет приходится проводить без использования таблиц безразмерных величин, которые вместе с указаниями к ним помещены в главе I, следует, согласно положениям, изложенным в § 1, руководствоваться следующими правилами.

Для установления коэффициента a_{2i} в уравнении реактивных давлений

$$p(\rho) = a_0 + a_2\rho^2 + a_4\rho^4 + a_6\rho^6 + a_8\rho^8 + a_{10}\rho^{10} \qquad (239)$$

решается система уравнений (табл. 44).

В системе табл. 44 уравнения записаны в сокращенной форме; объяснение этого способа записи см. во второй части, глава II, § 2.

Таблица 44

Система уравнений для определения коэффициентов в уравнении реактивных давлений (239)

a_0	a_2	a_4	a_6	a_8	a_{10}	Свободный член (в правой части)
1,0000	0,5000	0,3333	0,2500	0,2000	0,1667	C_0
K_0	K_2	K_4	K_6	K_8	K_{10}	C_2+T_2
L_0	−1,0000	1,0000	0,3333	0,2000	0,1429	C_4+T_4
−0,2000	L_2	−1,0000	1,0000	0,3333	0,2000	T_6
−0,1429	−0,2000	L_4	−1,0000	1,0000	0,3333	T_8
−0,1111	−0,1429	−0,2000	L_6	−1,0000	1,0000	T_{10}

Таблица 45

Величины τ_{2i} для определения свободных членов при равномерно распределенной нагрузке q (в $тс/м^2$)

α	τ_2	τ_4	τ_6	τ_8	τ_{10}
0,1	0,0017	—0,0909	—0,4675	0,7391	—0,3955
0,2	—0,0005	0,0430	—0,6993	0,9564	—0,4741
0,3	—0,0005	0,0299	—0,2374	0,0346	0,0594
0,4	0,0001	—0,0084	0,1198	—0,5061	0,3241
0,5	0,0001	—0,0071	0,0790	—0,2305	0,1072
0,6	0,0000	—0,0002	—0,0004	0,0178	—0,0500
0,7	0,0000	0,0010	—0,0119	0,0437	0,0466
0,8	0,0000	0,0002	0,0029	0,0105	—0,0108
0,9	0,0000	0,0000	—0,0002	0,0008	—0,0008
1,0	0	0	2	0	0

Величины K_{2i} и L_{2i} при коэффициенте Пуассона $\nu_1 = 1/6$ определяются следующими равенствами:

$$\left.\begin{aligned} K_0 &= -1{,}0000 - 0{,}67857\,s; & K_6 &= 0{,}2000 - 0{,}04911\,s;\\ K_2 &= 1{,}0000 - 0{,}18452\,s; & K_8 &= 0{,}1429 - 0{,}03190\,s;\\ K_4 &= 0{,}3333 - 0{,}08532\,s; & K_{10} &= 0{,}1111 - 0{,}02239\,s; \end{aligned}\right\} \quad (240)$$

$$\left.\begin{aligned} L_0 &= -0{,}3333 + 0{,}22222\,s; & L_4 &= -0{,}3333 + 0{,}01161\,s;\\ L_2 &= -0{,}3333 + 0{,}03556\,s; & L_6 &= -0{,}3333 + 0{,}00516\,s. \end{aligned}\right\} \quad (241)$$

Величина показателя гибкости плиты s, входящая во все эти равенства, устанавливается по формуле (187).

Значения величин C_{2i} и T_{2i}, входящих в свободные члены, зависят от характера нагрузки.

а. При равномерно распределенной нагрузке q (в $тс/м^2$) по кругу приведенного радиуса $\alpha = a/R$ (см. рис. 86) значения величин C_{2i} и T_{2i} следующие:

$$\left.\begin{aligned} &C_0 = q\,\alpha^2; \quad C_2 = sq\,\alpha^2\,(\ln\alpha + 0{,}1786\,\alpha^2 - 0{,}8571);\\ &C_4 = 0{,}2222\,sq; \quad T_{2i} = \tau_{2i}\,sq. \end{aligned}\right\} \quad (242)$$

Значения величин τ_{2i} определяются из табл. 45.

б. При равномерно распределенной нагрузке P' (в $тс/м$) по окружности приведенного радиуса $\alpha = a/R$ (см. рис. 88), значения величин C_{2i} и T_{2i} следующие:

$$\left.\begin{aligned} &C_0 = 2\,\alpha\,\frac{P'}{R}; \quad C_2 = s\,\frac{P'}{R}\,\alpha\,[0{,}7143\,(\alpha^2 - 1) + 2\ln\alpha];\\ &C_4 = 0; \quad T_{2i} = \rho_{2i}\,s\,\frac{P'}{R}. \end{aligned}\right\} \quad (243)$$

Значения величин ρ_{2i} определяют по табл. 46.

Таблица 46

Величины ρ_{22} для определения свободных членов при равномерно распределенной силовой нагрузке P (в $тс/м$)

α	ρ_2	ρ_4	ρ_6	ρ_8	ρ_{10}
0,1	0,0077	1,3767	—3,0379	3,3740	—1,3932
0,2	—0,0455	1,1909	—1,5387	1,1754	—0,3688
0,3	—0,0128	0,0629	2,1894	—3,4475	1,6292
0,4	0,0209	—0,5665	3,3490	—4,2428	1,8031
0,5	0,0106	—0,2477	0,9425	—0,2865	—0,1560
0,6	—0,0066	0,1833	—1,2156	2,6433	—1,4305
0,7	—0,0040	0,1045	—0,5893	1,0117	—0,4004
0,8	0,0013	—0,0352	0,2328	—0,5419	0,4094
0,9	0,0004	—0,0100	0,0630	—0,1373	0,0946
1,0	0	0	0	0	0

в. При моментной нагрузке m (в $тс$), равномерно распределенной по окружности приведенного радиуса $\alpha = \frac{a}{R}$ (см. рис. 89), значения величин C_{2i} и T_{2i} следующие:

$$\left.\begin{aligned} &C_0 = 0; \quad C_2 = s\,\frac{m}{R^2}\,(2 + 1{,}4286\,\alpha^2);\\ &C_4 = 0; \quad T_{2i} = \sigma_{2i}\,s\,\frac{m}{R^2}. \end{aligned}\right\} \quad (244)$$

Значения величин σ_{2i} определяются по табл. 47.

г. При нагрузке сосредоточенной силой P (в $тс$), приложенной в центре (см. рис. 90), значения величин C_{2i} и T_{2i} следующие:

Таблица 47

Величины σ_{2i} для определения свободных членов при равномерно распределенной моментной нагрузке m' (в $тс$)

α	σ_2	σ_4	σ_6	σ_8	σ_{10}
0,1	—1,006	— 7,665	22,814	—28,361	12,385
0,2	0,188	—14,567	40,850	—49,281	21,154
0,3	—0,004	— 4,210	— 0,366	7,294	— 4,362
0,4	0,030	0,793	—19,185	33,558	—16,972
0,5	—0,238	6,030	—32,565	46,719	—21,516
0,6	—0,056	1,195	— 3,675	— 1,881	3,459
0,7	0,083	— 2,258	13,697	—27,154	15,002
0,8	0,009	— 0,211	1,003	— 0,981	— 0,567
0,9	—0,007	0,036	0,024	0,006	— 0,259
1,0	0	0	0	0	0

$$\left.\begin{aligned} &C_0 = \frac{P}{\pi R^2}; \quad C_2 = -s \cdot 1{,}3571 \frac{P}{\pi R^2}; \quad C_4 = 0; \\ &T_{2i} = \mu_{2i}\, s \frac{P}{\pi R^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (245)$$

Значения величин μ_{2i} определяются по табл. 48.

Таблица 48

Величины μ_{2i} для определения свободных членов при нагрузке сосредоточенной силой в центре P (в *тс*)

μ_2	μ_4	μ_6	μ_8	μ_{10}
—1,5939	10,239	—23,169	26,854	—11,339

За положительное направление внешних изгибающих моментов m считается такое, при котором они стремятся изогнуть внутреннюю часть плиты выпуклостью вверх.

Необходимо помнить, что формулы для определения величин C_{2i} (242)—(244) так же, как и формулы для определения величин B_i (см. ниже), относятся к случаю железобетонных плит ($\nu = 1/6$). Для плит из других материалов величины C_{2i} и B_{2i} определяются по общим формулам, приведенным в § I. Величины τ_{2i}, ρ_{2i}, σ_{2i}, μ_{2i} не зависят от коэффициента Пуассона; следовательно, табл. 45—48 пригодны для расчета плит из любого материала.

Не рекомендуется производить интерполирование по табл. 45—48; значения α следует округлять при расчете до первого знака после запятой.

При сложной нагрузке в системе табл. 44 левые части следует оставить неизменными; в качестве свободных членов нужно взять суммы свободных членов, соответствующих каждой из составляющих нагрузок. Можно также для наглядности составлять и решать систему для каждой отдельной нагрузки порознь с последующим суммированием результатов.

Нагрузка q (в *тс/м*^{2}), равномерно распределенная по кольцу (см. рис. 87), рассматривается как сложная нагрузка, состоящая из положительной нагрузки q по кругу приведенного радиуса и отрицательной нагрузки $-q$ по кругу приведенного радиуса β ($\alpha > \beta$).

После того как из системы табл. 44 определены коэффициенты a_{2i}, эпюра реактивных давлений устанавливается по формуле (239). Для определения значений степеней ρ может быть использована таблица степеней ξ, приведенная в главе II части второй.

Чтобы определить изгибающие моменты в радиальном направлении M_r, следует воспользоваться формулой

$$M_r = R^2 \Big[(B_0 - 0{,}2917\,A) + B_1 \frac{1}{\rho_2} + B_2 \ln\rho + 0{,}1979\,(a_0 - q)\,\rho^2 + 0{,}0538\,a_2\,\rho^4 + 0{,}0249\,a_4\,\rho^6 + 0{,}0143\,a_6\,\rho^8 + 0{,}0093\,a_8\,\rho^{10} + 0{,}0065\,a_{10}\,\rho^{12}\Big]. \qquad (246)$$

Здесь, так же как и в дальнейших формулах, следует принимать $q = 0$ во всех случаях, когда нагрузка q (в *тс/м*^{2}) отсутствует; $q = 0$ и при вычислении моментов для области, свободной от этой нагрузки, при ее распределении по кругу приведенного радиуса α.

Величина A определяется равенством

$$A = 0{,}67857\,a_0 + 0{,}18452\,a_2 + 0{,}08532\,a_4 + 0{,}04911\,a_6 + 0{,}03190\,a_8 + 0{,}02239\,a_{10}. \qquad (247)$$

Значения B_i следующие:

в случае нагрузки q (в *тс/м*^{2}) по кругу приведенного радиуса (см. рис. 86):

под нагрузкой ($0 \leqslant \rho < d$)

$$B_0 = (0{,}25 - 0{,}2917 \ln\alpha - 0{,}0521\,\alpha^2)\,q\,\alpha^2; \quad B_1 = B_2 = 0; \qquad (248)$$

вне нагрузки ($\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$)

$$B_0 = -0{,}0521\,q\,\alpha^4; \quad B_1 = B_0; \quad B_2 = -0{,}2912\,q\,\alpha^2. \qquad (249)$$

В случае нагрузки P' (в *тс/м*) по окружности приведенного радиуса α (см. рис. 88):

внутри окружности нагрузки ($0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$)

$$B_0 = [0{,}2083\,(1 - \alpha^2) - 0{,}5833 \ln\alpha]\,\frac{P'}{R}\,\alpha;$$

$$B_1 = B_2 = 0; \qquad (250)$$

вне окружности нагрузки ($\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$)

$$B_0 = -0{,}2083\,\frac{P'\alpha^3}{R}; \quad B_1 = -B_0; \quad B_2 = -0{,}5833\,\frac{P'}{R}\,\alpha. \qquad (251)$$

В случае нагрузки m (в *тс*) по окружности приведенного радиуса α (см. рис. 89):

внутри окружности нагрузки ($0 \leqslant \rho < \alpha$)

$$B_0 = -(0{,}5833 + 0{,}4167\,\alpha^2)\,\frac{m}{R^2}; \quad B_1 = B_2 = 0; \qquad (252)$$

вне окружности нагрузки ($\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$)

$$B_0 = -0{,}4167\,\frac{m}{R^2}\,\alpha^2; \quad B_1 = -B_0; \quad B_2 = 0. \qquad (253)$$

В случае нагрузки сосредоточенной силой P (в *тс*) в центре

$$B_0 = 0; \quad B_1 = 0; \quad B_2 = -0{,}09284 \frac{P}{R^2}. \tag{254}$$

Значения натуральных логарифмов приведены в табл. 49.

Таблица 49

Значения натуральных логарифмов

ρ	$\ln \rho$	ρ	$\ln \rho$
0,1	—2,3026	0,6	—0,5108
0,2	—1,6094	0,7	—0,3567
0,3	—1,2040	0,8	—0,2231
0,4	—0,9163	0,9	—0,1054
0,5	—0,6932	1,0	0

Тангенциальные моменты

$$M_t = R^2 \Big[D_0 - 0{,}2917\,A + D_1 \frac{1}{\rho^2} + D_2 \ln \rho + 0{,}0938\,(a_0 - q)\,\rho^2 + 0{,}0191\,a_2 \rho^4 + 0{,}0075\,a_4 \rho^6 + 0{,}0039\,a_6 \rho^8 + 0{,}0024\,a_8 \rho^{10} + 0{,}0016\,a_{10} \rho^{12}\Big]. \tag{255}$$

Для нагрузки q (в *тс/м*²):

при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$D_0 = B_0; \quad D_1 = D_2 = 0; \tag{256}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$D_0 = (0{,}2083 - 0{,}0521\,\alpha^2)\,q\,\alpha^2; \quad D_1 = -B_1; \quad D_2 = B_2. \tag{257}$$

Для нагрузки P' (в *тс/м*):

при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$D_0 = B_0; \quad D_1 = D_2 = 0; \tag{258}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$D_0 = (0{,}4167 - 0{,}2083\,\alpha^2)\,\frac{P'}{R}\,\alpha; \quad D_1 = -B_1; \quad D_2 = B_2. \tag{259}$$

Для нагрузки m (в *тс*):

при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$D_0 = B_0; \quad D_1 = D_2 = 0; \tag{260}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$D_0 = -0{,}4156\,\alpha^2 \frac{m}{R^2}; \quad D_1 = -B_1; \quad B_2 = 0. \tag{261}$$

Для нагрузки P (в *тс*)

$$D_0 = 0{,}06631 \frac{P}{R^2}; \quad D = 0; \quad D_2 = -0{,}9284 \frac{P}{R^2}. \tag{262}$$

Поперечные силы

$$N = R \Big[\frac{G}{\rho} + 0{,}5\,(a_0 - q)\,\rho + 0{,}2500\,a_2 \rho^3 + 0{,}1667\,a_4 \rho^5 + 0{,}1250\,a_6 \rho^7 + 0{,}1000\,a_8 \rho^9 + 0{,}0833\,a_{10} \rho^{11}\Big], \tag{263}$$

причем для нагрузки q (в *тс/м*²):

при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$G = 0; \tag{264}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$G = -0{,}5\,q\,\alpha^2. \tag{265}$$

Для нагрузки P' (в *тс/м*):

при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$G = 0; \tag{266}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$G = -\frac{P'}{R}\,\alpha. \tag{267}$$

Для нагрузки m (в *тс*) при $0 \leqslant \rho \leqslant 1$

$$G = 0. \tag{268}$$

Для нагрузки P (в *тс*)

$$G = -0{,}1592 \frac{P}{R^2}. \tag{269}$$

Прогибы (осадки) плиты

$$w = \frac{R^4}{D}\,[J_0 + J_1 \ln \rho + (J_2 + 0{,}125\,A)\,\rho^2 + J_3 \rho^2 \ln \rho - 0{,}01562\,(a_0 - q)\,\rho^4 - 0{,}00174\,a_2 \rho^6 - 0{,}00043\,a_4 \rho^8 - 0{,}00016\,a_6 \rho^{10} - 0{,}00007\,a_8 \rho^{12} - 0{,}00003\,a_{10} \rho^{14}], \tag{270}$$

где D — цилиндрическая жесткость плиты, определяемая равенством (206).

Для всех рассматриваемых случаев при вычислении осадок во внутренней области $(0 \leqslant \rho \leqslant \alpha)$ $J_0 = F$. Величина

$$F = \frac{1}{2s}\,(a_0 + 0{,}3333\,a_2 + 0{,}2000\,a_4 + 0{,}1429\,a_6 + 0{,}1111\,a_8 + 0{,}0909\,a_{10}), \tag{271}$$

где s — показатель гибкости.

Кроме того, во всех случаях при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$J_1 = J_3 = 0. \tag{272}$$

Значения остальных коэффициентов

Для нагрузки q (в *тс/м*²):

при $0 \leqslant \rho < \alpha$

$$J_2 = (-0{,}1074 + 0{,}02232\,\alpha^2)\,q\,\alpha^2; \tag{273}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$\left.\begin{aligned} &J_0 = F + (0{,}07812 - 0{,}0625 \ln \alpha)\,q\,\alpha^4; \\ &J_1 = -0{,}0625\,q\,\alpha^4; \quad J_2 = (0{,}02232\,\alpha^2 - 0{,}16964)\,q\,\alpha^2; \\ &\qquad J_3 = 0{,}125\,q\,\alpha^2. \end{aligned}\right\} \tag{274}$$

Для нагрузки P' (в *тс/м*):

при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$J_2 = [0{,}08929\,(\alpha^2 - 1) + 0{,}25 \ln \alpha]\,\frac{P'\alpha}{R}; \tag{275}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$\left.\begin{aligned} &J_0 = F + 0{,}25\,(1 - \ln \alpha)\,\frac{P'\alpha^3}{R}; \qquad J_1 = 0{,}25\,\frac{P'\alpha^3}{R}; \\ &J_2 = (0{,}08929\,\alpha^2 - 0{,}33929)\,\frac{P'\alpha}{R}; \quad J_3 = 0{,}25\,\frac{P'\alpha}{R}. \end{aligned}\right\} \tag{276}$$

Для нагрузки m (в *тс*):

при $0 \leqslant \rho \leqslant \alpha$

$$J_2 = (0{,}17857\,\alpha^2 + 0{,}25)\,\frac{m}{R^2}; \tag{277}$$

при $\alpha \leqslant \rho \leqslant 1$

$$\left.\begin{aligned} &J_0 = F + (0{,}25 - 0{,}5 \ln \alpha)\,\frac{m\alpha^2}{R^2}; \quad J_1 = 0{,}5\,\frac{m\alpha^2}{R^2}; \\ &J_2 = 0{,}17857\,\frac{m\alpha^2}{R^2}; \quad J_3 = 0. \end{aligned}\right\} \tag{278}$$

Для нагрузки P (в *тс*)

$$J_0 = F - 0{,}0540\,\frac{P}{R^2}; \quad J_1 = J_2 = 0; \quad J_3 = 0{,}03979\,\frac{P}{R^2}. \tag{279}$$

При сложной нагрузке эпюры также вычисляют по формулам (246), (255), (263), (270). Для определения значений B, D, G, J суммируют формулы для этих величин, соответствующие каждой из составляющих нагрузок. Каждому из колец, на которые нагрузки разбивают плиту, будут соответствовать различные уравнения величин M_r, M_t, N и w.

Пример построения эпюр для круглой плиты конечного радиуса и жесткости приведен в § 11 главы I.

Для контроля правильности и точности решения можно вычислить осадки грунта. Значения осадок грунта будут у самого края плиты несколько расходиться со значениями прогибов плиты из-за приближенного расчета. Если же приближенный расчет сделан верно, осадки грунта и прогибы плиты для значений $0 \leqslant \rho \geqslant 0{,}8$ должны практически совпадать (расхождение будет не более 1%) и при значении $\rho = 0{,}9$ расходиться не более чем на 3—5%. При $\rho = 1$ осадки и прогибы могут расходиться значительно больше; это расхождение не имеет практического значения: за действительное значение общих осадок плиты и грунта следует принимать прогибы плиты.

Осадки грунта определяют по формуле (234). Значения коэффициентов

$$[2\,m]^2 = \left[\frac{1,\ 3 \ldots (2m-1)}{2,\ 4 \ldots 2m}\right]^2, \tag{280}$$

входящих в эту формулу, следующие:

$$[0]^2 = 1; \quad [2]^2 = 0{,}25; \quad [4]^2 = 0{,}1406; \quad [6]^2 = 0{,}0977;$$
$$[8]^2 = 0{,}0748; \quad [10]^2 = 0{,}0606; \quad [12]^2 = 0{,}0509; \quad [14]^2 = 0{,}0439;$$
$$[16]^2 = 0{,}0386; \quad [18]^2 = 0{,}0344; \quad [20]^2 = 0{,}0310.$$

Приведенных значений величин $[2m]^2$ оказывается достаточно, так как составленный при помощи их ряд для определения осадок грунта быстро сходится.

§ 3. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЖЕСТКИХ СИММЕТРИЧНО НАГРУЖЕННЫХ КРУГЛЫХ ПЛИТАХ

Точные (в математическом отношении) формулы для определения давлений и осадок под жесткими круглыми плитами приведены в главе I, § 2. Дополним их выведенными нами формулами для определения усилий в жестких плитах при наиболее важных типах нагрузок; формулы послужили основой для составления табл. 31—33. Вывод этих формул изложен в книге [29].

1. Сплошная равномерная нагрузка q по кругу приведенного радиуса $\alpha = \frac{a}{R}$. Обозначая усилия в нагруженной области индексом I, а в ненагруженной области индексом II, имеем:

$$M_{r,\,\mathrm{I}} = -\frac{qR^2}{4}\left\{\alpha^2(1+\nu_1)\left[\ln\alpha + \sqrt{1-\rho^2} - \ln\left(1+\sqrt{1-\rho^2}\right)\right] - \right.$$
$$\left. - \alpha^2 + \alpha^2(1-\nu_1)\left[\frac{\alpha^2}{4} + \frac{1-\rho^2}{3\rho^2}\left(1-\sqrt{1-\rho^2}\right)\right] + \frac{3+\nu_1}{4}\rho^2\right\}; \tag{281}$$

$$M_{r,\,\mathrm{II}} = -\frac{qR^2}{4}\left\{\alpha^2(1+\nu_1)\left[\ln\rho + \sqrt{1-\rho^2} - \ln\left(1+\sqrt{1-\rho^2}\right)\right] + \right.$$

$$+\frac{\alpha^2(1-\nu_1)}{3\rho^2}(1-\rho^2)\left(1-\frac{3\alpha^2}{4}-\sqrt{1-\rho^2}\right)\Bigg]; \qquad (282)$$

$$M_{t,\,\mathrm{I}}=-\frac{qR^2}{4}\Bigg\{\alpha^2(1+\nu_1)\left[\ln\alpha+\sqrt{1-\rho^2}-\ln\left(1+\sqrt{1-\rho^2}\right)\right]-$$

$$-\alpha^2+\alpha^2(1-\nu_1)\left[\frac{\alpha^2}{4}+\frac{(\sqrt{1-\rho^2}-1)(1-\rho^2)+\rho^2}{3\rho^2}\right]+$$

$$+\frac{1+3\nu_1}{4}\rho^2\Bigg\}; \qquad (283)$$

$$M_{t,\,\mathrm{II}}=-\frac{qR^2}{4}\Bigg\{\alpha^2(1+\nu_1)\left[\ln\rho+\sqrt{1-\rho^2}-\ln\left(1+\sqrt{1-\rho^2}\right)\right]+$$

$$+\alpha^2(1-\nu_1)\left[\frac{\alpha^2}{4}\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)-1+\frac{(\sqrt{1-\rho^2}-1)(1-\rho^2)+\rho^2}{3\rho^2}\right]\Bigg\}; \qquad (284)$$

$$N_{\mathrm{II}}=-\frac{qR}{2}\left[\rho+\alpha^2\left(\sqrt{1-\rho^2}-1\right)\right]; \qquad (285)$$

$$N_{\mathrm{II}}=-\frac{qR\alpha^2}{2}\left(\frac{1}{\rho}+\sqrt{1-\rho^2}-1\right). \qquad (286)$$

Приведем формулу радиального и тангенциального моментов в центре жесткой плиты при сплошной нагрузке q, распределенной по всей плите ($\alpha=1$):

$$M_0=\frac{qR_0}{4}\left[(1+\nu_1)\ln 2-\frac{1+3\nu_1}{4}\right]. \qquad (287)$$

По мере уменьшения жесткости моменты в центре снижаются, так как реактивные давления распределяются более равномерно. Напомним, что пользование гипотезой коэффициента постели при сплошной равномерной нагрузке по всей плите приводит к выводу о полном отсутствии моментов при любой жесткости плиты.

2. Нагрузка сосредоточенной силой P, приложенной в центре. Формулы для частного случая железобетонных плит (коэффициент Пуассона $\nu_1=1/6$):

$$M_r=0{,}09284\,P\Bigg[-\ln\rho+\ln\left(1+\sqrt{1-\rho^2}\right)-$$

$$-\sqrt{1-\rho^2}-0{,}2381\,\frac{1-\rho^2}{\rho^2}\left(1-\sqrt{1-\rho^2}\right)\Bigg]. \qquad (288)$$

$$M_t=0{,}09284\,P\Bigg\{0{,}7143-\ln\rho+\ln\left(1+\sqrt{1-\rho^2}\right)-$$

$$-\sqrt{1-\rho^2}-0{,}2381\left[1-\left(1-\frac{1}{\rho^2}\right)\left(\sqrt{1-\rho^2}-1\right)\right]\Bigg\}. \qquad (289)$$

Поперечные силы при любом ν_1

$$N_r=-\frac{P\sqrt{1-\rho^2}}{\rho\,2\pi R}.$$

§ 4. ОБОСНОВАНИЕ РАСЧЕТНЫХ КАТЕГОРИЙ КРУГЛЫХ ПЛИТ

В главе I, § 1, п. 6 были даны практические указания, к какой расчетной категории можно относить круглые плиты в зависимости от их показателя гибкости s.

Начнем с обоснования предельного значения показателя гибкости $s=0{,}5$, ниже которого плита может быть принята за абсолютно жесткую.

Рассмотрим случай равномерно распределенной по всей плите нагрузки q (в *тс/см²*). Реактивные давления под центром абсолютно жесткой плиты ($s=0$), согласно формуле (188), будут $p=0{,}5\,q$, а для плиты с показателем гибкости $s=0{,}5$ — $p=0{,}58\,q$; осадки центра при $s=0$

$$w=1{,}57\,\frac{(1-\nu_0^2)}{E_0}\,Rq;$$

при $s=0{,}5$ по (187) и (206)

$$\frac{R^4}{D}=2\,\frac{(1-\nu_0^2)}{E_0}.$$

Поэтому при $\overline{w}=1{,}66$

$$w=1{,}66\,\frac{(1-\nu_0^2)}{E_0}\,Rq.$$

Моменты в центре отличаются сильнее: при $s=0$ $M_0=0{,}074\,R^2q$ (табл. 31) и при $s=0{,}5$ $M_0=0{,}054\,R^2q$.

Однако имея в виду: а) что решение для абсолютно жесткой плиты имеет преимущество как решение в замкнутой форме; б) что для абсолютно жесткой плиты оказалось возможным составить наиболее полные таблицы безразмерных расчетных величин; в) что, принимая плиту за абсолютно жесткую, мы получаем запас прочности; г) что приведенное выше значение безразмерного момента для $s=0{,}5$ занижено из-за приближенного решения и, наконец, д) что при других нагрузках моменты при $s=0$ и $s=0{,}5$ значительно ближе друг к другу, мы сочли возможным остановиться на указанном нижнем пределе для плит конечной жесткости $s=0{,}5$.

Переходим к обоснованию предельного значения показателя гибкости плиты $s=10$, выше которого плиту можно принимать либо за имеющую неограниченные размеры, либо за абсолютно гибкую.

Рассмотрим сначала случай равномерной нагрузки (в *тс/м²*), распределенной по всей плите.

В главе I, §4 было показано, что уже при $s=10$ определение осадки плиты по формулам Буссинеска (195) — (197) для

случая абсолютной гибкости плиты приводит к ошибкам, не имеющим практического значения (табл. 40).

При анализе величины моментов в центре плиты $M_0 = M_2 = M_t$ вместо формулы перехода от безразмерных моментов $\overline{M}_0$ к действительным M_0 вида $M_0 = \overline{M}_0 R^2 q$ воспользуемся формулой

$$M = \overline{M}_0^* L^2 q,$$

где L — упругая характеристика плиты (205).

Оказывается, что безразмерное значение момента в новой формуле $\overline{M}_0^*$ при $s \geqslant 10$ почти перестает зависеть от значения s; эта величина близка к значению безразмерного изгибающего момента ($\overline{M} = 0{,}21$), устанавливаемого для внутренней части полубесконечной полосы [см. часть вторую, главу I, § 19, формулу (94)]. Так, при $s = 10$ значение безразмерного момента в центре круглой плиты $M_0 = 0{,}025$ (табл. 37), а следовательно, $M = 0{,}025\ R^2 q$. Но радиус плиты R связан с упругой характеристикой плиты L формулой

$$L = R \sqrt[3]{\frac{1}{2s}}. \qquad (290)$$

На основе этой формулы при $s = 10$ $L = 0{,}367\ R$ или $R = 2{,}73\ L$. Подставляя это значение R в формулу моментов, получим, что

$$M_0 = 0{,}184\ L^2 q,$$

т. е. $\overline{M}_0^* = 0{,}184$[1]

Приведенная в § 4, главы I формула для изгибающих моментов в центре плиты (198) непосредственно вытекает из формулы максимальных моментов в равномерно нагруженной полубесконечной полосе $M = 0{,}21\ L^2 q$ в силу связи между L и R, устанавливаемой равенством (290).

Те же самые положения в отношении расчета момента можно высказать в отношении силовой и моментной нагрузок, распределенных по окружностям, близким к краю плиты. Так, если взять случай силовой нагрузки, распределенной по краю плиты ($\alpha = 1$) при показателе гибкости плиты $s = 10$, то, согласно табл. 35, максимальные радиальные моменты будут отмечены на расстоянии $0{,}4\ R - 0{,}5\ R$ от края и равны $M_r = -0{,}120\ R\ P'$. По таблице же для полубесконечной полосы максимальный момент при нагрузке силой в начале полосы ($\alpha = 0$) равен $M_{\text{макс}} = -0{,}24\ LP$; он возникает на расстоянии $0{,}8\ L - 1{,}2\ L$ от начала полосы. Воспользовавшись переходным равенством $R = 2{,}73\ L$, получим для круглой плиты $M_r = -0{,}32\ L\ P'$, причем расстояние от края плиты и полосы до

[1] Для круглой плиты это значение меньше значения $\overline{M} = 0{,}21$ для полубесконечной полосы, потому что второе из этих значений установлено при помощи большего числа членов ряда в уравнении реактивных давлений

максимального момента, измеренное в единицах L, оказывается примерно одинаковым. На этот раз выявляется значительно большее расхождение. Анализ показывает, что это расхождение объясняется исключительно тем, что для полубесконечной полосы таблицы составлены по точному решению, а для плиты — по приближенному.

Рассмотрим случай нагрузки круглой плиты сосредоточенной силой в центре. Если для рассмотренных ранее случаев приходилось сравнивать результаты решений для круглых плит большого радиуса с результатами решений для полубесконечной полосы, то здесь мы имеем возможность провести сравнение с решением задачи для предельного случая плиты неограниченных размеров (при $R \to \infty$), данным О. Я. Шехтер (изложение этого решения приведено в следующем параграфе).

На рис. 108, *а* безразмерная эпюра реактивных давлений для круглой плиты конечного радиуса при показателе гибкости $s = 10$ (табл. 38) отложена сплошной линией; пунктирной линией нанесена эпюра для плиты неограниченных размеров, полученная О. Я. Шехтер (табл. 41), причем ординаты этой эпюры пересчитаны применительно к плите с показателем гибкости $s = 10$ на основе равенства $L = 0{,}367\ R$.

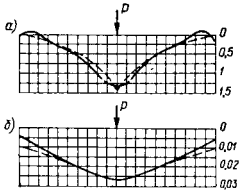


Рис. 108. Безразмерные эпюры

а — реактивных давлений; б — прогибов для круглой плиты при $s = 10$ (сплошные линии — эпюры для плиты конечного радиуса, пунктирные — эпюры для плиты неограниченных размеров)

Расхождение между эпюрами практически незначительно; оно обусловливается заменой угловой точки в центре эпюры для круглой плиты плавной кривой (см. § 1). Насколько мало отражается это на остальных эпюрах, явствует из рис. 108, *б*, где осадки плиты, вычисленные при том и другом предположении, почти сливаются. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил совпадают еще лучше.

§ 5. ПЛИТЫ НЕОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ И ПЛИТЫ ПОД СЕТКУ КОЛОНН. УЧЕТ ПОДСТИЛАЮЩЕГО СЛОЯ

Точное в математическом отношении решение задачи о плите неограниченных размеров, нагруженной сосредоточенной силой, принадлежит О. Я. Шехтер [158]. В этом решении пре-

дусмотрены случаи, когда упругий грунт под плитой имеет бесконечную глубину и когда он на конечной глубине подстилается практически несжимаемым грунтом. В главе I приведена составленная О. Я. Шехтер таблица (табл. 41) расчетных величин для плиты неограниченных размеров при бесконечной мощности упругого грунта. Это решение послужило также основой составленной нами табл. 42 для расчета плит под сетку колонн. Для перехода от полярных координат к декартовым и от усилий в радиальном и кольцевом направлениях к усилиям в направлениях x и y были использованы формулы (193), а также соотношения

$$\cos\theta = \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}}; \quad \sin\theta = \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}}; \quad \rho = \sqrt{\xi^2+\eta^2}. \qquad (291)$$

В 1948 г. О. Я. Шехтер дополнила свою работу, составив таблицы для расчета плит при ограниченной толщине упругого слоя [159].

Уравнение прогибов (осадок) плиты неограниченных размеров, покоящейся на упругом слое толщиной h и нагруженной силой P:

$$w = \frac{(1-\nu_0^2)}{\pi E_0} \cdot \frac{P}{L} \int_0^\infty \frac{J_0(\rho t)\, dt}{\Phi(\gamma t) + t^3} = \overline{w}\frac{(1-\nu_0^2)}{E_0} \cdot \frac{P}{L}. \qquad (292)$$

Реактивные давления

$$p = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{P}{L^2} \int_0^\infty \frac{t J_0(\rho t)\, \Phi(\gamma t)\, dt}{\Phi(\gamma t) + t^3} = \overline{p}\, \frac{P}{L^2}. \qquad (293)$$

В этих формулах L — упругая характеристика плиты (205); $\gamma = h/L$ — приведенная толщина упругого слоя; $\rho = r/L$ — приведенное расстояние от нагрузки до рассчитываемой точки; t — параметр интегрирования; Φ — функция, зависящая от толщины слоя.

Функцию Ф. О. Я. Шехтер дает для двух предположений относительно контактного условия между упругим слоем и подстилающим скальным: при отсутствии трения вдоль плоскости контакта и при отсутствии горизонтальных перемещений упругого слоя вдоль плоскости контакта. Приводим значение функции для первого из этих предположений (к этому же предположению относится и вычисленная Шехтер, табл. 50):

$$\Phi(\gamma t) = \frac{\operatorname{sh} 2\gamma t + 2\gamma t}{\operatorname{ch} 2\gamma t - 1}. \qquad (294)$$

Функция $\Phi(\gamma t)$ при $\gamma t \to \infty$, т. е. при безграничном возрастании мощности упругого слоя, стремится к единице. В пределе получается то решение, на основе которого составлена табл. 41.

Таблица 50

Таблицы О. Я. Шехтер для плиты неограниченных размеров, покоящейся на упругом слое грунта конечной мощности

$\overline{w}$

ρ	γ = 0,3	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2	3	∞
0	0,097	0,112	0,136	0,157	0,175	0,210	0,237	0,272	0,385
0,05	0,096	0,111	0,135	0,156	0,174	0,209	0,236	0,271	0,384
0,1	0,094	0,109	0,134	0,154	0,172	0,207	0,234	0,269	0,382
0,2	0,090	0,105	0,129	0,150	0,167	0,202	0,229	0,264	0,377
0,3	0,084	0,099	0,123	0,143	0,160	0,195	0,221	0,256	0,369
0,4	0,077	0,091	0,114	0,134	0,151	0,186	0,212	0,246	0,359
0,6	0,063	0,076	0,098	0,117	0,133	0,166	0,192	0,225	0,338
0,8	0,048	0,060	0,080	0,098	0,113	0,145	0,170	0,202	0,314
1	0,037	0,047	0,065	0,081	0,095	0,125	0,149	0,180	0,291
1,2	0,026	0,035	0,051	0,065	0,078	0,106	0,128	0,159	0,268
1,4	0,018	0,026	0,040	0,052	0,064	0,088	0,109	0,138	0,247
1,6	0,012	0,018	0,029	0,040	0,050	0,073	0,092	0,120	0,226
1,8	0,007	0,012	0,021	0,030	0,039	0,061	0,077	0,103	0,207
2	0,003	0,007	0,014	0,021	0,028	0,049	0,062	0,087	0,189
2,2	0,001	0,003	0,008	0,015	0,021	0,037	0,050	0,073	0,173
2,4	0,000	0,001	0,004	0,010	0,014	0,028	0,039	0,060	0,159
2,6	-0,001	0,000	0,001	0,006	0,010	0,020	0,031	0,050	0,146
2,8	-0,001	—0,001	0,000	0,004	0,006	0,014	0,024	0,041	0,135
3	—0,001	—0,001	0,000	0,001	0,003	0,010	0,018	0,033	0,124
3,2	-0,001	—0,001	—0,001	0,000	0,001	0,007	0,013	0,026	0,115
3,4	—0,001	—0,001	-0,001	—0,001	0,000	0,005	0,009	0,019	0,107
3,6	0,000	—0,001	—0,002	—0,002	—0,001	0,003	0,005	0,014	0,099
3,8	0,000	—0,001	—0,002	—0,002	—0,001	0,001	0,003	0 011	0,093
4	0,000	—0,001	—0,002	—0,002	—0,002	—0,001	0,001	0,009	0,087

Продолжение табл. 50

$\overline{p}$

ρ	γ = 0,3	0,4	0,6	0,8	1
0	0,338	0,299	0,257	0,235	0,221
0,05	0,330	0,292	0,250	0,228	0,214
0,1	0,321	0,283	0,241	0,220	0,206
0,2	0,300	0,265	0,225	0,204	0,191
0,3	0,279	0,247	0,210	0,190	0,177
0,4	0,256	0,227	0,194	0,175	0,163
0,6	0,209	0,189	0,165	0,149	0,139
0,8	0,163	0,152	0,135	0,124	0,116
1	0,123	0,118	0,108	0,101	0,095
1,2	0,090	0,089	0,085	0,081	0,078
1,4	0,063	0,065	0,065	0,064	0,062
1,6	0,041	0,045	0,048	0,049	0,049
1,8	0,025	0,030	0,035	0,037	0,038
2	0,014	0,018	0,024	0,027	0,028
2,2	0,096	0,010	0,015	0,018	0,020

Продолжение табл. 50

ρ	γ				
	0,3	0,4	0,6	0,8	1
2,4	0,000	0,003	0,009	0,011	0,013
2,6	—0,003	0,000	0,004	0,007	0,009
2,8	—0,004	—0,002	0,001	0,003	0,006
3	—0,004	—0,003	—0,001	0,001	0,003
3,2	—0,004	—0,003	—0,002	—0,001	0,001
3,4	—0,004	—0,004	0,003	—0,002	—0,001
3,6	—0,003	—0,003	—0,004	—0,003	—0,002
3,8	—0,002	—0,002	—0,003	—0,003	—0,002
4	—0,002	—0,002	—0,003	—0,003	—0,002

$\overline{U}$

Продолжение табл. 50

ρ, α	γ				
	0,3	0,4	0,6	0,8	1
0	∞	∞	∞	∞	∞
0,05	0,249	0,255	0,262	0,268	0,271
0,1	0,194	0,200	0,208	0,213	0,216
0,2	0,141	0,146	0,154	0,159	0,163
0,3	0,110	0,115	0 123	0,128	0,132
0,4	0,088	0,093	0,100	0,105	0,109
0,6	0,058	0,063	0,070	0,075	0,078
0,8	0,040	0,045	0,051	0,055	0,059
1	0,028	0,032	0,037	0,041	0,044
1,2	0,019	0,023	0,028	0,031	0,034
1,4	0,013	0,016	0,020	0,023	0,026
1,6	0,009	0,011	0,014	0,017	0,019
1,8	0,006	0,007	0,010	0,012	0,014
2	0,004	0,005	0,007	0,009	0,011
2,2	0,002	0,003	0,004	0,006	0,008
2,4	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005
2,6	0,001	0,001	0,003	0,003	0,004
2,8	0,000	0,000	0,002	0,002	0,003
3	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002
3,2	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002
3,4	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002
3,6	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001
3,8	—0,001	—0,001	0,000	0,000	0,001
4	—0,001	—0,001	—0,001	0,000	0,000

$\overline{V}$

Продолжение табл. 50

ρ	γ				
	0,3	0,4	0,6	0,8	1
0	∞	∞	∞	∞	∞
0,05	0,170	0,176	0,183	0,189	0,192
0,1	0,115	0,121	0,129	0,134	0,137

Продолжение табл. 50

ρ	γ				
	0,3	0,4	0,6	0,8	1
0,2	0,062	0,068	0,075	0,080	0,084
0,3	0,032	0,038	0,045	0,049	0,053
0,4	0,013	0,018	0,025	0,029	0,032
0,6	—0,008	—0,005	0,000	0,004	0,007
0,8	—0,020	—0,017	—0,014	—0,011	—0,010
1	—0,024	—0,023	—0,021	—0,018	—0,017
1,2	—0,025	—0,025	—0,025	—0,023	—0,022
1,4	—0,023	—0,024	—0,025	—0,025	—0,024
1,6	—0,020	—0,022	—0,023	—0,024	—0,024
1,8	—0,016	—0,018	—0,021	—0,022	—0,022
2	—0,014	—0,016	—0,019	—0,021	—0,022
2,2	—0,010	—0,013	—0,015	—0,018	—0,019
2,4	—0,008	—0,010	—0,013	—0,016	—0,017
2,6	—0,006	—0,008	—0,011	—0,014	—0,015
2,8	—0,004	—0,006	—0,009	—0,011	—0,013
3	—0,002	—0,004	—0,006	—0,008	—0,010
3,2	—0,002	—0,003	—0,005	—0,007	—0,009
3,4	—0,001	—0,002	—0,003	—0,006	—0,008
3,6	—0,001	—0,001	—0,002	—0,005	—0,006
3,8	0,000	—0,000	—0,001	—0,003	—0,004
4	0,000	—0,000	—0,000	—0,002	—0,003

$\overline{N_r}$

ρ	γ				
	0,3	0,4	0,6	0,8	1
0	∞	∞	∞	∞	∞
0,05	3,174	3,175	3,176	3,177	3,177
0,1	1,575	1,577	1,579	1,580	1,581
0,2	0,785	0,789	0,793	1,795	0,796
0,3	0,486	0,491	0,496	0,500	0,502
0,4	0,341	0,347	0,355	0,359	0,361
0,6	0,189	0,197	0,207	0,212	0,216
0,8	0,109	0,118	0,129	0 136	0,140
1	0,062	0,071	0,082	0,089	0,093
1,2	0,032	0,039	0,050	0,057	0,061
1,4	0,013	0,019	0,029	0,035	0,039
1,6	0,002	0,007	0,015	0,020	0,025
1,8	—0,005	—0,001	0,006	0,011	0,014
2	—0,007	—0,004	0,000	0,004	0,007
2,2	—0,009	—0,006	—0,004	—0,001	0,001
2,4	—0,009	—0,008	—0,006	—0,004	—0,003
2,6	—0,007	—0,008	—0,007	—0,005	—0,005
2,8	—0,007	—0,008	—0,007	—0,007	—0,006
3	—0,006	—0,007	—0,007	—0,007	—0,007
3,2	—0,004	—0,005	—0,005	—0,005	—0,006
3,4	—0,003	—0,004	—0,005	—0,005	—0,006
3,6	—0,002	—0,003	—0,004	—0,005	—0,006
3,8	—0,001	—0,002	—0,003	—0,004	—0,005
4	0,000	—0,001	—0,002	—0,003	—0,004

Для производных, которые, согласно уравнениям (236) и (237), определяют радиальный и тангенциальный моменты[1], О. Я. Шехтер ввела обозначения:

$$\frac{1}{L^2}\cdot\frac{d^2w}{d\rho^2} \quad -\overline{V}\,\frac{P}{D}\,; \quad \frac{1}{L^2}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\frac{dw}{d\rho} = -\overline{U}\,(\rho)\,\frac{P}{D}\,, \tag{295}$$

причем

$$M_r = [\overline{V}\,(\rho) + \nu_1\,\overline{U}\,(\rho)]\,P;$$
$$M_t\,[\overline{U}\,(\rho) + \nu_1\,\overline{V}\,(\rho)]\,P. \tag{296}$$

Формула для поперечных сил

$$N_r = -\overline{N}_r\,(\rho)\,\frac{P}{L}\,. \tag{297}$$

Значения безразмерных величин w, ρ, $\overline{U}$, $\overline{V}$, $\overline{N}$ приведены в табл. 50.

В случае, если плита нагружена сеткой колонн, нетрудно установить значения моментов M_x и M_y, стремящихся изогнуть плиту в направлениях, параллельных рядам колонн (см. рис. 93). Для этого следует воспользоваться равенствами (193) и (291).

Чтобы найти значение момента под центром колонны от нагрузки, передаваемой этой же колонной, О. Я. Шехтер дает формулу моментов в центре равномерно нагруженной круглой площадки приведенного радиуса α ($\alpha = a/L$, где a — действительный радиус):

$$M_0 = M_r = M_t = P\,(1 + \nu_1)\,\overline{U}\,(\alpha), \tag{298}$$

причем P — суммарная нагрузка на площадку. Величина $\overline{U}\,(\alpha)$ определяется в зависимости от α по той же табл. 50, по которой $\overline{U}$ определяется в зависимости от ρ.

О. Я. Шехтер показывает, что при приведенных толщинах упругого слоя $\gamma < 0{,}3$ расчет плит с учетом подстилающего слоя приводит к результатам, близким к результатам расчета по гипотезе коэффициента постели, причем значение этого коэффициента должно определяться формулами (43) или (44). С другой стороны, все безразмерные расчетные величины, кроме $\overline{w}$, оказываются уже при $\gamma = 1$ практически совпадающими с теми же величинами при $\gamma = \infty$, приведенными в табл. 41.

В связи с этим, приводя таблицы Шехтер, мы выпустили из них столбцы, относящиеся к приведенным толщинам $\gamma = 0$; 0,05; 0,1; 0,2; 1,5; 2; 3, оставив только для $\overline{w}$ три последних из перечисленных столбцов в табл. 50.

[1] При переходе к расстояниям ρ, приведенным не к R, а к L, в этих уравнениях следует заменить R на L.

Для расчета плит при малых толщинах ($\gamma < 0{,}3$) по гипотезе коэффициента постели мы приводим таблицу безразмерных величин, составленную Б. В. Дидовым [54] (табл. 51).

Таблица 51

Таблица Б. В. Дидова для расчета плиты неограниченных размеров по гипотезе коэффициента постели

ρ	$\overline{w}$	$\overline{M}_r$	$\overline{M}_t$	N	ρ	$\overline{w}$	$\overline{M}_r$	$\overline{M}_t$	N
0,01	0,125	0,405	0,472	15,915	1,8	0,040	—0,021	0,018	0,026
0,02	0,125	0,341	0,407	7,957	2,0	0,032	—0,021	0,013	0,017
0,03	0,125	0,276	0,343	3,975	2,2	0,026	—0,021	0,010	0,010
0,06	0,124	0,239	0,305	2,649	2,4	0,020	—0,020	0,007	0,005
0,08	0,124	0,212	0,278	1,984	2,6	0,015	—0,018	0,005	0,001
0,1	0,124	0,192	0,258	1,585	2,8	0,011	—0,017	0,003	—0,002
0,2	0,121	0,128	0,194	0,784	3,0	0,008	—0,015	0,002	—0,003
0,4	0,112	0,066	0,131	0,374	3,2	0,006	—0,013	0,001	—0,005
0,6	0,101	0,033	0,095	0,231	3,4	0,003	—0,011	0,001	—0,005
0,8	0,090	0,013	0,072	0,157	3,6	0,002	—0,009	0,000	—0,005
1,0	0,079	—0,001	0,054	0,110	3,8	0,001	—0,008	0,000	—0,005
1,2	0,068	—0,010	0,041	0,079	4,0	0,000	—0,007	0,000	—0,005
1,4	0,058	—0,016	0,032	0,056	5,0	—0,002	—0,002	0,000	—0,003
1,6	0,048	—0,019	0,024	0,039	—	—	—	—	—

Расчет по этой таблице ведется в зависимости от приведенного расстояния точки от нагрузки

$$\rho = \frac{r}{C}\,,$$

где r — действительное расстояние, а величина C, называемая радиусом жесткости, определяется по формуле

$$C = \sqrt[4]{\frac{D}{k}}\ \text{м}, \tag{299}$$

где k — коэффициент постели в $\text{тс}/\text{м}^3$.

Переход от безразмерных величин в табл. 51 к действительным осуществляется по формулам

$$\left.\begin{aligned} &w = \overline{w}\,\frac{PC^2}{D}\,; \quad M_r = \overline{M}_r P; \\ &M_t = \overline{M}_t P; \quad N_r = -\overline{N}_r\,\frac{P}{C}\,; \end{aligned}\right\} \tag{300}$$

Реактивные давления устанавливаются в соответствии с основным положением гипотезы коэффициента постели, согласно которому

$$p = kw\,. \tag{301}$$

Для определения значения момента $M_r = M_t$ под центром колонны от нагрузки той же колонной в предположении, что нагрузка распределена равномерно по кругу радиуса, может служить приближенная формула, выведенная нами в соответствии с гипотезой коэффициента постели:

$$M_r = M_t = P\ (0{,}0578 - 0{,}09288\ \ln \alpha), \qquad (302)$$

где $\alpha = a/C$ — приведенный радиус нагруженного круга.

При квадратной площадке нагрузки со стороной c формула для момента в центре площадки, действующего по направлению, параллельному одной из сторон, принимает вид

$$M_x = M_y = P\ (0{,}1109 - 0{,}09288\ \ln \gamma), \qquad (303)$$

где $\gamma = c/C$ — приведенная сторона площадки.

Формулы (302) и (303) при значениях α и γ до 0,5 дают величину момента с точностью до 1%.

Для расчета крайних полей плит под сетку колонн могут быть использованы графики расчетных величин, приведенные в работе Г. С. Шапиро [154].

ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

Расчет балок на упругом основании в условиях пространственной задачи

Изложение этой части книги дано применительно к наиболее важным типам балок на упругом основании: к ленточным фундаментам и фундаментам подкрановых путей.

Для фундаментов из перекрестных лент в настоящее время не разработаны практические методы расчета по новой теории. Поэтому в § 3 главы IV даны правила расчета этих конструкций с использованием гипотезы коэффициента постели.

Глава I. ПРАКТИКА РАСЧЕТА

§ 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Под балками на упругом основании условимся подразумевать конструкции, имеющие прямоугольную опорную площадь, при отношении полудлины ее a к полуширине b $a/b = \alpha \geqslant 7$ (рис. 109). Кроме того, эти конструкции должны быть настолько узкими, чтобы их изгибом в поперечном направлении можно было пренебречь.

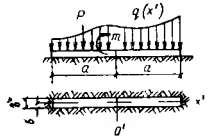


Рис. 109. Схема обозначений при расчете балок на упругом полупространстве

Обычные ленточные фундаменты и фундаменты подкрановых путей всегда удовлетворяют этому требованию. Только в случае, если рассчитываемая конструкция имеет незначительную высоту при большой ширине (например, при высоте $h = 20 \div 50$ *см* и ширине 2 *м* и более), необходима проверка неизгибаемости (абсолютной жесткости) в поперечном направлении. Для этой цели следует определить показатель гибкости конструкции в поперечном направлении $t_п$ по формуле [ср.

формулу (74)]

$$t_п = \frac{3\pi\,(1-\nu_1^2)\,E_0 b^3}{(1-\nu_0^2)\,E_1 h^3}. \qquad (304)$$

Конструкцию можно принимать за абсолютно жесткую в поперечном направлении, если удовлетворяется условие

$$t_п < 1. \qquad (305)$$

Конструкции, не удовлетворяющие этому требованию, но имеющие отношение сторон прямоугольной опорной площади $\alpha > 7$, при характере нагрузки, требующем применения условий пространственной задачи (см. введение), назовем полосами на упругом основании, работающими в условиях пространственной задачи. В настоящее время нет методов расчета этих полос, правильно учитывающих условия работы. Грубо приближенные способы расчета полос приведены в § 6.

Указания этой главы относятся к балкам, для которых можно принимать жесткость постоянной, а основание — однородным. Если в продольном направлении балка имеет участки, резко различающиеся по жесткости, расчет следует проводить по методам Б. Н. Жемочкина [69]; разумеется, что такое незначительное изменение жесткости, как наличие вута вблизи колонн ленточного фундамента, не может служить препятствием к применению наших указаний и таблиц. Методы расчета балок при неоднородном по глубине основании (наличие скального подстилающего слоя) даны в главе II.

Форма поперечного сечения балки может быть любой: прямоугольной, тавровой и т. д.; чтобы использовать наши способы расчета, необходимо только, чтобы опорная площадь балки была плоской.

§ 2. НАЗНАЧЕНИЕ ШИРИНЫ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ВЫСОТЫ БАЛКИ

Если ширина и высота балки не заданы по конструктивным соображениям, их величина может быть определена приближенным расчетом, исходящим из упрощенного предположения о прямолинейном (трапециевидном) распределении реактивных давлений. Ширина, подобранная по обычным правилам расчета оснований, может считаться окончательной [134]. Что касается высоты балки, то ее величину, полученную приближенным расчетом на прочность, можно впоследствии изменить на основе точного расчета или, не изменяя этой высоты, изменить процент армирования.

Значения крайних ординат трапециевидной эпюры реактивных давлений (в *тс* на 1 *пог. м* длины балки) находят по формуле

$$p = p_0 \mp \frac{3}{2a^2} M_0. \qquad (306)$$

Здесь a—полудлина балки. Верхний знак относится к левому, а нижний — к правому концу балки. Величина $p_0 = \Sigma P_i/2a$ является средним давлением на 1 *пог. м* балки, причем ΣP_i — сумма всех сосредоточенных сил, приложенных к балке[1]. Буквой M_0 обозначена сумма моментов от сил P_i относительно середины балки плюс сумма внешних моментов m_i. Положительное направление моментов принимается по часовой стрелке.

Точный расчет на отдельных участках будет давать превышение реактивных давлений по сравнению с излагаемым приближенным. Однако участки эти невелики, и на превышение можно не обращать внимания. Только при расчете ленточного фундамента, нагруженного колоннами, расположенными близко от его концов (на приведенном расстоянии $\alpha < 0{,}4$, см. § 6, п. 2), приближенный расчет может привести к недопустимому приуменьшению реактивных давлений на значительных участках вблизи концов ленты. В этом случае необходимо либо увеличить ширину ленты на 7—15% против установленной приближенным способом, либо, если это возможно, увеличить длину консолей, т. е. участков балки, выступающих за крайние колонны, соблюдая при этом известную осторожность, так как при увеличении консолей возрастают положительные моменты под несколькими крайними колоннами[2]. Преувеличение реактивных давлений (по приближенному расчету) ленточных фундаментов вблизи концов на участке длиной до 1—1,5 *м* против предельных опасности не представляет.

Опорная ширина балок подкрановых путей, принятая ориентировочно или исходя из конструктивных соображений, должна быть проверена по точному расчету для наиболее опасного положения подвижной нагрузки, т. е. вблизи конца балки, с тем, чтобы средние реактивные давления на участке в 0,5—1 *м* не превосходили предела прочности и устойчивости грунта. Кроме того, ширина балки может быть назначена исходя из величины допускаемой осадки.

Высоту балки устанавливаем согласно значению $M_{макс}$ в опасном сечении, за которое следует принять для ленточных фундаментов сечение под той из внутренних колонн, которая передает наибольшую нагрузку $P_{макс}$ (момент под крайними колоннами обычно бывает невелик).

[1] Предполагается, что сплошная нагрузка по всей балке (кроме собственного веса) или на отдельных участках отсутствует.

[2] Наиболее рационально назначать приведенную длину консолей при $\beta \leqslant 0{,}1$ $\alpha = 0{,}4 \div 0{,}6$ и при $\beta > 0{,}1$ $\alpha = 0{,}6 \div 0{,}8$ (обозначения см. в § 3 и 6).

Приведем соответствующие указания для наиболее часто встречающегося случая расчета ленточных фундаментов, нагруженных одними сосредоточенными силами. Значение максимального момента в этом случае, исходя из предположения о линейном распределении реактивных давлений, определяется по общей формуле для моментов

$$M_x = p_л \frac{x^2}{2} + \frac{M_0}{4} \cdot \frac{x^3}{a^3} - \Sigma P_i (x - d_i), \qquad (307)$$

где $p_л$ — значение реактивных давлений у левого края, устанавливаемое формулой (306); x — расстояние до рассматриваемого сечения от левого конца балки; d_i — расстояние от левого конца балки до i-й колонны, передающей нагрузку P_i.

Суммирование производится только по нагрузкам, приложенным левее рассчитываемого сечения, в нашем случае — левее места приложения наибольшей из нагрузок $P_{макс}$. Значение рабочей высоты балки под наиболее нагруженной колонной устанавливается затем по обычной формуле для железобетонных конструкций в зависимости от принятого максимального процента армирования. Эту высоту необходимо проверить на скалывание под той же колонной, принимая, что для внутренних колонн максимальное значение поперечных сил

$$Q \approx \pm 0{,}5 P. \qquad (308)$$

Если под колоннами не предусматриваются вуты, найденная высота принимается для всей балки в целом. В противном случае за расчетное значение высоты во всем дальнейшем расчете принимается высота балки в пролете. Эту высоту нет смысла проверять на моменты (отрицательные), так как в ленточном фундаменте они обычно бывают настолько меньше моментов под колоннами, что даже при наличии вутов процент армирования оказывается невысоким. Исключение составляет случай близкого расположения к краю крайних колонн. В этом случае по той же формуле (307) определяется максимальный, отрицательный момент, появления которого следует ожидать в середине наибольшего из пролетов.

Высота полки тавра определяется по расчету в поперечном направлении (см. § 9).

Не рекомендуется, применяя приближенный способ расчета по трапециевидной эпюре давлений, рассматривать балку как обратную неразрезную. Этот способ неверен, так как нагрузки, передаваемые на ленточный фундамент колоннами, вообще говоря, не имеют ничего общего с реакциями опор, устанавливаемыми по схеме неразрезной балки; поэтому и эпюра изгибающих моментов оказывается резко искаженной.

Схема неразрезной балки может рассматриваться как первое приближение к действительным условиям работы балки только в том случае, когда вследствие очень большой жесткости верхнего строения нельзя определить величину нагрузки, передаваемой каждой колонной в отдельности, и известными являются лишь суммарная нагрузка и ее эксцентрицитет[1].

Расчет балки как неразрезной несравнимо более сложен, чем рекомендуемый расчет статически определимой балки. Частое применение схемы неразрезной балки к расчету ленточных фундаментов объясняется привычкой к этой схеме, вынесенной инженерами из расчета верхних конструкций.

Для подбора высоты балок подкрановых путей использование трапециевидной эпюры реактивных давлений невозможно. Высоту балки, установленную ориентировочно или конструктивно, следует сразу проверять по точному расчету, исходя из значения максимального положительного момента, образующегося под тележкой при нахождении ее вдали от концов балки.

§ 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ КАТЕГОРИИ БАЛКИ

Чтобы выбрать способ, по которому должна рассчитываться балка, необходимо иметь все исходные данные, перечисленные в § 2, главы I, части второй. В отличие от приведенных там указаний при расчете балок будем обозначать полудлину балки через a, а высоту балки h и ее опорную ширину $b' = 2b$ будем устанавливать по указаниям § 2 этой главы.

Далее должен быть определен момент инерции балки. В случае прямоугольного сечения момент инерции определяется по формуле $J = \frac{b' h^3}{12} = \frac{b h^3}{6}$. Для таврового сечения с обычными для ленточных фундаментов отношениями ширины ребра к ширине полки в пределах 0,2—0,45 и средней толщины полки к высоте балки в пределах 0,2—0,5 достаточно точно для наших целей считать момент инерции в 2 раза меньшим, чем момент инерции для прямоугольного сечения, т. е.

$$J = \frac{b' h^3}{24} = \frac{b h^3}{12}.$$

По способу расчета балки могут быть разбиты на три категории:

а) балки, принимаемые за абсолютно жесткие (жесткие балки);

б) балки конечной жесткости и длины (короткие балки);

в) балки, принимаемые за бесконечные и полубесконечные (длинные балки).

[1] Более подробно некоторые вопросы учета жесткости верхнего строения при расчете ленточных фундаментов рассматриваются в главе 4, § 4

Чтобы проверить принадлежность рассчитываемой балки к категории жестких[1], вычисляется отвлеченная величина, называемая показателем гибкости:

$$t = \frac{\pi E_0 a^3 b}{2 (1 - \nu_0^2) E_1 J}. \qquad (309)$$

Во всех случаях можно принимать балку за жесткую, если показатель гибкости $t \leqslant 0{,}5$. Кроме того, если отношение сторон балки $\alpha = a/b$ удовлетворяет неравенству $\alpha < 20$, балку можно считать жесткой и при значениях $0{,}5 < t \leqslant 1$.

Чтобы выяснить, принадлежит ли рассчитываемая балка к длинным, следует вычислить величину L, имеющую размерность в метрах и называемую упругой характеристикой балки[2]:

$$L = \sqrt[3]{\frac{2 E_1 J (1 - \nu_0^2)}{b' E_0}}. \qquad (310)$$

Затем следует определить приведенные к этой величине полудлину λ и полуширину β балки:

$$\lambda = \frac{a}{L}; \qquad (311)$$

$$\beta = \frac{b}{L} - \frac{b'}{2L}, \qquad (312)$$

где λ и β — величины отвлеченные

Балку можно принимать за длинную, если:

при $0{,}01 < \beta \leqslant 0{,}15$ . . . $\lambda > 1$
» $0{,}15 \leqslant \beta \leqslant 0{,}3$ . . . $\lambda > 2$
» $0{,}3 < \beta \leqslant 0{,}5$ . . . $\lambda > 3{,}5$

Расчет длинных балок изложен ниже. Указания этого расчета относятся только к случаю нагрузок на длинные балки, для которого составлены таблицы безразмерных расчетных величин (для нагрузки несколькими, где угодно приложенными, силами). Если длинные балки несут какую-либо нагрузку другого типа, которую даже приближенно нельзя представить рядом сосредоточенных сил (например, моментную нагрузку), длинные балки приходится рассчитывать по методу коротких балок.

Методом коротких балок рассчитываются все балки, которые не могут быть причислены к категории жестких или длинных.

[1] Как правило, эта проверка оказывается излишней при расчете ленточных фундаментов и фундаментов подкрановых путей, так как эти конструкции почти всегда принадлежат к противоположной категории длинных балок.

[2] Как следует из формул (309) и (310) и выражения для момента инерции J, показатель гибкости балки t и упругая характеристика L фактически не зависят от полуширины балки, так как эта величина после подстановки в формулы (309) и (310) значения J сокращается.

§ 4. ПРАВИЛА РАСЧЕТА ЖЕСТКИХ БАЛОК

Для расчета жестких балок служат таблицы безразмерных величин, определяющих реактивные давления p, поперечные силы Q, изгибающие моменты M и осадки $У$. Рассчитываемая балка может быть нагружена по любому прерывному или непрерывному закону распределенной нагрузкой $q(x)$ рядом сосредоточенных сил P_i и изгибающих моментов m_i.

Таблицы[1] дают безразмерные эпюры давлений $\overline{p}$, поперечных сил $\overline{Q}$, моментов $\overline{M}$, осадок $\overline{У}$ и углов поворота $\overline{\operatorname{tg}\varphi}$ при различных значениях отношения сторон опорной площади балки α для двух случаев нагрузки: 1) сосредоточенной силы P_0, приложенной к середине балки (табл. 52) моментом m_0, также приложенным в середине (табл. 53). Переход от безразмерных величин $\overline{p}$, $\overline{Q}$, $\overline{M}$, $\overline{У}$, $\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$ к действительным осуществляется по формулам:

Таблица 52

Безразмерные эпюры для жестких балок на упругом основании при действии сосредоточенной силы P_0, приложенной к середине балки

α	x = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{p_0}$					
10	0,439	0,440	0,442	0,446	0,455	0,462	0,475	0,498	0,541	0,632	0,842
15	0,447	0,448	0,450	0,454	0,459	0,468	0,480	0,500	0,537	0,611	0,773
20	0,452	0,453	0,455	0,458	0,464	0,471	0,483	0,502	0,535	0,600	0,737
30	0,458	0,459	0,460	0,463	0,468	0,475	0,486	0,503	0,532	0,586	0,699
50	0,464	0,465	0,466	0,468	0,473	0,480	0,489	0,503	0,538	0,574	0,665
100	0,469	0,470	0,471	0,473	0,477	0,483	0,491	0,504	0,525	0,561	0,634
						$\overline{Q_0}$					
10	−0,500	−0,456	−0,412	−0,367	−0,322	−0,277	−0,230	−0,182	−0,130	−0,072	0
15	−0,500	−0,455	−0,411	−0,365	−0,320	−0,273	−0,225	−0,177	−0,125	−0,068	0
20	−0,500	−0,454	−0,410	−0,363	−0,317	−0,271	−0,223	−0,174	−0,122	−0,066	0
30	−0,500	−0,454	−0,408	−0,362	−0,315	−0,268	−0,220	0,171	−0,119	0,063	0
50	−0,500	−0,453	−0,407	−0,360	−0,313	−0,265	−0,217	−0,168	−0,116	−0,061	0
100	−0,500	−0,453	−0,406	−0,359	−0,311	−0,263	−0,214	−0,165	−0,113	0,058	0
						$\overline{M_0}$					
10	0,2703	0,2225	0,1791	0,1401	0,1056	0,0756	0,0502	0,0295	0,0139	0,0037	0
15	0,2672	0,2194	0,1761	0,1373	0,1031	0,0735	0,0486	0,0284	0,0132	0,0035	0
20	0,2654	0,2176	0,1744	0,1357	0,1017	0,0722	0,0475	0,0277	0,0128	0,0034	0
30	0,2634	0,2156	0,1725	0,1340	0,1002	0,0710	0,0465	0,0270	0,0125	0,0033	0
50	0,2615	0,2137	0,1707	0,1323	0,0986	0,0697	0,0455	0,0263	0,0120	0,0031	0
100	0,2596	0,2120	0,1690	0,1307	0,0972	0,0685	0,0446	0,0256	0,0117	0,0030	0

Осадки $\overline{Y_0}$

α	10	15	20	30	50	100
$\overline{Y_0}$	1,081	1,210	1,302	1,431	1,595	1,814

[1] Таблицы вычислены на основании общего метода расчета балок на упругом полупространстве (см. главу II, § 1) при показателе гибкости $t = 0$ и 12-й степени полиномов для $p(x)$.

Чтобы проверить принадлежность рассчитываемой балки к категории жестких[1], вычисляется отвлеченная величина, называемая показателем гибкости:

$$t = \frac{\pi E_0 a^3 b}{2 (1 - \nu_0^2) E_1 J} . \qquad (309)$$

Во всех случаях можно принимать балку за жесткую, если показатель гибкости $t \leqslant 0{,}5$. Кроме того, если отношение сторон балки $\alpha = a/b$ удовлетворяет неравенству $\alpha < 20$, балку можно считать жесткой и при значениях $0{,}5 < t \leqslant 1$.

Чтобы выяснить, принадлежит ли рассчитываемая балка к длинным, следует вычислить величину L, имеющую размерность в метрах и называемую упругой характеристикой балки[2]:

$$L = \sqrt[3]{\frac{2 E_1 J (1 - \nu_0^2)}{b' E_0}} . \qquad (310)$$

Затем следует определить приведенные к этой величине полудлину λ и полуширину β балки:

$$\lambda = \frac{a}{L} ; \qquad (311)$$

$$\beta = \frac{b}{L} = \frac{b'}{2L} , \qquad (312)$$

где λ и β — величины отвлеченные

Балку можно принимать за длинную, если:

при $0{,}01 < \beta < 0{,}15$ . . . $\lambda > 1$
» $0{,}15 \leqslant \beta \leqslant 0{,}3$ . . . $\lambda > 2$
» $0{,}3 < \beta \leqslant 0{,}5$ . . . $\lambda > 3{,}5$

Расчет длинных балок изложен ниже. Указания этого расчета относятся только к случаю нагрузок на длинные балки, для которого составлены таблицы безразмерных расчетных величин (для нагрузки несколькими, где угодно приложенными, силами). Если длинные балки несут какую-либо нагрузку другого типа, которую даже приближенно нельзя представить рядом сосредоточенных сил (например, моментную нагрузку), длинные балки приходится рассчитывать по методу коротких балок.

Методом коротких балок рассчитываются все балки, которые не могут быть причислены к категории жестких или длинных.

[1] Как правило, эта проверка оказывается излишней при расчете ленточных фундаментов и фундаментов подкрановых путей, так как эти конструкции почти всегда принадлежат к противоположной категории длинных балок.

[2] Как следует из формул (309) и (310) и выражения для момента инерции J, показатель гибкости балки t и упругая характеристика L фактически не зависят от полуширины балки, так как эта величина после подстановки в формулы (309) и (310) значения J сокращается.

§ 4. ПРАВИЛА РАСЧЕТА ЖЕСТКИХ БАЛОК

Для расчета жестких балок служат таблицы безразмерных величин, определяющих реактивные давления p, поперечные силы Q, изгибающие моменты M и осадки $У$. Рассчитываемая балка может быть нагружена по любому прерывному или непрерывному закону распределенной нагрузкой $q(x)$ рядом сосредоточенных сил P_i и изгибающих моментов m_i.

Таблицы[1] дают безразмерные эпюры давлений $\overline{p}$, поперечных сил $\overline{Q}$, моментов $\overline{M}$, осадок $\overline{У}$ и углов поворота $\overline{\operatorname{tg}\varphi}$ при различных значениях отношения сторон опорной площади балки α для двух случаев нагрузки: 1) сосредоточенной силы P_0, приложенной в середине балки (табл. 52) моментом m_0, также приложенным в середине (табл. 53). Переход от безразмерных величин $\overline{p}$, $\overline{Q}$, $\overline{M}$, $\overline{У}$, $\overline{\operatorname{tg}\varphi_к}$ к действительным осуществляется по формулам:

Таблица 52

Безразмерные эпюры для жестких балок на упругом основании при действии сосредоточенной силы P_0, приложенной к середине балки

α	x = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{p_0}$					
10	0,439	0,440	0,442	0,446	0,455	0,462	0,475	0,498	0,541	0,632	0,842
15	0,447	0,448	0,450	0,454	0,459	0,468	0,480	0,500	0,537	0,611	0,773
20	0,452	0,453	0,455	0,458	0,464	0,471	0,483	0,502	0,535	0,600	0,737
30	0,458	0,459	0,460	0,463	0,468	0,475	0,486	0,503	0,532	0,586	0,699
50	0,464	0,465	0,466	0,468	0,473	0,480	0,489	0,503	0,538	0,574	0,665
100	0,469	0,470	0,471	0,473	0,477	0,483	0,491	0,504	0,525	0,561	0,634
						$\overline{Q_0}$					
10	−0,500	−0,456	−0,412	−0,367	−0,322	−0,277	−0,230	−0,182	−0,130	−0,072	0
15	−0,500	−0,455	−0,411	−0,365	−0,320	−0,273	−0,225	−0,177	−0,125	0,068	0
20	−0,500	−0,454	−0,410	−0,363	−0,317	0,271	−0,223	−0,174	−0,122	0,066	0
30	−0,500	−0,454	−0,408	−0,362	−0,315	−0,268	−0,220	−0,171	−0,119	−0,063	0
50	−0,500	−0,453	−0,407	−0,360	−0,313	0,265	−0,217	−0,168	−0,116	−0,061	0
100	-0,500	−0,453	−0,406	−0,359	−0,311	−0,263	−0,214	0,165	−0,113	−0,058	0
						$\overline{M_0}$					
10	0,2703	0,2225	0,1791	0,1401	0,1056	0,0756	0,0502	0,0295	0,0139	0,0037	0
15	0,2672	0,2194	0,1761	0,1373	0,1031	0,0735	0,0486	0,0284	0,0132	0,0035	0
20	0,2654	0,2176	0,1744	0,1357	0,1017	0,0722	0,0478	0,0277	0,0128	0,0034	0
30	0,2634	0,2156	0,1725	0,1340	0,1002	0,0710	0,0465	0,0270	0,0125	0,0033	0
50	0,2615	0,2137	0,1707	0,1323	0,0986	0,0697	0,0455	0,0263	0,0120	0,0031	0
100	0,2596	0,2120	0,1690	0,1307	0,0972	0,0685	0,0446	0,0256	0,0117	0,0030	0

Осадки $\overline{Y_0}$

α	10	15	20	30	50	100
$\overline{Y_0}$	1,081	1,210	1,302	1,431	1,595	1,814

[1] Таблицы вычислены на основании общего метода расчета балок на упругом полупространстве (см. главу II, § 1) при показателе гибкости $t = 0$ и 12-й степени полиномов для $p(x)$.

Таблица 53

Безразмерные эпюры для жестких балок на упругом основании при действии сосредоточенного момента m_0, приложенного в середине балки

α	x = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{p_1}$					
10	0	0,114	0,229	0,347	0,470	0,600	0,746	0,918	1,148	1,506	2,155
15	0	0,119	0,239	0,362	0,490	0,625	0,772	0,943	1,162	1,483	2,024
20	0	0,122	0,245	0,371	0,501	0,638	0,786	0,957	1,169	1,449	1,957
30	0	0,125	0,252	0,381	0,513	0,652	0,802	0,971	1,176	1,415	1,885
50	0	0,129	0,258	0,390	0,525	0,667	0,817	0,984	1,181	1,414	1,820
100	0	0,133	0,265	0,400	0,538	0,680	0,831	0,996	1,186	1,415	1,761
						$\overline{Q_1}$					
10	−0,709	−0,704	−0,686	−0,658	−0,617	−0,563	−0,496	−0,413	−0,311	−0,180	0
15	−0,716	−0,710	−0,692	−0,662	−0,619	−0,564	−0,494	−0,408	−0,304	−0,173	0
20	−0,719	−0,713	−0,695	−0,664	−0,621	−0,564	−0,493	−0,406	−0,300	−0,169	0
30	−0,723	−0,717	−0,698	−0,667	−0,622	−0,564	−0,491	−0,403	−0,298	−0,165	0
50	−0,727	−0,721	−0,701	−0,669	−0,623	−0,564	−0,490	−0,400	−0,292	−0,162	0
100	−0,731	−0,724	−0,705	−0,671	−0,624	−0,564	0,488	−0,397	−0,288	−0,158	0
						$\overline{M_1}$					
10	0,5	0,4293	0,3597	0,2924	0,2285	0,1694	0,1163	0,0707	0,0343	0,0095	0
15	0,5	0,4285	0,3584	0,2907	0,2265	0,1672	0,1142	0,0690	0,0332	0,0091	0
20	0,5	0,4283	0,3577	0,2897	0,2253	0,1660	0,1130	0,0679	0,0324	0,0088	0
30	0,5	0,4297	0,3570	0,2887	0,2241	0,1647	0,1119	0,0670	0,0319	0,0084	0
50	0,5	0,4275	0,3563	0,2876	0,2229	0,1635	0,1107	0,0660	0,0313	0,0083	0
100	0,5	0,4271	0,3556	0,2867	0,2217	0,1622	0,1095	0,0651	0,0306	0,0081	0

Углы наклона балки $\overline{\operatorname{tg}\varphi_1}$

α	10	15	20	30	50	100
$\overline{\operatorname{tg}\varphi_1}$	2,088	2,466	2,737	3,122	3,606	4,311

1) при воздействии силы P_0

$$p = \overline{p_0}\,\frac{P_0}{b'a};\quad Q = \pm\,\overline{Q_0}\,p_0;\quad M = \overline{M_0}\,p_0\,a;$$
$$Y = \overline{Y_0}\,\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\cdot\frac{P_0}{a};\quad \operatorname{tg}\varphi = 0; \tag{313}$$

2) при воздействии момента m_0

$$p = \mp\,\overline{p_1}\,\frac{m_0}{b'a^2};\quad Q = \overline{Q_1}\,\frac{m_0}{a};\quad M = \pm\,\overline{M_1}\,m_0;$$
$$Y = \pm\,\overline{\operatorname{tg}\varphi_1}\,\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,x\,\frac{m_0}{a^2};$$
$$\operatorname{tg}\varphi = \pm\,\overline{\operatorname{tg}\varphi_1}\,\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\cdot\frac{m_0}{a^2}. \tag{314}$$

В этих формулах верхний знак относится к правой половине балки, нижний — к левой. Величина x в таблицах обозначает приведенное к полудлине балки a расстояние до рассчитываемого сечения от середины балки ($x = x'/a$, где x' — действительное расстояние). При расчете по таблицам величина x всегда считается положительной вне зависимости от того, справа или слева от середины балки расположено сечение. Таким образом, таблицы позволяют определить значения расчетных величин в 21 точке балки. Значения $\overline{p}$ при $x=1$, которые по нашему методу не могут быть точно установлены, приведены в таблицах для удобства построения эпюр. В таблицах нет данных, относящихся к балкам с отношением сторон $7 \leqslant \alpha < 10$. При определении реактивных давлений, поперечных сил и изгибающих моментов для этих балок можно пользоваться данными, относящимися к значению $\alpha = 10$. Что касается осадок и углов наклона балки, то при значениях $\alpha < 10$ их следует определять по графикам для жестких плит рис. 148 и 149 и по формулам, относящимся к этим графикам.

Чтобы использовать таблицы в случае любой нагрузки, следует заменить действительную нагрузку на балку эквивалентной нагрузкой, состоящей из совокупности силы P_0 и момента m_0, приложенных в середине балки. Под эквивалентной мы подразумеваем нагрузку, вызывающую идентичные реактивные давления, а также осадку балки. Для этого сила P_0 должна равняться суммарной внешней нагрузке, включая все силы P_i и всю площадь эпюры распределенной нагрузки $q\ (x)$. Момент m_0 должен слагаться из суммы моментов относительно середины балки от сосредоточенных моментов m_i. При этом те и другие моменты считаются положительными, если они стремятся повернуть балку по часовой стрелке.

После того как величины P_0 и m_0 определены, реактивные давления могут быть установлены по формуле

$$p = \overline{p_0}\,\frac{P}{b'a} + \overline{p_1}\,\frac{m_0}{b'a^2}, \tag{315}$$

где величины $\overline{p_0}$ и $\overline{p_1}$ определяются соответственно по табл. 52 и 53 в зависимости от отношения сторон балки α и приведенного расстояния от середины балки до рассчитываемого сечения x. Правило знаков в формуле (315) то же, что и в формулах (313) и (314).

Поперечные силы $Q\ (x)$, в противоположность давлениям $p\ (x)$, зависят от распределения внешней (не моментной) нагрузки; для перехода от эпюр поперечных сил, получающихся от совместного действия P_0 и m_0, к действительной эпюре нужно учесть влияние, оказываемое на $Q\ (x)$ нагрузками P_i и $q\ (x)$ и вычесть влияние силы P_0. Для этого следует пользовать-

ся формулой

$$Q(x) = + Q_0 P_0 + \overline{Q}_1 \frac{m_0}{a} - Q_{вн}. \qquad (316)$$

Здесь $\overline{Q}_0$ и $\overline{Q}_1$ находят по табл. 52 и 53.

Величина $Q_{вн}$ для **правой** половины балки определяется равенством

$$Q_{вн} = \Sigma P_x - P_0, \qquad (317)$$

где ΣP_x — суммарная внешняя нагрузка, т. е. часть площади эпюры $q(x)$ и часть сил P_i, приложенная на участке от левого конца балки до рассчитываемого сечения.

Для **левой** половины

$$Q_{вн} = \Sigma P_x. \qquad (318)$$

На величину изгибающих моментов $M(x)$ влияет не только характер распределения нагрузки $q(x)$ и P_i, но и моментов m_i. Поэтому для определения эпюры моментов следует пользоваться формулой

$$M = \overline{M}_0 P_0 a + \overline{M}_1 m_0 + M_{вн}. \qquad (319)$$

Величины $\overline{M}_0$ и $\overline{M}_1$ находят по табл. 52 и 53.

Величина $M_{вн}$ для **правой** половины балки

$$M_{вн} = \Sigma M_x + \Sigma m_x + P_0 a x - m_0, \qquad (320)$$

где ΣM_x сумма моментов относительно рассчитываемого сечения x от той части распределенной нагрузки q и от тех сил P_i, которые приложены левее этого сечения; Σm_x — сумма сосредоточенных моментов, приложенных левее этого сечения.

Для левой половины балки

$$M_{вн} = \Sigma M_x + \Sigma m_x. \qquad (321)$$

Осадка балки определяется по формуле

$$Y = \left(\overline{Y}_0 P_0 + \overline{\operatorname{tg}\varphi_1}\, x \frac{m_0}{a}\right) \frac{1-\nu_0^2}{a E_0}. \qquad (322)$$

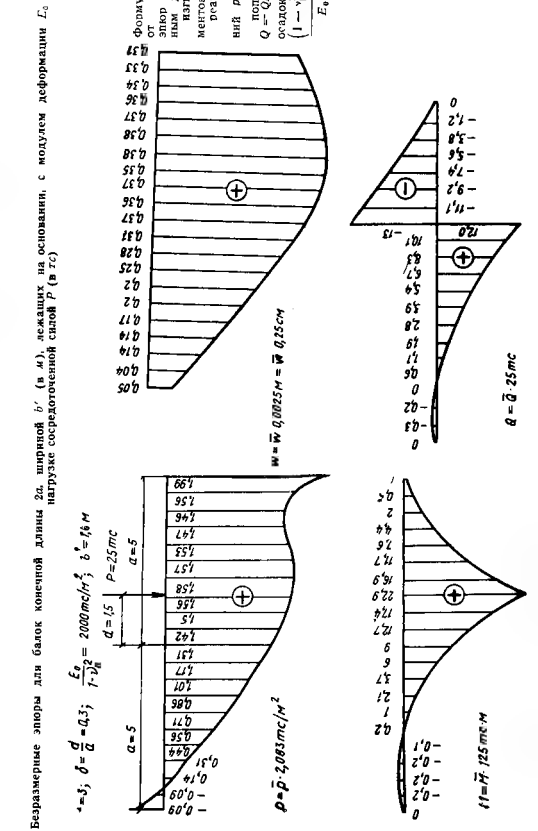
Расчет жестких балок в **поперечном** направлении проводится в условиях плоской задачи по правилам, изложенным в § 10 этой главы. Пример расчета жесткой балки дан в § 12.

§ 5. ПРАВИЛА РАСЧЕТА КОРОТКИХ БАЛОК

Для расчета балок конечной жесткости и длины (коротких балок) служат таблицы безразмерных величин, определяющих реактивные давления p, поперечные силы Q, изгибающие моменты M и осадки (прогибы) Y. Таблицы составлены для приложенных в любой точке сосредоточенной силы P (табл. 54) и изгибающим моментом m (табл. 55), для равномерной нагрузки q по всей длине балки (табл. 56). Значения отношения сто-

Таблица 54

Безразмерные эпюры для балок конечной длины $2a$, шириной b' (в $м$), лежащих на основании, с модулем деформации E_0 (в $тс/м^2$) при нагрузке сосредоточенной силой P (в $тс$)



Примечания. 1. Показатель гибкости t определяется по формуле (309); $\alpha = d/a$ — приведенное расстояние от середины балки до нагрузки (d — действительное расстояние, a — полудлина балки), $x = x'/a$ — приведенное расстояние от середины балки до сечения (x' — действительное расстояние)

2. Табличные данные для M и Q надо множить на 10^3, а для p и w — на 10^{-1}.

Продолжение табл. 54

Усилие	α	x																				
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\bar{M}$	0	0	003	010	022	038	059	085	116	152	193	241	193	152	116	085	059	038	022	010	003	0
$\bar{Q}$		0	050	096	140	186	234	283	335	388	444	500*	−444	−388	−335	−283	−234	−186	−140	−096	−050	0
$\bar{p}$		055	047	045	045	046	048	050	053	055	056	056	056	055	053	050	048	046	045	045	047	055
$\bar{w}$		087	092	097	102	107	111	116	119	122	124	125	124	122	119	116	111	107	102	097	092	087
$\bar{M}$	0,1	0	002	007	015	027	043	063	088	117	152	192	237	188	145	108	076	050	029	013	003	0
$\bar{Q}$		0	034	068	102	139	180	223	269	319	372	426	482*	−460	−403	−346	−290	−235	−181	−127	−069	0
$\bar{p}$		036	033	034	036	038	042	045	048	051	054	056	057	057	057	056	055	054	054	056	062	077
$\bar{w}$		069	076	082	088	095	101	106	112	116	121	124	126	127	125	124	122	119	116	113	109	106
$\bar{M}$	0,2	0	001	004	009	017	029	043	061	084	112	144	182	226	176	131	093	061	036	017	004	0
$\bar{Q}$		0	019	040	066	095	128	165	205	250	300	352	408	467*	−473	−412	−350	−288	−224	−158	−085	0
$\bar{p}$		019	020	023	027	031	035	039	043	047	051	055	057	059	061	061	062	063	065	069	077	096
$\bar{w}$		050	059	066	074	081	089	097	104	111	117	122	127	130	132	134	134	134	132	131	131	129
$\bar{M}$	0,3	0	000	001	003	008	014	024	036	053	073	099	129	166	208	157	112	074	044	020	005	0
$\bar{Q}$		0	005	015	032	053	079	109	145	185	230	280	335	393	454*	−481	−413	−343	−270	−192	−106	0
$\bar{p}$		002	008	014	019	024	028	033	038	043	048	052	056	060	053	066	069	071	075	081	094	121
$\bar{w}$		033	043	052	060	069	078	087	095	104	112	120	126	132	137	142	144	146	148	150	151	152
$\bar{M}$	0,4	0	000	−001	−001	−001	001	005	012	023	037	056	079	107	142	184	132	088	052	024	007	0
$\bar{Q}$		0	−007	−007	000	012	031	056	085	121	162	208	260	318	380	448*	−479	−402	−319	−229	−127	0
$\bar{p}$		−010	−003	003	010	016	022	027	033	038	044	049	055	060	065	070	075	080	086	095	112	145
$\bar{w}$		015	025	036	046	056	066	076	086	096	106	116	124	134	142	149	155	160	165	169	174	178
$\bar{M}$	0,5	0	−001	−004	−007	−010	−012	−013	−011	−007	000	012	028	050	077	111	153	102	061	029	008	0
$\bar{Q}$		0	021	−031	−032	−027	−015	003	028	058	095	138	188	244	307	376	453*	−462	−370	−267	−148	0
$\bar{p}$		−027	015	−005	002	009	015	021	027	034	040	046	053	059	066	073	080	088	097	109	131	170
$\bar{w}$		0	011	022	033	044	055	066	078	089	101	112	122	134	145	155	165	174	181	189	197	204
$\bar{M}$	0,6	0	−002	−006	−012	−018	−024	−030	−034	−035	−034	−029	−020	−006	−014	041	075	118	070	033	009	0
$\bar{Q}$		0	−032	−052	−063	−065	−059	−047	−029	−003	029	068	115	169	232	303	384	474*	−425	−309	−172	0
$\bar{p}$		−039	−026	−015	−006	002	009	015	022	029	036	043	051	068	067	075	085	096	108	125	151	198
$\bar{w}$		−016	−004	007	020	031	044	056	068	081	094	107	120	134	148	161	174	186	199	210	221	233
$\bar{M}$	0,7	0	−002	−008	−017	−026	−037	−047	−056	−063	−069	−070	−068	−061	−049	−029	−002	034	080	038	010	0
$\bar{Q}$		0	−044	−074	−092	−102	−103	−097	−085	−064	−036	−000	044	096	158	230	313	409	519*	−352	−198	0
$\bar{p}$		−052	−036	−024	−014	−005	002	009	017	024	032	040	048	057	067	077	089	103	119	140	172	229
$\bar{w}$		−030	−018	−006	007	020	033	046	060	074	088	102	018	133	149	165	182	199	214	230	246	262
$\bar{M}$	0,8	0	−003	−010	−021	−035	−049	−064	−078	−091	−103	−111	−116	−116	−111	−099	−079	−050	−010	043	012	0
$\bar{Q}$		0	−055	−095	−122	−139	−147	−147	−139	−124	−101	−069	−028	023	084	157	243	344	462	603*	−224	0
$\bar{p}$		−065	−047	−033	−022	−012	−004	004	011	019	027	036	046	056	067	079	093	109	129	155	194	259
$\bar{w}$		−047	−033	−020	−006	008	022	036	050	066	081	097	115	132	151	170	190	211	231	252	272	293
$\bar{M}$	0,9	0	−003	−013	−026	−043	−061	−080	−100	−119	−136	−152	−164	−171	−173	−169	−156	−133	−100	−052	013	0
$\bar{Q}$		0	−067	−116	−151	−175	−190	−196	−194	−187	−165	−137	−099	−050	010	084	172	278	404	558	748*	0
$\bar{p}$		−079	−057	−041	−029	−019	−010	−002	006	014	023	033	043	054	067	081	097	115	138	170	212	293
$\bar{w}$		−062	−047	−033	−018	−004	011	−025	041	058	074	092	111	131	152	174	198	222	247	272	298	325
$\bar{M}$	1	0	−004	−015	−031	−051	−073	−097	−122	−147	−170	−192	−213	−226	−235	−233	−232	−217	−189	−147	−085	0
$\bar{Q}$		0	−079	−137	−180	−212	−233	−245	−249	−244	−229	−205	−170	−123	−064	011	102	212	347	512	721	1000*
$\bar{p}$		−092	−067	−050	−037	−026	−017	−008	001	010	019	029	041	053	066	082	100	121	148	184	238	326
$\bar{w}$		−076	−061	−046	−031	−016	−001	016	032	050	068	088	108	130	154	179	206	233	263	293	325	356

Продолжение табл. 54

$t = 2$

Усиление	a	$\dot{x}$																				
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\overline{M}$	0	0	002	007	016	030	047	070	098	132	173	219	173	132	098	070	047	031	016	007	002	0
$\overline{Q}$		0	036	072	111	155	202	254	310	371	434	500*	−434	−371	−310	−254	−202	−155	−111	−072	−036	0
$\overline{p}$		039	035	037	041	045	049	054	058	062	065	066	065	062	058	054	050	045	041	037	035	039
$\overline{w}$		071	080	089	097	106	114	121	127	133	136	137	136	133	127	121	114	106	097	089	080	071
$\overline{M}$	0,1	0	001	004	010	020	033	050	072	099	132	171	217	169	128	093	064	041	023	011	003	0
$\overline{Q}$		0	021	046	076	110	150	195	246	301	361	424	489*	−445	−381	−318	−259	−203	−152	−103	−055	0
$\overline{p}$		020	023	027	031	037	042	048	053	058	062	064	065	065	064	061	057	053	049	048	050	061
$\overline{w}$		057	066	075	085	094	103	111	119	126	132	136	138	137	134	129	124	117	110	102	095	087
$\overline{M}$	0,2	0	000	002	005	010	019	031	047	068	094	126	164	208	159	117	082	053	030	014	004	0
$\overline{Q}$		0	007	022	043	070	103	140	183	232	287	348	412	478*	−454	−387	−322	−258	−196	−134	−071	0
$\overline{p}$		005	011	018	024	030	035	040	046	052	058	063	066	067	067	066	065	063	062	062	065	078
$\overline{w}$		040	050	060	071	081	091	101	110	119	127	133	138	141	142	140	137	133	128	123	118	113
$\overline{M}$	0,3	0	000	−001	000	002	007	014	025	040	059	084	114	151	194	145	102	067	039	019	005	0
$\overline{Q}$		0	005	001	014	034	059	089	126	169	219	274	335	400	468*	−461	−389	−317	−244	−171	−093	0
$\overline{p}$		−010	001	010	017	022	028	034	040	046	053	058	063	067	069	071	072	072	072	074	083	106
$\overline{w}$		026	036	047	058	068	079	089	100	110	119	128	136	142	146	148	148	147	145	142	140	137
$\overline{M}$	0,4	0	001	−002	−003	−004	−003	000	005	014	027	045	068	097	132	175	124	082	048	023	006	0
$\overline{Q}$		0	−011	−015	−011	000	017	042	072	109	152	202	258	320	388	461*	−462	−382	−299	−213	−117	0
$\overline{p}$		014	−007	000	007	014	021	027	034	040	046	053	059	065	071	075	079	081	084	090	103	134
$\overline{w}$		010	021	032	043	054	066	077	088	099	110	121	131	140	148	155	159	162	163	164	165	165
$\overline{M}$	0,5	0	−001	−004	−008	−011	−014	−015	−014	−011	−004	007	023	044	071	106	148	098	058	027	007	0
$\overline{Q}$		0	−023	−035	−037	−032	−021	−003	020	051	088	133	184	243	308	381	462*	−451	−357	−256	−141	0
$\overline{p}$		−031	−017	−006	001	008	014	021	027	034	041	048	055	062	069	077	084	090	097	107	125	161
$\overline{w}$		−001	010	021	032	043	055	066	078	090	102	114	126	138	149	159	168	175	181	186	191	196
$\overline{M}$	0,6	0	−002	−006	−011	−017	−023	−028	−032	−034	−033	−028	−020	−006	014	040	074	117	069	033	009	0
$\overline{Q}$		0	−003	−049	−059	−061	−057	−046	−029	−005	026	064	111	165	228	300	382	475*	−422	−305	−170	0
$\overline{p}$		−035	−025	−014	−006	001	008	014	020	027	035	042	050	059	067	077	087	098	109	124	149	195
$\overline{w}$		015	−003	008	019	031	042	054	067	079	093	106	120	134	149	163	176	189	200	211	221	231
$\overline{M}$	0,7	0	−002	−007	−014	−023	−032	−041	−049	−056	−061	−063	−061	−055	−043	−025	001	036	081	039	010	0
$\overline{Q}$		0	−038	−064	−081	−089	−091	−087	−077	−059	−034	−002	039	089	148	218	301	398	510*	−358	−201	0
$\overline{p}$		−043	−032	−021	−012	−005	001	007	014	021	029	037	045	054	054	076	089	104	121	142	175	234
$\overline{w}$		024	−013	−002	009	021	032	044	057	070	084	098	114	130	147	164	182	199	217	233	249	265
$\overline{M}$	0,8	0	002	−009	−018	−029	−041	−054	−066	−078	−088	−097	−102	−103	−099	−089	−071	−044	−009	045	012	0
$\overline{Q}$		0	−045	−078	−102	−117	−126	−128	−123	−112	−094	−068	−032	013	069	138	221	321	440	585*	−234	0
p		−052	−039	−028	−019	−012	−005	001	007	014	022	−030	040	050	062	075	091	109	131	160	203	272
$\overline{w}$		037	−026	−015	−004	008	020	032	045	059	074	089	107	125	145	166	188	211	235	258	281	304
$\overline{M}$	0,9	0	−003	−010	−021	−034	−050	−066	−083	−1000	−116	−130	−142	−150	−154	−152	−142	−123	−093	−048	014	0
$\overline{Q}$		0	−053	−093	−123	−145	−159	−168	−170	−165	−159	−133	−103	−063	−010	057	140	243	370	522	730*	0
$\overline{p}$		−061	−046	−034	−025	−018	−011	−005	001	008	016	025	035	046	059	075	093	114	141	177	231	317
$\overline{w}$		−047	−036	−025	−014	003	009	021	034	049	064	081	100	120	142	167	193	221	251	281	313	344

Продолжение табл. 54

Усиление	α	$\bar{x}$																				
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\overline{M}$	1	0	−003	−012	−024	−040	−058	−079	−100	−122	−143	−164	−182	−198	−210	−215	−217	−203	−180	−142	−084	0
$\overline{Q}$		0	−061	−108	−144	−172	−193	−208	−216	−218	−212	−198	−174	−138	−089	−025	059	165	300	471	695	1000*
$\overline{p}$		−070	−053	−041	−032	−024	−018	−012	−005	002	010	019	029	043	056	074	094	119	151	194	258	361
$\overline{\omega}$		−057	−046	−036	−025	−014	−002	010	024	038	055	073	093	115	140	168	198	231	167	305	344	385

Продолжение табл. 54

$t = 5$

Усиление	α	x																				
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\overline{M}$	0	0	000	002	007	014	026	043	066	096	134	180	134	096	066	043	026	014	007	002	000	0
$\overline{Q}$		0	011	029	058	096	143	199	263	336	416	500*	−416	−336	−263	−199	−143	−096	−058	−029	−011	0
$\overline{p}$		010	014	023	033	043	051	060	069	077	082	084	082	077	069	060	051	043	033	023	014	010
$\overline{\omega}$		042	058	073	088	102	117	130	142	152	159	162	159	152	142	130	117	102	088	073	058	042
$\overline{M}$	0,1	0	−000	000	002	006	014	025	042	065	096	133	179	133	096	066	043	026	014	006	002	0
$\overline{Q}$		0	−001	009	028	057	095	142	199	265	338	417	500*	−418	−338	−264	−198	−141	−096	−060	−031	0
$\overline{p}$		007	004	015	024	033	043	052	061	070	077	081	083	081	077	071	062	051	040	031	029	035
$\overline{\omega}$		036	050	064	078	092	106	120	132	143	152	159	160	157	149	139	126	112	097	081	066	050
$\overline{M}$	0,2	0	001	002	002	001	003	010	022	039	061	091	128	174	128	090	060	037	020	009	002	0
$\overline{Q}$		0	012	011	003	026	056	094	139	195	260	335	415	498*	−419	−340	−266	−199	−139	−087	−042	0
$\overline{p}$		−018	005	008	019	027	033	041	050	061	070	078	082	083	081	077	071	064	056	048	043	044
$\overline{\omega}$		024	037	051	065	079	093	106	120	133	144	154	160	163	160	154	144	133	120	107	093	080
$\overline{M}$	0,3	0	−001	−003	−006	−006	−005	−002	005	017	033	056	085	122	167	121	088	052	029	013	003	0
$\overline{Q}$		0	−021	−024	−016	001	023	052	080	137	193	259	332	411	493*	424	−342	−264	−193	−129	−069	0
$\overline{p}$		−031	−011	035	013	019	026	033	042	052	061	070	076	080	083	083	080	075	067	061	062	081
$\overline{\omega}$		016	−028	041	054	067	080	093	106	120	132	144	153	160	164	162	156	148	138	127	116	105
$\overline{M}$	0,4	0	−001	−003	−006	−009	−010	−010	−007	−000	010	026	048	076	112	156	109	070	041	019	005	0
$\overline{Q}$		0	−017	−027	−029	−022	−007	015	046	084	130	185	249	320	399	484*	−428	−341	−257	−178	−097	0
$\overline{p}$		−020	−014	−006	002	011	019	027	034	042	050	059	068	076	082	087	088	086	081	079	086	113
$\overline{\omega}$		001	−013	025	038	050	063	076	090	104	117	131	143	154	163	168	168	165	160	153	146	139
$\overline{M}$	0,5	0	−001	−005	−009	−013	−017	−019	−019	−017	−012	−002	0.2	032	059	094	138	090	052	024	006	0
$\overline{Q}$		0	−027	−039	−042	−039	−030	−015	006	036	073	119	173	236	308	389	478*	−428	−330	−230	−124	0
$\overline{p}$		−036	−019	−007	000	006	011	018	025	033	041	050	058	067	076	085	092	097	099	101	111	143
$\overline{\omega}$		000	010	021	031	042	053	065	077	090	104	118	132	145	158	169	176	180	181	180	178	176
$\overline{M}$	0,6	0	−001	−005	−009	−015	−020	−025	−028	−030	−030	−026	−019	−006	012	038	071	114	067	031	008	0
$\overline{Q}$		0	−025	−042	−051	−054	−050	−042	−029	−009	018	054	099	153	218	293	379	477*	−414	−296	−162	0
$\overline{p}$		−026	−022	−013	−005	000	005	010	016	023	032	040	049	059	070	081	092	103	113	124	144	187
$\overline{\omega}$		010	−001	009	019	029	039	051	062	075	089	104	119	136	152	168	183	195	204	211	218	223
$\overline{M}$	0,7	0	−001	−005	−010	−016	−023	−030	−037	−042	−047	−048	−047	−042	−032	−016	007	040	083	040	011	0
$\overline{Q}$		0	−026	−046	−059	−066	−069	−068	−063	−051	−032	−005	030	074	128	196	278	378	495*	368	207	0
$\overline{p}$		−025	−024	−016	−009	−004	−001	003	008	015	023	031	039	049	060	074	091	109	127	147	179	244
$\overline{\omega}$		−010	−002	−006	013	022	031	040	051	062	075	090	106	123	142	162	182	202	221	238	253	268

Продолжение табл. 54

Усилие	α	x: −1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\overline{M}$	0,8	0	−001	−005	−011	−018	−026	−035	−045	−054	−062	−069	−075	−077	−076	−068	−055	−032	002	049	013	0
$\overline{Q}$		0	−026	−049	−066	−078	−087	−091	−092	−089	−080	−064	−040	−006	041	102	179	277	399	552*	−254	0
$\overline{p}$		−026	024	−020	−015	−010	−006	−003	001	006	012	020	029	040	053	068	087	109	136	171	219	296
$\overline{w}$		−019	012	−006	001	009	017	025	035	046	059	074	092	111	133	157	184	212	241	270	299	326
$\overline{M}$	0,9	0	−001	−005	−012	−020	−030	−040	−052	−065	−078	−090	−102	−111	−118	−120	−116	−103	−080	−041	−016	0
$\overline{Q}$		0	−028	−053	−073	−089	−103	−114	−123	−127	−127	−121	−107	−083	−046	007	079	176	303	470	693*	0
$\overline{p}$		−030	−027	−022	−018	−015	−012	−010	−007	−003	003	010	019	030	044	062	084	111	145	191	258	365
$\overline{w}$		−021	−016	−011	−006	000	007	014	022	033	045	060	077	098	123	151	183	218	257	298	341	384
$\overline{M}$	1	0	−001	−006	−013	−022	−032	−045	−060	−076	−093	−111	−128	−145	−160	−171	−177	−175	−161	−132	−081	0
$\overline{Q}$		0	−029	−056	−079	−100	−120	−137	−153	−166	−175	−178	−174	−160	−132	−088	−021	074	207	388	640	1000*
$\overline{p}$		−030	−028	−025	−022	−020	−018	−017	−014	−011	−006	−000	008	020	035	055	080	112	154	212	298	433
$\overline{w}$		−024	−020	−016	−013	−009	−004	002	010	019	030	045	063	085	112	144	183	225	273	327	384	444

Продолжение табл. 54

$t = 10$

Усилие	α	x: −1	−0,9	−0,8	0,7	−0,6	0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\overline{M}$	0	0	000	−001	−001	002	009	022	040	066	101	146	101	066	040	022	009	002	−001	−001	−000	0
$\overline{Q}$		0	007	−003	−016	048	093	150	221	304	399	500*	−399	−304	−221	−150	−093	−048	−016	003	007	0
$\overline{p}$		−008	−003	011	026	039	051	064	077	090	090	102	099	090	077	064	051	039	026	011	−003	−008
$\overline{w}$		020	039	059	079	098	118	137	154	169	179	184	179	169	154	137	118	098	079	059	039	020
$\overline{M}$	0,1	0	−001	−003	−004	−004	−001	006	019	038	065	101	147	103	068	042	024	013	006	003	001	0
$\overline{Q}$		0	−017	−018	−007	015	050	096	156	230	315	408	507*	−395	301	−216	−143	−087	−048	−027	−014	0
$\overline{p}$		−026	−009	005	017	028	040	053	067	080	090	097	099	097	090	080	065	047	029	015	011	021
$\overline{w}$		025	042	058	074	091	108	125	142	157	170	179	181	175	162	145	125	104	081	059	036	013
$\overline{M}$	0,2	0	−002	−005	−008	−009	−008	−004	003	016	035	062	098	145	101	066	040	022	011	004	001	0
$\overline{Q}$		0	−025	−033	−024	−005	021	055	090	156	230	316	412	512*	−391	−299	−218	−147	−089	−046	−018	0
$\overline{p}$		−032	−016	002	015	023	029	038	050	065	080	092	099	100	095	087	076	064	051	036	021	017
$\overline{w}$		017	032	047	062	077	093	109	126	143	158	172	181	184	179	167	151	132	112	091	070	049
$\overline{M}$	0,3	0	002	−005	−009	−012	−013	−012	−008	−001	013	032	060	097	143	099	064	038	021	009	002	0
$\overline{Q}$		0	−033	−041	−034	−020	−002	022	056	103	164	237	322	413	509*	−394	−300	−215	−144	−090	−048	0
$\overline{p}$		−047	−019	001	011	016	021	029	040	054	067	079	088	094	097	096	090	079	063	046	041	063
$\overline{w}$		016	028	040	052	065	079	094	109	125	141	157	170	179	182	177	165	150	131	112	092	072
$\overline{M}$	0,4	0	−001	−003	−007	−010	−014	−015	−014	−011	−002	011	030	057	093	138	093	058	033	015	004	0
$\overline{Q}$		0	−016	−031	−038	−036	−025	−006	022	058	104	162	231	311	403	502*	−397	−300	315	−143	−078	0
$\overline{p}$		−016	−016	−011	003	006	015	023	032	041	052	063	075	086	096	101	100	092	078	066	067	095
$\overline{w}$		−003	009	021	033	046	059	073	088	104	121	138	154	168	178	183	179	170	157	142	126	109
$\overline{M}$	0,5	0	−001	−005	−009	−013	−017	−020	−022	−021	−017	−010	003	022	048	082	126	080	045	020	005	0
$\overline{Q}$		0	−029	−040	−042	−040	−034	−024	−006	019	054	000	155	222	300	391	491*	−404	−299	−200	−106	0
$\overline{p}$		−041	−018	−006	000	004	008	014	021	030	040	050	061	073	085	096	104	106	102	095	096	123
$\overline{w}$		006	014	023	031	041	051	062	074	088	103	119	136	153	168	180	187	187	181	173	163	153

Продолжение табл. 54

Усилие	α	x																				
		—1	—0,9	—0,8	—0,7	0,6	—0,5	—0,4	—0,3	—0,2	—0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\overline{M}$	0,6	0	—001	—003	—007	—012	—016	—020	—024	—026	—026	—024	—018	—007	010	034	067	110	064	030	008	0
$\overline{Q}$		0	—018	—034	—042	—044	—043	—038	—030	—016	007	040	083	137	203	283	376	482*	—402	—280	—151	0
$\overline{p}$		—013	—019	—012	—005	000	003	006	011	018	028	038	048	060	073	086	100	112	119	124	136	176
$\overline{w}$		006	002	010	018	026	035	046	057	070	085	101	119	138	157	176	192	204	210	212	212	212
$\overline{M}$	0,7	0	000	—003	—006	—010	—015	—020	—026	—030	—034	—036	—036	—032	—024	—010	012	042	084	046	011	0
$\overline{Q}$		0	—015	—030	—040	—045	—049	—052	—051	—045	—031	—020	020	059	109	173	250	361	486*	—372	—208	0
$\overline{p}$		—007	—017	—012	—007	—004	—004	—002	003	010	018	026	034	044	056	073	094	115	134	151	179	250
$\overline{w}$		003	008	013	018	024	030	037	046	056	068	082	099	118	139	161	184	206	226	241	253	265
$\overline{M}$	0,8	0	000	002	006	010	015	021	027	034	041	047	052	056	056	052	041	022	008	052	014	0
$\overline{Q}$		0	—010	—025	—038	—048	—065	—061	—066	—068	—067	—060	—045	—020	018	071	144	240	364	524*	—270	0
$\overline{p}$		—004	—014	—014	—011	—008	—007	—005	—004	001	004	011	020	031	045	062	083	109	141	181	234	313
$\overline{w}$		—008	—004	000	005	009	014	020	028	037	048	062	079	099	123	150	180	214	248	282	313	344
$\overline{M}$	0,9	0	000	—002	—005	—009	—015	—021	—029	—038	—047	—058	—068	—078	—086	—092	—092	—085	—067	—035	018	0
$\overline{Q}$		0	—010	—024	—036	—047	—059	—070	—082	—093	—101	—106	—104	—093	—070	—039	—029	117	242	416	657*	0
$\overline{p}$		—006	—013	—013	—012	—012	—011	—011	—011	—010	—007	—002	006	016	030	049	073	105	147	203	285	412
$\overline{w}$		—003	—002	000	001	001	006	010	015	022	031	043	059	079	104	135	171	214	261	313	267	421
$\overline{M}$	1	0	000	—002	—004	—008	—014	—021	—030	—041	—054	—068	—084	—100	—117	—137	—143	—148	—142	—122	—078	0
$\overline{Q}$		0	—008	—020	—033	—048	—064	—081	—099	—118	—136	—152	—163	—167	—159	—135	—086	—005	120	308	585	1000*
$\overline{p}$		—004	—011	—013	—014	—015	—016	—018	—019	—018	—017	014	008	001	015	035	068	101	153	227	336	507
$\overline{w}$		—001	—001	—002	—002	—002	—002	—001	002	006	014	024	039	059	086	120	162	214	275	345	422	504

рон балки в таблицах приняты $a/b=10$. Пользование таблицами обеспечивает достаточную практическую точность для всех коротких балок при отношении сторон $7 \leqslant a/b < 15$. Таблицы предусматривают положение силовой или моментной нагрузки, приложенной на расстоянии от середины балки кратном величине 0,1 a.

В случае, если расстояние от середины балки до нагрузок не кратно 0,1 a, оно округляется до ближайшего предусмотренного таблицами.

Таблицы[1] составлены для значений показателя гибкости $t=1, 2, 5, 10$. При значениях $t<0{,}75$ следует пользоваться таблицами для жестких балок, а при $t>10$ — таблицами для длинных балок.

Значения безразмерных величин $\overline{M}$ и $\overline{Q}$ в таблицах увеличены в 1000 раз, а $\overline{p}$ и $\overline{w}(\overline{y})$ — в 100 раз. В случае отрицательных значений безразмерных величин знак минус ставится над первой цифрой. Таким образом, табличное число —024 для $\overline{M}$ и $\overline{Q}$ следует читать как —0,024, а для $\overline{p}$ и $\overline{w}$ — как —0,24.

Значения поперечных сил в наружном сечении силой P отмечены звездочкой и относятся к левой стороне от нагрузки. С правой стороны $\overline{Q}=\overline{Q}^*-1$. При нагрузке моментом m значение $\overline{M}^*$ относится также к левой стороне от нагрузки. Справа $\overline{M}=\overline{M}^*+1$.

Общие правила расчета по таблицам остаются теми же, что и для расчета полос. Они изложены в части второй, главе I, § 7—12. Разница лишь в том, что на этот раз показатель гибкости определяется формулой (304); полудлина балки обозначается не через l, а через a. Формулы перехода от безразмерных величин к размерным (75)—(83) остаются справедливыми, но, конечно, с учетом введенного множителя 1000 и 100.

В добавление к ним используются формулы перехода для осадок, которые в случае сосредоточенных воздействий те же самые, что и для жестких балок (313)—(314).

Для случая сплошной нагрузки по всей балке формула перехода для осадок

$$Y=\overline{Y}\,\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,q\,a\,. \qquad (323)$$

Чтобы получить значение тангенсов углов наклона касательной к линии изгиба, надо для всех сечений, кроме край-

[1] Таблицы вычислены на ЭВМ в Харьковском Промстройпроекте Е. Б. Фрайфельдом и Т. Е. Стихиной на основе метода расчета балок на упругом полупространстве (см. главу II, § 1 и 2) при степени полинома для $p(x)$ $2n=10$.

Безразмерные эпюры для балок конечной длины $2a$, шириной b' (в *м*), сосредоточенным

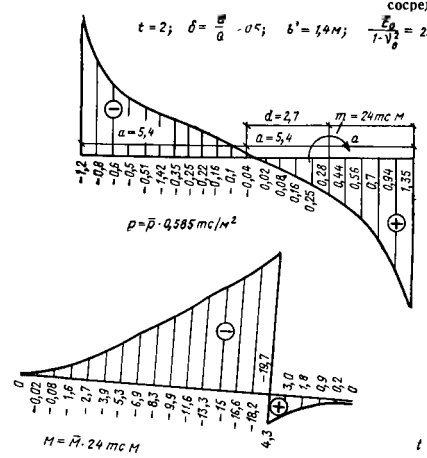
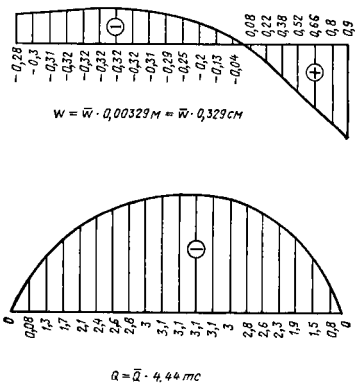


Таблица 55

лежащих на основании, с модулем деформации E_0 (в *тс/м²*) при нагрузке моментом m (в *тс·м*)



Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

изгибающих моментов $M = \overline{M} m$ *тс·м*;

поперечных сил $Q = \overline{Q}\, m/a$ *тс*;

реактивных давлений $p = \overline{p}\, m/b'\, a^2$ *тс/м²*;

осадок $w = \overline{w}\, \dfrac{(1-\nu_0^2)m}{E_0\, a^2}$ *м*.

Примечания 1. Показатель гибкости t определяется по формуле (309) $\alpha = d/a$ — приведенное расстояние от середины балки до нагрузки (d — действительное расстояние, a — полудлина балки); $x = x'/a$ — приведенное расстояние от середины балки до рассчитываемого сечения (x' — действительное расстояние).

2. Табличные данные для $\overline{M}$ и $\overline{Q}$ надо множить на 10^{-3}, а для $\overline{p}$ и $\overline{w}$ — на 10^{-2}.

Усилие	α	x: 1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1
$\overline{M}$	0	0	−009	−032	−066	−110	−162	−220	−285	−353	−426
$\overline{Q}$		0	−162	−292	−396	−481	−552	−614	−667	−709	−736
$\overline{p}$		−180	−145	−115	−092	−077	−066	−058	−048	−035	−018
$\overline{w}$		−190	−175	−159	−143	−127	−109	−091	−071	−050	−026
$\overline{M}$	0,1	0	−008	−029	−061	−102	−151	−207	−268	−335	−406
$\overline{Q}$		0	−146	−270	−371	−454	−524	−586	−641	−688	−723
$\overline{p}$		−155	−136	−112	−091	−075	−066	−059	−052	−041	−027
$\overline{w}$		−199	−184	−168	−153	−136	−120	−102	−083	−062	−039
$\overline{M}$	0,2	0	−007	−026	−056	−096	−142	−196	−255	−319	−388
$\overline{Q}$		0	−135	−250	−349	−431	−502	−564	−619	−667	−706
$\overline{p}$		−145	−125	−107	−090	−076	−066	−058	−051	−043	−033
$\overline{w}$		−189	−176	−162	−148	−134	−120	−104	−087	−069	−048
$\overline{M}$	0,3	0	−006	−025	−053	−090	−135	−186	−243	−306	−373
$\overline{Q}$		0	−129	−236	−328	−409	−481	−544	−600	−648	−688
$\overline{p}$		−143	−116	−099	−086	−076	−067	−060	−052	−044	−036
$\overline{w}$		−170	−159	−148	−137	−125	−113	−101	−087	−071	−053

x: 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
500*	426	353	285	220	162	110	066	032	009	0
−745	−736	−709	−667	−614	−552	−481	−396	−292	−162	0
0	018	035	048	058	066	077	093	115	145	180
0	026	050	071	091	109	127	143	159	175	190
−479	−553*	373	302	235	173	119	072	035	010	0
−742	−743	−725	−693	−644	−583	−510	−422	−316	−180	0
−010	008	026	041	055	067	080	096	119	154	210
−013	015	045	071	095	119	141	162	183	204	224
−460	−534	−608*	319	249	184	126	077	037	010	0
−732	−744	−739	−716	−675	−615	−540	−448	−338	−196	0
−020	−004	014	032	051	068	083	100	123	163	236
−025	001	030	060	088	115	140	164	188	212	236
−443	−516	−590	−665*	263	196	135	082	040	011	0
−719	−739	−745	733	−701	−548	−573	−477	−360	−211	0
−025	−013	002	021	043	065	085	105	130	173	259
−033	−010	016	046	076	106	134	164	188	214	241

Усилие	α	x									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	1
$\overline{M}$	0,4	0	−006	−024	−052	−087	−130	−180	−236	−297	−362
$\overline{Q}$		0	−127	−229	−315	−394	−466	−530	−586	−633	−673
$\overline{p}$		−152	−111	−092	−082	−076	−068	−060	−051	−044	−037
$\overline{w}$		−152	−143	−134	−125	−116	−107	−096	−085	−071	−057
$\overline{M}$	0,5	0	−009	−032	−063	−099	−142	−198	−244	−302	−364
$\overline{Q}$		0	−175	−270	−338	−399	−457	−510	−557	−599	−636
$\overline{p}$		−248	−122	−076	−063	−059	−056	−050	−044	−039	−035
$\overline{w}$		−142	−134	−127	−120	−112	−104	−095	−085	−073	−059
$\overline{M}$	0,6	0	−007	−026	−054	−088	−130	−178	−231	−289	−352
$\overline{Q}$		0	−138	−234	−313	−383	−447	−506	−559	−606	−647
$\overline{p}$		−173	−112	−086	−073	−067	−062	−056	−050	−044	−038
$\overline{w}$		−146	−139	−131	−123	−116	−107	−098	−087	−076	−062
$\overline{M}$	0,7	0	−005	−019	−041	−072	−110	−155	−201	−264	−326
$\overline{Q}$		0	−094	−184	−268	−346	−418	−483	−543	−596	−644
$\overline{p}$		−093	−093	−087	−081	−075	−068	−062	−057	−051	−044
$\overline{w}$		−151	−143	−135	−127	−119	−110	−101	−190	−078	−064
$\overline{M}$	0,8	0	−006	−023	−048	−081	−121	−167	−219	−276	−339
$\overline{Q}$		0	−116	−212	−294	−366	−430	−491	−547	−599	−645
$\overline{p}$		−128	−105	−088	−076	−068	−062	−058	−054	−049	−042
$\overline{w}$		−157	−148	−140	−132	−123	−113	−104	−092	−080	−066
$\overline{M}$	0,9	0	−006	−022	−048	−081	−120	−166	−218	−276	−338
$\overline{Q}$		0	−115	−210	−293	−365	−431	−491	−547	−598	−644
$\overline{p}$		−126	−104	−088	−077	−069	−063	−058	−054	−048	−042
$\overline{w}$		−153	−146	−137	−129	−121	−112	−102	−092	−080	−066
$\overline{M}$	1	0	−006	−022	−048	−081	−120	−167	−219	−276	−338
$\overline{Q}$		0	−116	−211	−292	−365	−432	−492	−548	−599	−644
$\overline{p}$		−129	−104	−087	−077	−069	−063	−058	−053	−048	−041
$\overline{w}$		−150	−142	−134	−127	−118	−110	−101	−090	−079	−065

$t = 2$

Усилие	α	x									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1
$\overline{M}$	0	0	−008	−030	−063	−106	−156	−214	−278	−348	−423
$\overline{Q}$		0	−151	−279	−382	−466	−540	−609	−673	−731	−764
$\overline{p}$		−157	−141	−115	−092	−078	−071	−067	−060	−046	−025
$\overline{w}$		−171	−160	−149	−137	−126	−113	−097	−079	−057	−031

Продолжение табл. 55

x										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−431	−503	−577	−652	725*	205	141	086	041	011	0
−706	−731	−745	−743	−728	−673	−600	−502	−378	−219	0
−025	−020	−006	012	034	060	086	111	139	182	265
−039	−019	004	031	062	095	127	157	186	216	246
−429	−497	−568	−540	−711	−781*	154	096	048	014	0
−668	−696	−715	−721	−710	−677	−618	−534	−420	−258	0
−030	−024	−014	001	022	046	071	098	133	191	340
−043	−025	−003	022	051	085	120	155	190	223	257
−418	−488	−560	−533	−707	−778	−844*	096	047	013	0
−682	−710	−729	−735	−724	−693	−636	−548	−423	−249	0
−032	−024	−013	001	020	043	071	105	147	206	300
−046	−028	−006	019	048	081	120	161	201	241	281
−392	−462	−535	−610	−685	−758	−828	−892*	054	015	0
−684	−717	−739	−749	−745	−722	−675	−598	−474	−286	0
−036	−027	−017	−003	013	034	061	099	151	220	353
−048	−030	−008	017	046	080	118	162	208	254	300
−405	−475	−547	−621	−694	766	−834	−896	−949*	014	0
−683	−712	−731	−737	−739	−705	−657	−578	−455	−271	0
−034	−024	−013	000	015	035	062	099	150	222	326
−049	−030	−008	018	047	081	120	164	214	267	320
−404	−474	−546	−620	−694	−766	−834	−896	−948	−985*	0
−582	−712	−731	−738	−731	−706	−657	−578	−456	−274	0
−034	−025	−014	−000	016	036	062	098	148	221	335
−049	−031	−009	016	045	079	117	161	210	265	324
−404	−474	−547	−620	−694	−766	−834	−896	−948	993	−1000*
−682	−711	−731	−739	−732	−706	656	−576	−455	−274	0
−034	−025	−014	−001	016	036	063	098	147	220	336
−049	−031	−010	005	044	077	115	158	207	263	324

Продолжение табл. 55

x										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−500*	423	348	278	214	156	106	063	030	008	0
−777	−764	−731	−673	−609	−540	−466	−382	−279	−151	0
0	025	046	060	067	071	078	092	115	141	156
0	031	057	079	097	113	126	137	149	160	171

Усилие	α	x									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1
$\overline{M}$	0,1	0	−009	−032	−068	−112	−164	−223	−286	−354	−424
$\overline{Q}$		0	−168	−298	−402	−486	−555	−611	−656	−689	−710
$\overline{p}$		−192	−147	−115	−093	−076	−063	−050	−039	−027	−015
$\overline{w}$		−192	−181	−169	−159	−146	−132	−116	−099	−078	−053
$\overline{M}$	0,2	0	−009	−032	−067	−111	−162	−220	−283	−350	−420
$\overline{Q}$		0	−166	−294	−397	−481	−550	−606	−651	−684	−706
$\overline{p}$		−190	−144	−114	−092	−076	−062	−050	−039	−028	−016
$\overline{w}$		−175	−167	−159	−151	−142	−132	−120	−106	−090	−069
$\overline{M}$	0,3	0	−008	−031	−066	−109	−161	−218	−280	−347	−416
$\overline{Q}$		0	−164	−291	−392	−476	−546	−602	−647	−680	−703
$\overline{p}$		−190	−142	−113	−092	−076	−063	−050	−039	−028	−017
$\overline{w}$		−140	−136	−133	−129	−125	−120	−113	−104	−093	−078
$\overline{M}$	0,4	0	−008	−031	−065	−109	−159	−217	−279	−345	−414
$\overline{Q}$		0	−164	−289	−389	−473	−542	−598	−643	−677	−699
$\overline{p}$		−191	−141	−111	−091	−076	−063	−051	−039	−028	−017
$\overline{w}$		−104	−105	−106	−106	−106	−106	−104	−099	−093	−083
$\overline{M}$	0,5	0	−009	−033	−068	−111	−162	−219	−280	−346	−414
$\overline{Q}$		0	−173	−297	−394	−474	−540	−594	−637	−670	−692
$\overline{p}$		−210	−143	−108	−087	−073	−060	−049	−038	−027	−017
$\overline{w}$		−087	−090	−094	−096	−098	−099	−100	−098	−094	−087
$\overline{M}$	0,6	0	−009	−032	−067	−109	−159	−216	−277	−343	−411
$\overline{Q}$		0	−165	−290	−388	−470	−538	−593	−637	−671	−694
$\overline{p}$		−195	−141	−110	−089	−074	−062	−050	−049	−028	−018
$\overline{w}$		−097	−100	−102	−104	−105	−106	−105	−103	−099	−091
$\overline{M}$	0,7	0	−008	−030	−063	−105	−155	−211	−272	−337	−405
$\overline{Q}$		0	−156	−278	−378	−461	−530	−588	−633	−668	−693
$\overline{p}$		178	−137	−110	−091	−076	−063	−051	−040	−030	−019
$\overline{w}$		−108	−109	−111	−111	−012	−112	−111	−108	−102	−095
$\overline{M}$	0,8	0	−008	−031	−065	−107	−157	−213	−275	−340	−408
$\overline{Q}$		0	−161	−285	−384	−465	−534	−590	−635	−669	−693
$\overline{p}$		−186	−140	−110	−090	−074	−062	−050	−040	−029	−019
$\overline{w}$		−120	−120	−120	−120	−120	−118	−116	−112	−106	−097
$\overline{M}$	0,9	0	−008	−031	−054	−107	−157	−213	−275	−340	−408
$\overline{Q}$		0	−160	−284	−384	−466	−534	−590	−635	−669	−693
$\overline{p}$		−185	−139	−110	−090	−074	−062	−050	−040	−029	−019
$\overline{w}$		−114	−115	−116	−116	−116	−115	−113	−110	−104	−096

x										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−495	−567*	362	294	229	169	116	070	034	009	0
−719	−714	−697	−567	−624	−569	−499	−414	−309	−176	0
−002	011	024	036	049	062	077	094	117	151	205
−023	013	049	080	108	132	154	175	195	214	233
−491	−563	−633*	298	232	172	118	071	034	009	0
−718	−715	−700	−673	−631	−576	−506	−420	−314	−179	0
−005	008	021	034	048	062	078	095	118	153	210
−045	−014	023	061	094	125	153	179	204	228	253
−487	−559	−629	−698*	236	174	100	072	035	010	0
−714	−714	−702	−676	−637	−583	−513	−426	−319	−183	0
−006	006	019	032	046	062	078	096	112	155	216
−059	−034	−004	033	073	108	141	172	201	230	260
−484	−557	−627	−596	−762*	176	121	073	035	010	0
−711	−712	−702	−679	−641	−589	−519	−432	−323	−184	0
−007	005	017	030	045	061	078	097	122	158	217
−069	−050	−025	006	045	087	125	162	197	232	267
−484	−554	−625	−693	−759	−821*	124	075	037	010	0
−704	−705	−696	−674	−639	−590	−523	−438	−331	−193	0
−007	004	015	028	043	058	075	095	121	160	232
−076	−060	−039	−012	023	067	114	158	202	244	287
−481	−552	−623	−692	−758	−820	−876*	075	036	010	0
−706	−708	−699	−677	−643	−593	−527	−442	−333	−191	0
−007	004	015	027	042	057	075	096	124	162	225
−080	−064	−043	−017	018	061	113	170	225	278	332
−475	−546	−617	−686	−753	−815	−872	−922*	038	010	0
−707	−710	−701	−681	−648	−600	−536	−453	−344	−199	0
−008	003	014	027	040	055	073	095	125	168	236
−083	−067	−046	−019	015	057	109	171	237	303	369
−478	−549	−620	−689	−755	−817	−874	−923	−963*	010	0
−707	−709	−700	−678	−644	−596	−532	−448	−034	−196	0
−009	003	015	027	041	056	073	095	124	166	230
−084	−067	−045	−017	018	061	113	176	249	328	416
−478	−549	−620	−689	−755	−817	−874	−923	−962	−990*	0
−706	−709	−700	−679	−645	−596	−532	−448	−340	−196	0
−008	003	015	027	041	058	073	095	124	166	232
−085	−069	−048	−020	014	056	108	169	241	326	416

11* Зак 98

Усилие	α	x									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	0,1
$\overline{M}$	1	0	−008	−031	−064	−107	−157	−213	−275	−340	−408
$\overline{Q}$		0	−168	−284	−384	−466	−534	−590	−635	−669	−693
$\overline{p}$		−186	−139	−110	−090	−075	−062	−050	−040	−029	−019
$\overline{w}$		−106	−108	−109	−111	−111	−111	−110	−108	−103	−095

$t = 5$

Усилие	α	x									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	0,1
$\overline{M}$	0	0	−008	−026	−055	−094	−141	−196	−260	−333	−414
$\overline{Q}$		0	−118	−243	−344	−427	−506	−594	−689	−777	−840
$\overline{p}$		−092	−130	−114	−089	−078	−083	−093	−094	−077	−045
$\overline{w}$		−113	−117	−120	−122	−122	−120	−113	−099	−078	−045
$\overline{M}$	0,1	0	−004	−016	−039	−070	−109	−155	−210	−276	351
$\overline{Q}$		0	−064	−175	−274	−351	−424	−507	−604	−705	−792
$\overline{p}$		−002	−103	−109	−086	−072	−076	−091	−101	−097	−074
$\overline{w}$		−187	−184	−181	−178	−173	−166	−155	−140	−118	−087
$\overline{M}$	0,2	0	−001	−009	−025	−050	−083	−123	−172	−229	−297
$\overline{Q}$		0	−033	−118	−208	−289	−364	−443	−532	−627	−721
$\overline{p}$		015	−069	−092	−087	−077	−076	−083	−093	−097	−089
$\overline{w}$		−161	−161	−163	−164	−164	−162	−158	−150	−136	−115
$\overline{M}$	0,3	0	−001	−007	−020	−040	−067	−101	−144	−196	−257
$\overline{Q}$		0	−039	−095	−161	−232	−308	−389	−473	−561	−653
$\overline{p}$		−026	−049	−062	−069	−074	−078	−082	−086	−090	−091
$\overline{w}$		−084	−094	−104	−114	−123	−130	−136	−138	−136	−127
$\overline{M}$	0,4	0	−001	−007	−017	−033	−055	−086	−125	−171	−226
$\overline{Q}$		0	−048	−078	−123	−189	−267	−348	−427	−505	−589
$\overline{p}$		−077	−030	−034	−056	−074	−080	−083	−085	−086	−088
$\overline{w}$		−005	−024	−062	−060	−078	−095	−110	−122	−130	−133
$\overline{M}$	0,5	0	−001	−005	−013	−025	−044	−071	−106	−148	−198
$\overline{Q}$		0	−038	−057	−094	−156	−232	−310	−385	−459	−540
$\overline{p}$		−068	−019	−025	−050	−071	−073	−077	−079	−079	−086
$\overline{w}$		028	−006	−016	−037	−058	−079	−098	−114	−128	−136
$\overline{M}$	0,6	0	−001	−006	−013	−023	−040	−063	−093	−132	−178
$\overline{Q}$		0	−034	−054	−084	−133	−196	−267	−343	−423	−510
$\overline{p}$		−056	−021	−022	−039	−057	−068	−074	−078	−083	−091
$\overline{w}$		−004	−023	−041	−059	−077	−094	−110	−124	−135	−142

Продолжение табл. 55

x										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−478	−549	−620	−689	−755	−817	−874	−923	−962	−990	−1000*
−706	−709	−700	−679	−645	−596	−532	−448	−339	−196	0
−008	003	015	027	041	056	074	095	124	166	232
−085	−069	−049	−022	011	053	103	164	236	320	416

Продолжение табл. 55

x										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−500*	−414	333	260	196	141	094	055	026	007	0
−864	−840	−777	−689	−594	−506	−427	−344	−243	−118	0
0	045	079	094	093	083	078	089	114	130	092
000	045	078	099	113	120	122	122	120	117	113
−433	−519*	395	314	241	176	120	073	036	011	0
−848	−863	−837	−777	−696	−606	−514	−420	−314	−181	0
−037	006	045	073	087	092	092	097	116	154	210
−045	011	068	112	146	172	193	210	224	237	250
−373	−466	−543*	370	286	210	144	089	044	013	0
−802	−856	−876	−857	−800	714	610	500	383	236	0
−070	−039	−000	039	073	097	108	112	126	179	305
084	−042	−015	073	120	157	188	214	237	259	280
−326	−405	−490	−580*	330	244	167	102	050	014	0
−741	−822	−882	−908	−889	−822	−715	−584	−442	−273	0
−086	−072	−045	−005	043	089	122	137	149	202	372
−111	−083	−043	012	071	118	158	193	224	254	283
−280	−363	−445	−535	−630*	276	189	114	055	014	0
−681	−778	−868	−933	−952	−914	−817	−676	−504	−298	0
−096	−096	−080	−045	008	068	122	158	185	236	388
−128	−114	−089	−049	007	068	120	166	208	248	288
−257	−325	−405	−493	−589	−688*	218	133	064	017	0
−633	−737	−842	−931	−981	−976	−906	−775	−590	−347	0
−099	−107	−100	−073	−025	037	102	159	211	282	435
−138	−132	−166	−086	−041	022	092	155	213	270	325
−234	−300	−376	−461	−551	−654	−753*	154	076	021	0
−606	−708	−810	−902	−971	−999	−971	−870	−683	−399	0
−099	−103	−099	−083	−051	−003	062	142	233	337	469
−143	−136	−120	−092	−049	011	092	181	266	347	428

Усилие	α	x									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1
$\overline{M}$	0,7	0	−001	−004	−009	−019	−034	−054	−081	−117	−161
$\overline{Q}$		0	−016	−041	−075	−119	−173	−238	−312	−396	−488
$\overline{p}$		−010	−020	−029	−039	−049	−059	−070	−079	−088	−095
$\overline{w}$		−037	−052	−066	−081	−096	−110	−122	−133	−142	−146
$\overline{M}$	0,8	0	−001	−003	−009	−018	−031	−050	−076	−110	−153
$\overline{Q}$		0	−008	−039	−074	−112	−159	−220	−297	−386	−483
$\overline{p}$		017	−025	−034	−035	−041	−053	−069	−084	−094	−099
$\overline{w}$		−072	−083	−004	−105	−116	−126	−135	−143	−148	−149
$\overline{M}$	0,9	0	−000	−002	−007	−016	−029	−049	−075	−108	−152
$\overline{Q}$		0	−002	−031	−068	−112	−163	−224	−298	−384	−478
$\overline{p}$		021	−020	−035	−040	−046	−056	−068	−080	−090	−097
$\overline{w}$		−056	−068	−081	−094	−106	−118	−129	−138	−145	−148
$\overline{M}$	1	0	−000	−002	−007	−016	−029	−049	−076	−110	−153
$\overline{Q}$		0	−007	−031	−066	−111	−165	−229	−303	−386	−476
$\overline{p}$		005	−017	−030	−040	−049	−059	−069	−078	−087	−094
$\overline{w}$		−036	−050	−065	−080	−094	−108	−121	−132	−141	−146

$t = 10$

Усилие	α	x									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1
$\overline{M}$	0	0	−006	−019	−044	−078	−119	−170	−234	−312	−402
$\overline{Q}$		0	−070	−193	−293	−370	−456	−570	−709	−849	−953
$\overline{p}$		011	−119	−116	−085	−076	−098	−129	−145	−128	−075
$\overline{w}$		−029	−052	−074	−095	−113	−126	−132	−126	−106	−066
$\overline{M}$	0,1	0	000	−005	−021	−045	−077	−116	−168	−234	−215
$\overline{Q}$		0	010	−104	−208	−280	−350	−449	−584	−736	−873
$\overline{p}$		156	−086	−120	−085	−065	−081	−118	−148	−150	−117
$\overline{w}$		−208	−210	−213	−215	−216	−214	−207	−192	−167	−126
$\overline{M}$	0,2	0	003	004	−003	−020	−044	−077	−119	−174	−242
$\overline{Q}$		0	045	−030	−126	−208	−283	−370	−481	−612	−751
$\overline{p}$		164	−037	−096	−090	−076	−078	−098	−123	−138	−134
$\overline{w}$		−181	−195	−190	−195	−200	−203	−204	−199	−187	−164
$\overline{M}$	0,3	0	003	003	000	−010	−028	−053	−088	−133	−190
$\overline{Q}$		0	014	−014	−067	−134	−212	−300	−398	−508	−631
$\overline{p}$		047	−011	−043	−061	−072	−083	−093	−104	−117	−127
$\overline{w}$		−044	−062	−081	−101	−120	−138	−155	−168	−175	−174

Продолжение табл. 55

x										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−215	−278	−352	−435	−527	−625	−726	−824*	089	026	0
−586	−687	−786	−878	−954	−003	−005	−939	−774	−475	0
−100	−100	−097	−085	−064	−029	027	110	226	379	580
−146	−139	−122	−095	−054	004	082	183	294	403	510
−207	−270	−342	−424	−514	−611	−712	−813	−903*	028	0
−582	−679	−772	−860	−938	−997	−018	−972	−820	−514	0
−098	−095	−091	−084	−071	−044	007	092	220	400	640
−146	−136	−117	−088	−045	014	093	194	322	462	601
−204	−267	−340	−422	−512	−610	−711	−810	−902	−971*	0
−577	−677	−774	−864	−943	−998	−016	−970	−826	−528	0
−099	−099	−094	−085	−069	−040	009	088	210	396	681
−147	−139	−123	−095	−055	002	079	178	302	456	624
−205	−258	−340	−422	−513	−611	−712	−812	−902	−971	1000*
−573	−674	−774	−868	−947	−001	−114	−965	−820	−528	0
−099	−101	−098	−088	−069	−036	014	090	207	391	691
−147	−141	−126	−101	−062	−006	068	166	289	440	623

Продолжение табл. 55

x										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−500*	−402	−312	−234	−170	−119	−078	−044	−020	−006	0
−991	−953	−849	−709	−570	−456	−370	−293	−193	−070	0
0	075	128	145	129	098	076	085	116	119	011
0	066	106	126	132	126	113	095	074	052	029
−407	−505*	399	309	231	166	112	069	035	012	0
−961	−983	−937	−841	−718	−594	−483	−386	−289	−167	0
057	013	075	114	127	119	103	093	105	143	191
066	020	107	168	210	236	254	262	266	268	270
−324	−416	−514*	388	296	214	−145	090	046	014	0
−873	−959	−991	−962	−877	−754	−618	−492	−381	−248	0
−107	−061	−002	058	107	134	134	116	111	170	350
−125	−066	20	107	169	212	242	252	277	288	298
−260	−342	−436	−537*	360	262	177	107	054	015	0
−760	−884	−983	−1033	−1015	−924	−778	−614	−463	−302	0
−129	−116	−078	−018	056	123	161	160	145	197	459
−161	−131	−080	000	081	140	182	213	237	257	276

Усилие	α	ξ									
		−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1
$\overline{M}$	0,4	0	002	000	000	−005	−017	−037	−067	−104	−151
$\overline{Q}$		0	−019	−004	−020	−079	−162	−250	−334	−421	−523
$\overline{p}$		076	015	005	−039	−075	−081	−085	−089	−092	−113
$\overline{w}$		102	068	034	001	−033	−067	−099	−129	−154	−173
$\overline{M}$	0,5	0	002	002	004	003	−005	−022	−046	−077	−117
$\overline{Q}$		0	010	018	010	−043	−123	−204	−279	−353	−443
$\overline{p}$		073	028	016	−033	−071	−073	−078	−079	−079	−104
$\overline{w}$		154	117	079	042	004	−035	−072	−109	−142	−170
$\overline{M}$	0,6	0	000	000	−001	−001	−003	−014	−032	−058	−092
$\overline{Q}$		0	−011	−011	013	−019	−074	−142	−217	−300	−399
$\overline{p}$		056	018	017	−015	−046	−064	−071	−078	−090	−109
$\overline{w}$		082	052	022	−007	−037	−067	−097	−125	−152	−175
$\overline{M}$	0,7	0	001	003	005	005	003	−005	−018	−040	−071
$\overline{Q}$		0	019	024	015	−009	−048	−103	−174	−262	−367
$\overline{p}$		028	011	−002	−016	−031	−047	−063	−080	−096	−113
$\overline{w}$		007	−014	−034	−055	−076	−097	−119	−140	−160	−178
$\overline{M}$	0,8	0	001	004	005	006	004	−001	−012	−032	−062
$\overline{Q}$		0	000	022	010	−003	−027	−076	−151	−249	−363
$\overline{p}$		082	000	−014	−011	−016	−035	−062	−088	−107	−118
$\overline{w}$		−067	−080	−092	−105	−118	−131	−144	−158	−170	−181
$\overline{M}$	0,9	0	002	006	009	010	008	002	−010	−030	−060
$\overline{Q}$		0	042	037	019	−005	−038	−087	−157	−247	−354
$\overline{p}$		087	010	015	021	027	040	059	080	099	114
$\overline{w}$		−036	−051	−066	−081	−097	−114	−131	−148	−164	−178
$\overline{M}$	1	0	002	005	009	010	008	001	−012	−032	−062
$\overline{Q}$		0	033	037	024	−003	−042	−096	−164	−248	−349
$\overline{p}$		−055	−015	−005	−020	−033	−046	−061	−076	−092	−109
$\overline{w}$		004	−015	−034	−053	−073	−094	−115	−136	−156	−175

них, пользоваться формулой

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Y_{i+1} - Y_{i-1}}{0{,}2\,a}, \qquad (324)$$

где $Y_{i+1}-Y_{i-1}$ — устанавливаемые из таблиц значения осадок (прогибов) в соседних (справа и слева) сечениях, предусмотренных таблицами. Для крайних сечений

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{0{,}1\,a}. \qquad (325)$$

ξ										
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
−210	−282	−369	−470	−579*	311	210	125	059	015	**0**
−649	−797	−945	−1061	−1109	−1068	−941	−757	−553	−333	**0**
−139	−153	−138	−087	−005	087	162	199	207	248	**464**
−183	−178	−156	−110	−035	046	107	154	194	229	**263**
−167	−231	−311	−407	−517	−632*	255	155	074	019	**0**
−564	−716	−884	−1038	−1139	−1157	−1078	−915	−689	−407	**0**
−137	−164	−167	−133	−063	030	124	198	251	323	**528**
−191	−201	−197	−172	−122	−038	054	129	195	255	**316**
−138	−197	−271	−360	−464	−579	−697*	190	093	025	**0**
−519	−661	−816	−970	−1100	−1178	−1176	−1071	−845	−491	**0**
−131	−151	−158	−146	−108	−043	050	163	289	420	**567**
−192	−200	−195	−173	−128	−054	057	181	293	399	**502**
−114	−169	−239	−322	−421	−532	−651	−772*	117	034	**0**
−488	−621	−766	−912	−1050	−1162	−1219	−1182	−1002	−625	**0**
−127	−139	−146	−145	−129	−090	−017	100	269	492	**766**
−191	−196	−191	−170	−129	−061	041	184	345	498	**648**
−104	−159	−226	−307	−401	−508	−628	−752	−670*	039	**0**
−484	−608	−737	−872	−1011	−1142	−1233	−1235	−1082	−695	**0**
−123	−126	−132	−138	−138	−117	−057	063	257	529	**874**
−188	−188	−177	−152	−108	−038	064	206	396	610	**821**
−102	−155	−222	−303	−398	−506	−625	−749	−866	−959*	**0**
−474	−603	−739	−879	−1018	−1142	−1226	−1229	−1091	−723	**0**
125	133	139	−141	135	109	052	056	236	520	**956**
−189	−193	−187	−167	−127	−062	035	172	357	597	**866**
−103	−156	−222	−304	−400	−509	−628	−751	−867	−960	**−1000***
−466	−597	−740	−887	−1028	−1148	−1224	−1219	−1081	−723	**0**
−124	−138	−146	−146	−134	−102	−042	060	230	510	**977**
−189	−196	−194	−177	−141	−080	014	148	330	567	**864**

§ 6. РАСЧЕТ ДЛИННЫХ БАЛОК

Правила расчета длинных балок в основном имеют в виду железобетонные ленточные фундаменты. Правила расчета длинных балок на подвижную нагрузку (фундаментных балок подкрановых путей) приводятся в § 11.

Расчет длинных балок ведется по табл. 57 безразмерных расчетных величин. Однако эта таблица составлена только для

Таблица 56

Безразмерные эпюры балок конечной длины $2a$, шириной b' (в *м*), лежащих на основании, с модулем деформации E_0 (в *тс/м²*) при нагрузке q (в *тс/м*), распределенной по всей длине балки

Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

изгибающих моментов

$$M = \overline{M}\, a^2 q \ \ тс/м;$$

поперечных сил

$$Q = \overline{Q}\, a q \ \ тс;$$

реактивных давлений

$$p = \overline{p}\, q \ \ тс/м;$$

осадок

$$Y = \overline{Y}\, \frac{(1-\nu_0^2)}{E_0}\, q.$$

Примечания: 1 Показатель гибкости t определяется по формуле (309), $x = x'/a$ — приведенное расстояние от середины балки до рассчитываемого сечения (x' — действительное расстояние).

2. Табличные данные для $\overline{M}$ и $\overline{Q}$ надо множить на 10^{-3}, а для $\overline{p}$ и $\overline{Y}$ — на 10^{-2}. Для левой половины балки $\overline{Q}$ брать с обратным знаком

t	x = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
						$\overline{M}$					
1	032	032	031	028	025	021	016	012	007	002	0
2	027	027	027	024	021	019	015	011	006	002	0
5	020	020	019	017	016	014	011	008	004	002	0
10	012	012	012	012	011	010	009	006	004	001	0
						$\overline{Q}$					
1	0	—009	—019	—028	—035	—043	—049	—052	—049	—036	0
2	0	—008	—016	—022	—030	—036	—042	—045	—046	—032	0
5	0	—004	—010	—015	—020	—024	—030	—033	—033	—023	0
10	0	—002	—005	—008	—010	—015	—019	—023	—026	—020	0
						$\overline{p}$					
1	090	090	091	091	092	093	095	100	107	122	153
2	092	092	092	092	093	094	096	098	116	147	198
5	096	095	095	095	095	094	094	093	102	114	141
10	098	097	097	096	093	095	096	096	100	110	134
						$\overline{Y}$					
1	221	220	220	219	218	217	217	216	215	213	212
2	222	222	221	220	220	218	217	214	212	211	208
5	226	226	225	224	223	218	217	213	210	205	201
10	230	230	229	227	224	221	216	212	207	202	196

Таблица 57

Безразмерные эпюры для длинных балок на упругом основании

Формулы перехода от безразмерных эпюр к действительным для:

реактивных давлений

$$p = \overline{p}\frac{P}{L} \ \ тс/м;$$

изгибающих моментов

$$M = \overline{M}\, P L \ \ тс\cdot м;$$

поперечных сил

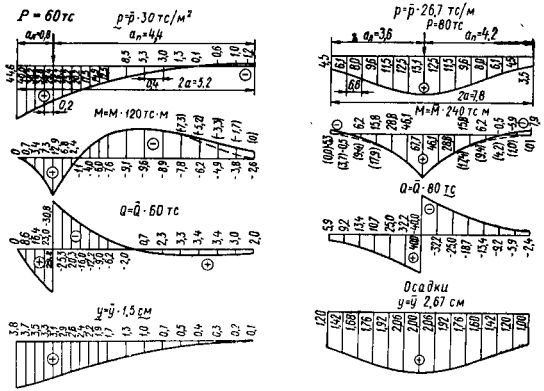
$$Q = \overline{Q}\, P \ \ тс;$$

осадок (прогибов)

$$Y = \overline{Y}\, \frac{1-\nu_0^2}{E_0}\cdot\frac{P}{L} \ \ м$$

В примере 1.
$L = 2$ *м*, $\beta = 0{,}075$, $\alpha_л = 0{,}4$, $\frac{E_0}{1-\nu_0^2} = 200$ *кгс/см²*.

В примере 2.
$L = 3$ *м*, $\beta = 0{,}3$, $\alpha_л = 1{,}2$, $\alpha_п = 1{,}4$, $\frac{E_0}{1-\nu_0^2} = 100$ *кгс/см²*.



$\beta = 0{,}025$

$\alpha_п$	α = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞
						$\overline{p}$						
0	3,227	2,747	2,259	1,828	1,402	1,101	0,867	0,723	0,570	0,424	0,273	0,761
0,1	2,626	2,296	1,963	1,644	1,335	1,057	0,825	0,643	0,482	0,340	0,219	0,733
0,2	2,105	1,895	1,683	1,465	1,248	1,034	0,829	0,643	0,480	0,342	0,226	0,668
0,3	1,658	1,538	1,421	1,291	1,159	1,106	0,846	0,680	0,537	0,395	0,284	0,602
0,4	1,282	1,229	1,182	1,121	1,059	0,967	0,857	0,727	0,588	0,480	0,371	0,552

ξ	α = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞
0,5	0,963	0,959	0,962	0,958	0,947	0,911	0,851	0,765	0,669	0,569	0,471	0,509
0,6	0,698	0,730	0,768	0,802	0,831	0,839	0,825	0,875	0,723	0,649	0,573	0,456
0,7	0,481	0,538	0,603	0,660	0,715	0,755	0,775	0,772	0,750	0,711	0,659	0,388
0,8	0,306	0,376	0,454	0,528	0,601	0,665	0,714	0,745	0,757	0,751	0,724	0,310
0,9	0,165	0,246	0,328	0,413	0,494	0,575	0,645	0,703	0,742	0,759	0,756	0,233
1	0,057	0,141	0,230	0,314	0,401	0,484	0,563	0,634	0,693	0,737	0,762	0,164
1,2	−0,085	−0,003	0,079	0,160	0,243	0,325	0,409	0,494	0,576	0,660	0,712	0,065
1,4	−0,152	−0,083	−0,012	0,057	0,127	0,199	0,275	0,353	0,432	0,507	0,583	0,013
1,6	−0,170	−0,115	−0,062	−0,006	0,047	0,106	0,167	0,233	0,300	0,367	0,438	−0,009
1,8	−0,158	−0,121	−0,083	−0,040	−0,003	0,043	0,089	0,141	0,192	0,243	0,301	−0,016
2	−0,134	−0,109	−0,064	−0,055	−0,030	0,002	0,035	0,073	0,110	0,149	0,192	−0,016
2,2	−0,106	−0,091	−0,074	−0,058	−0,042	−0,023	−0,002	0,024	0,051	0,079	0,111	−0,014
2,4	−0,076	−0,068	−0,059	−0,051	−0,043	−0,034	−0,019	−0,008	0,013	0,028	0,050	−0,012
2,6	−0,052	−0,050	−0,045	−0,042	−0,039	−0,035	−0,031	−0,017	−0,013	−0,009	−0,003	−0,009
3	−0,032	−0,033	−0,033	−0,033	−0,035	−0,035	−0,034	−0,032	−0,031	−0,031	−0,031	−0,007
3	−0,021	−0,020	−0,020	−0,024	−0,028	−0,034	−0,040	−0,044	−0,042	−0,039	−0,030	−0,005

$\overline{M}$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,176
0,1	−0,085	0,013	0,011	0,007	0,007	0,006	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,130
0,2	−0,142	−0,050	0,041	0,033	0,028	0,022	0,018	0,015	0,011	0,007	0,005	0,091
0,3	−0,181	−0,094	−0,011	0,072	0,059	0,048	0,039	0,031	0,022	0,017	0,011	0,058
0,4	−0,202	−0,124	−0,050	0,026	0,104	0,085	0,068	0,054	0,041	0,030	0,020	0,032
0,5	−0,209	−0,142	−0,076	−0,007	0,059	0,131	0,105	0,085	0,065	0,046	0,031	0,011
0,6	−0,207	0,150	−0,092	−0,035	0,022	0,085	0,152	0,122	0,092	0,070	0,048	−0,006
0,7	−0,198	−0,150	−0,102	−0,054	−0,004	0,050	0,107	0,168	0,131	0,100	0,070	−0,016
0,8	−0,185	−0,144	−0,105	−0,067	−0,024	0,020	0,068	0,120	0,176	0,137	0,100	−0,023
0,9	−0,168	−0,135	−0,105	−0,072	−0,039	−0,002	0,039	0,081	0,130	0,179	0,137	−0,027
1	−0,150	−0,124	−0,100	−0,074	−0,048	−0,018	0,015	0,050	0,069	0,135	0,181	−0,029
1,2	−0,113	−0,098	−0,085	−0,070	−0,056	−0,039	−0,018	0,004	0,030	0,059	0,092	−0,028
1,4	−0,080	−0,072	−0,087	−0,061	−0,054	−0,044	−0,033	−0,020	−0,007	0,011	0,031	−0,024
1,6	−0,050	−0,054	−0,048	−0,048	−0,046	−0,043	−0,039	−0,033	−0,028	−0,018	−0,007	−0,020
1,8	−0,028	−0,030	−0,033	−0,035	−0,035	−0,037	−0,037	−0,035	−0,034	−0,031	−0,026	−0,016
2	−0,013	−0,017	−0,020	−0,024	−0,026	−0,031	−0,031	−0,032	−0,035	−0,035	−0,035	−0,012
2,2	−0,004	−0,007	−0,011	−0,015	−0,018	−0,024	−0,024	−0,026	−0,030	−0,033	−0,035	−0,010
2,4	0,002	0,000	−0,006	−0,007	−0,011	−0,017	−0,017	−0,018	−0,024	−0,028	−0,031	−0,008
2,6	0,005	0,002	−0,002	−0,003	−0,005	−0,009	−0,009	−0,013	−0,017	−0,020	−0,024	−0,006
2,8	0,006	0,004	0,000	0,000	−0,002	−0,004	−0,004	−0,008	−0,011	−0,015	−0,018	−0,005
3	0,006	0,004	0,002	0,001	0,000	−0,001	−0,002	−0,002	−0,005	−0,009	−0,013	−0,004

$\overline{Q}$

0	0,000*	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	−0,500*
0,1	−0,708	0,252*	0,220	0,174	0,137	0,106	0,083	0,068	0,050	0,038	0,026	−0,425
0,2	−0,472	−0,539	0,393*	0,330	0,268	0,211	0,165	0,128	0,091	0,071	0,047	−0,355
0,3	−0,284	−0,367	−0,452	0,467*	0,387	0,313	0,250	0,194	0,146	0,107	0,072	−0,292
0,4	−0,138	−0,229	−0,322	−0,413	0,497*	0,412	0,335	0,264	0,202	0,150	0,103	−0,234
0,5	−0,026	−0,120	−0,215	−0,309	−0,402	0,506*	0,420	0,340	0,266	0,202	0,144	−0,181
0,6	0,056	−0,036	−0,129	−0,221	−0,314	−0,407	0,504*	0,417	0,386	0,263	0,197	−0,132

ξ	α = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞
0,7	0,113	0,027	−0,061	−0,149	−0,237	−0,328	−0,416	0,495*	0,413	0,333	0,261	−0,090
0,8	0,153	0,073	−0,009	−0,089	−0,171	−0,256	−0,340	−0,427	0,488*	0,407	0,330	−0,065
0,9	0,176	0,103	0,030	−0,042	−0,116	−0,194	−0,272	−0,354	−0,438	0,482*	0,402	−0,028
1	0,187	0,122	0,058	−0,006	−0,072	−0,141	−0,212	−0,288	−0,368	−0,442	0,482*	−0,008
1,2	0,183	0,135	0,088	0,040	−0,008	−0,060	−0,114	−0,174	−0,237	−0,303	−0,373	0,014
1,4	0,159	0,126	0,093	0,061	0,028	−0,009	−0,047	−0,090	−0,137	−0,188	−0,243	0,021
1,6	0,146	0,106	0,086	0,065	0,048	0,021	−0,004	−0,033	−0,064	−0,100	−0,141	0,021
1,8	0,092	0,091	0,070	0,060	0,049	0,036	0,022	0,004	−0,016	−0,049	−0,067	0,018
2	0,062	0,058	0,053	0,050	0,046	0,040	0,034	0,025	0,019	−0,001	−0,018	0,014
2,2	0,039	0,038	0,038	0,039	0,039	0,038	0,037	0,035	0,029	0,022	0,013	0,011
2,4	0,020	0,022	0,024	0,027	0,030	0,032	0,034	0,036	0,035	0,032	0,028	0,009
2,6	0,008	0,011	0,014	0,018	0,022	0,025	0,029	0,032	0,033	0,033	0,032	0,007
2,8	−0,001	0,002	0,006	0,010	0,014	0,018	0,022	0,027	0,029	0,029	0,029	0,005
3	−0,005	−0,003	0,000	0,005	0,008	0,012	0,016	0,020	0,022	0,022	0,022	0,004

$\overline{V}$

0	6,92	6,00	5,12	4,28	3,52	2,84	2,20	1,72	1,24	0,88	0,60	2,14
0,1	6,00	5,32	4,64	3,96	3,32	2,76	2,28	1,80	1,40	1,08	0,80	2,11
0,2	5,12	4,64	4,16	3,68	3,20	2,88	2,34	1,92	1,56	1,24	1,00	2,02
0,3	4,28	3,96	3,68	3,44	3,08	2,72	2,40	2,08	1,76	1,48	1,20	1,90
0,4	3,52	3,32	3,20	3,08	2,88	2,64	2,43	2,16	1,88	1,64	1,40	1,76
0,5	2,84	2,76	2,88	2,72	2,64	2,56	2,44	2,24	2,04	1,80	1,60	1,60
0,6	2,20	2,28	2,34	2,40	2,43	2,44	2,36	2,24	2,12	1,96	1,78	1,44
0,7	1,72	1,80	1,92	2,08	2,16	2,24	2,24	2,24	2,16	2,04	1,92	1,28
0,8	1,24	1,40	1,56	1,76	1,88	2,04	2,12	2,16	2,20	2,12	2,04	1,13
0,9	0,88	1,08	1,24	1,48	1,64	1,80	1,96	2,04	2,12	2,16	2,12	0,99
1	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,76	1,92	2,04	2,12	2,16	0,85
1,2	0,16	0,36	0,56	0,80	1,00	1,20	1,40	1,56	1,76	1,52	2,04	0,62
1,4	−0,08	0,06	0,28	0,48	0,68	0,88	1,04	1,24	1,40	1,60	1,76	0,43
1,6	−0,16	−0,04	0,12	0,24	0,44	0,60	0,76	0,92	1,08	1,24	1,40	0,28
1,8	−0,20	−0,12	0,00	0,16	0,28	0,40	0,52	0,64	0,80	0,96	1,06	0,16
2	−0,20	−0,12	−0,04	0,08	0,16	0,28	0,36	0,44	0,56	0,64	0,80	0,07
2,2	−0,12	−0,12	−0,04	0,04	0,12	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,00
2,4	−0,06	−0,06	−0,04	0,04	0,06	0,12	0,16	0,20	0,28	0,32	0,36	−0,06
2,6	−0,04	−0,04	0,00	0,04	0,04	0,08	0,12	0,16	0,16	0,20	0,24	−0,11
2,8	0,00	0,00	0,04	0,04	0,04	0,08	0,06	0,12	0,12	0,12	0,16	−0,15
3	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,08	0,08	0,06	0,08	−0,18

$\beta = 0{,}075$

Продолжение табл. 57

ξ	α = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞

$\overline{p}$

0	2,800	2,481	2,131	1,803	1,487	1,238	1,015	0,851	0,697	0,547	0,405	0,620
0,1	2,295	2,684	1,814	1,575	1,332	1,125	0,927	0,762	0,615	0,469	0,341	0,605
0,2	1,876	1,716	1,549	1,387	1,206	1,041	0,873	0,726	0,589	0,641	0,361	0,572
0,3	1,525	1,421	1,315	1,203	1,092	0,970	0,844	0,714	0,594	0,485	0,388	0,536
0,4	0,229	1,170	1,111	1,046	0,981	0,902	0,813	0,714	0,616	0,521	0,432	0,494
0,5	0,979	0,954	0,930	0,903	0,875	0,832	0,779*	0,712	0,638	0,561	0,484	0,460
0,6	0,766	0,769	0,771	0,772	0,772	0,761	0,739	0,702	0,664	0,596	0,534	0,417
0,7	0,589	0,610	0,632	0,654	0,674	0,687	0,689	0,678	0,655	0,623	0,581	0,369

ξ	α = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞
0,8	0,439	0,474	0,510	0,546	0,582	0,612	0,635	0,646	0,648	0,637	0,614	0,318
0,9	0,314	0,359	0,404	0,450	0,496	0,539	0,577	0,608	0,627	0,633	0,627	0,266
1	0,209	0,261	0,313	0,365	0,418	0,469	0,516	0,555	0,591	0,616	0,629	0,216
1,2	0,055	0,112	0,170	0,233	0,284	0,341	0,397	0,452	0,505	0,553	0,592	0,132
1,4	−0,043	0,012	0,368	0,123	0,179	0,234	0,292	0,348	0,401	0,458	0,510	0,071
1,6	−0,099	−0,050	0,000	0,050	0,100	0,151	0,204	0,256	0,309	0,362	0,415	0,031
1,8	−0,126	−0,064	−0,042	0,001	0,043	0,088	0,132	0,179	0,225	0,272	0,320	0,008
2	−0,132	−0,096	−0,064	−0,029	0,004	0,040	0,077	0,117	0,155	0,195	0,237	0,002
2,2	−0,125	−0,099	−0,073	−0,046	−0,020	0,007	0,036	0,067	0,099	0,133	0,167	−0,009
2,4	−0,111	−0,092	−0,072	−0,061	−0,034	−0,013	0,006	0,025	0,054	0,081	0,109	−0,011
2,6	−0,094	−0,080	−0,067	−0,054	−0,041	−0,026	0,011	0,007	0,021	0,038	0,055	−0,011
2,8	−0,076	−0,068	−0,059	−0,051	−0,042	−0,034	−0,025	−0,016	−0,006	0,003	0,014	−0,010
3	−0,056	−0,054	−0,049	−0,046	−0,042	−0,040	−0,038	−0,035	−0,029	−0,021	−0,011	−0,008

$\overline{M}$

0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,214
0,1	−0,087	0,011	0,009	0,007	0,006	0,006	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,167
0,2	−0,150	−0,057	0,039	0,033	0,028	0,022	0,020	0,018	0,015	0,011	0,007	0,0127
0,3	−0,195	−0,106	−0,019	0,070	0,061	0,050	0,043	0,037	0,030	0,017	0,017	0,091
0,4	−0,224	−0,152	−0,061	0,022	0,104	0,087	0,074	0,063	0,052	0,039	0,030	0,060
0,5	−0,241	−0,169	−0,093	0,017	0,057	0,138	0,113	0,096	0,078	0,054	0,046	0,036
0,6	−0,248	−0,182	−0,115	−0,046	0,020	0,087	0,151	0,137	0,113	0,089	0,069	0,016
0,7	−0,246	−0,189	−0,130	−0,070	−0,009	0,050	0,115	0,185	0,154	0,122	0,096	−0,001
0,8	−0,241	−0,191	−0,139	−0,085	−0,033	0,019	0,078	0,139	0,202	0,163	0,130	−0,013
0,9	−0,230	−0,185	−0,141	−0,096	−0,050	−0,004	0,041	0,098	0,154	0,209	0,171	−0,023
1	−0,217	−0,180	−0,141	−0,119	−0,083	−0,024	0,019	0,065	0,113	0,163	0,215	−0,029
1,2	−0,183	0,158	−0,132	−0,138	−0,076	−0,050	−0,019	0,015	0,050	0,085	0,128	−0,036
1,4	−0,148	−0,135	−0,109	−0,096	−0,080	−0,061	−0,041	−0,017	0,007	0,031	0,061	−0,038
1,6	−0,113	−0,104	0,094	−0,083	−0,074	−0,063	−0,050	−0,037	−0,020	−0,004	0,013	−0,036
1,8	−0,083	−0,076	−0,074	−0,068	−0,065	0,059	−0,050	−0,044	−0,035	−0,026	−0,015	−0,034
2	−0,057	−0,056	−0,056	−0,054	−0,052	−0,052	−0,048	−0,044	−0,041	−0,037	−0,032	−0,031
2,2	−0,037	−0,037	−0,039	−0,041	−0,041	−0,043	−0,043	−0,041	−0,039	−0,039	−0,039	−0,027
2,4	−0,022	−0,024	−0,026	−0,028	−0,032	−0,033	−0,035	−0,035	−0,035	−0,037	−0,039	−0,022
2,6	−0,011	−0,013	−0,017	−0,014	−0,022	−0,022	−0,026	−0,026	−0,028	−0,032	−0,035	−0,018
2,8	−0,004	−0,006	−0,009	0,011	0,013	0,017	−0,017	−0,019	−0,020	−0,024	−0,028	−0,015
3	0,000	−0,002	−0,002	0,008	−0,006	−0,007	−0,009	−0,011	−0,011	−0,015	−0,020	−0,011

$\overline{Q}$

0	0,000*	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	−0,500
0,1	−0,744	0,228*	0,196	0,168	0,141	0,117	0,097	0,079	0,065	0,052	0,039	−0,439
0,2	−0,535	−0,584	0,364*	0,316	0,274	0,288	0,187	0,156	0,124	0,103	0,075	−0,391
0,3	−0,365	0,426	−0,492	0,445*	0,383	0,326	0,274	0,226	0,184	0,146	0,112	−0,325
0,4	−0,228	−0,298	−0,372	−0,443	0,480*	0,419	0,356	0,297	0,244	0,196	0,147	−0,274
0,5	−0,117	−0,192	−0,269	−0,345	−0,421	0,506*	0,435	0,387	0,307	0,250	0,197	−0,225
0,6	0,031	−0,107	0,184	0,261	−0,338	−0,414	0,511*	0,439	0,371	0,308	0,248	−0,181
0,7	0,037	−0,035	−0,115	−0,190	−0,266	−0,342	−0,418	0,508*	0,436	0,369	0,305	−0,142
0,8	0,089	0,017	−0,057	−0,130	−0,203	−0,277	−0,351	−0,425	0,505*	0,432	0,365	−0,106
0,9	0,125	0,058	−0,012	−0,080	−0,150	−0,219	−0,289	−0,362	−0,433	0,498*	0,426	−0,079
1	0,152	0,008	0,024	−0,040	−0,104	−0,169	−0,236	−0,304	−0,372	−0,441	0,491*	−0,054
1,2	0,177	0,125	0,071	0,019	−0,034	−0,088	−0,145	−0,203	−0,262	−0,317	−0,388	−0,020
1,4	0,177	0,131	0,095	0,054	0,012	−0,032	−0,076	−0,124	−0,172	−0,224	−0,277	0,004
1,6	0,163	0,132	0,101	0,071	0,039	0,007	−0,027	−0,063	−0,101	−0,141	0,185	0,010
1,8	0,140	0,118	0,096	0,075	0,055	0,031	0,006	−0,020	−0,047	−0,078	−0,111	0,013

β = 0,15

ξ	α = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞
2	0,113	0,100	0,085	0,074	0,057	0,043	0,027	0,009	−0,009	−0,031	−0,055	0,015
2,2	0,088	0,079	0,072	0,065	0,056	0,048	0,039	0,028	0,016	−0,002	−0,015	0,013
2,4	0,064	0,061	0,057	0,054	0,050	0,047	0,042	0,037	0,031	0,027	0,012	0,011
2,6	0,044	0,044	0,043	0,044	0,043	0,043	0,041	0,040	0,038	0,034	0,028	0,009
2,8	0,027	0,029	0,030	0,033	0,035	0,036	0,038	0,038	0,039	0,041	0,036	0,007
3	0,013	0,017	0,020	0,023	0,026	0,030	0,032	0,033	0,036	0,037	0,036	0,004

$\overline{Y}$

0	4,31	3,84	3,40	2,97	2,57	2,20	1,85	1,55	1,27	1,04	0,85	1,37
0,1	3,84	3,47	3,11	2,79	2,44	2,12	1,83	1,54	1,29	1,09	0,93	1,35
0,2	3,40	3,11	2,85	2,59	2,32	2,05	1,80	1,56	1,35	1,16	1,00	1,32
0,3	2,97	2,79	2,59	2,40	2,20	1,99	1,78	1,57	1,40	1,23	1,09	1,27
0,4	2,57	2,44	2,32	2,20	2,07	1,92	1,76	1,59	1,44	1,29	1,16	1,21
0,5	2,20	2,12	2,05	1,99	1,92	1,81	1,71	1,59	1,47	1,35	1,23	1,13
0,6	1,85	1,83	1,80	1,78	1,76	1,71	1,65	1,56	1,49	1,39	1,29	1,05
0,7	1,55	1,54	1,56	1,57	1,59	1,59	1,56	1,52	1,48	1,43	1,35	0,97
0,8	1,27	1,29	1,35	1,40	1,44	1,47	1,49	1,48	1,48	1,45	1,41	0,89
0,9	1,04	1,09	1,16	1,23	1,29	1,35	1,39	1,43	1,45	1,44	1,42	0,80
1	0,85	0,93	1,00	1,09	1,16	1,23	1,29	1,35	1,41	1,42	1,44	0,73
1,2	0,49	0,59	0,88	0,80	0,89	0,97	1,08	1,15	1,25	1,31	1,32	0,60
1,4	0,27	0,36	0,45	0,57	0,67	0,76	0,87	0,96	1,07	1,15	1,24	0,48
1,6	0,09	0,20	0,29	0,40	0,49	0,57	0,69	0,77	0,88	0,96	1,08	0,35
1,8	0,00	0,09	0,17	0,27	0,35	0,44	0,53	0,61	0,72	0,80	0,89	0,26
2	−0,05	0,03	0,09	0,17	0,24	0,32	0,40	0,47	0,57	0,64	0,73	0,17
2,2	−0,07	−0,01	0,04	0,11	0,17	0,23	0,29	0,36	0,44	0,51	0,57	0,10
2,4	−0,07	−0,03	0,01	0,07	0,12	0,16	0,21	0,27	0,33	0,39	0,44	0,04
2,6	−0,06	−0,03	0,00	0,05	0,08	0,11	0,15	0,19	0,24	0,38	0,38	0,00
2,8	−0,05	−0,01	0,00	0,04	0,05	0,08	0,10	0,13	0,17	0,20	0,23	−0,03
3	−0,03	0,00	0,00	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,11	0,13	0,15	−0,07

$\overline{D}$

0	2,732	2,435	2,128	1,841	1,552	1,316	1,107	0,946	0,794	0,640	0,507	0,555
0,1	2,200	1,981	1,773	1,562	1,351	1,159	0,975	0,827	0,687	0,557	0,446	0,548
0,2	1,781	1,635	1,488	1,339	1,190	1,043	0,898	0,763	0,639	0,523	0,425	0,529
0,3	1,444	1,349	1,258	1,154	1,055	0,949	0,838	0,727	0,619	0,520	0,432	0,503
0,4	1,173	1,115	1,057	0,998	0,938	0,868	0,790	0,706	0,619	0,535	0,456	0,476
0,5	0,948	0,918	0,890	0,861	0,831	0,793	0,745	0,687	0,624	0,557	0,490	0,452
0,6	0,761	0,753	0,746	0,741	0,733	0,720	0,698	0,666	0,624	0,575	0,522	0,426
0,7	0,604	0,613	0,623	0,634	0,644	0,649	0,647	0,636	0,615	0,586	0,550	0,393
0,8	0,471	0,493	0,515	0,538	0,561	0,581	0,594	0,603	0,597	0,590	0,570	0,352
0,9	0,357	0,389	0,419	0,453	0,484	0,516	0,543	0,565	0,578	0,582	0,576	0,302
1	0,264	0,302	0,339	0,380	0,416	0,454	0,486	0,520	0,545	0,564	0,573	0,252
1,2	0,118	0,163	0,208	0,252	0,297	0,341	0,385	0,428	0,469	0,508	0,539	0,155
1,4	0,019	0,065	0,111	0,157	0,203	0,249	0,299	0,340	0,385	0,433	0,471	0,061
1,6	−0,046	−0,003	0,041	0,085	0,129	0,173	0,217	0,261	0,305	0,330	0,394	0,035
1,8	−0,081	−0,045	−0,007	0,034	0,072	0,112	0,153	0,194	0,234	0,278	0,316	0,009
2	−0,102	−0,069	−0,037	−0,002	0,031	0,065	0,101	0,137	0,173	0,210	0,246	−0,003
2,2	−0,109	−0,081	−0,054	−0,026	0,002	0,030	0,059	0,090	0,121	0,153	0,186	−0,009
2,4	−0,105	−0,093	−0,061	−0,039	−0,016	0,005	0,028	0,051	0,077	0,105	0,132	−0,011
2,6	−0,097	−0,093	−0,064	−0,047	−0,030	−0,013	0,004	0,024	0,047	0,062	0,080	−0,011
2,8	−0,087	−0,081	−0,063	−0,050	−0,039	−0,027	−0,014	−0,001	0,012	0,024	0,036	−0,010
3	−0,076	−0,075	−0,061	−0,053	−0,046	−0,040	−0,032	−0,025	−0,017	−0,007	0,003	−0,008

ξ	α = 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞
						$\overline{M}$						
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,230
0,1	−0,087	0,012	0,009	0,009	0,008	0,005	0,005	0,004	0,003	0,003	0,003	0,183
0,2	0,152	−0,056	0,037	0,033	0,029	0,024	0,020	0,017	0,014	0,012	0,010	0,141
0,3	−0,200	−0,110	−0,021	0,070	0,061	0,052	0,044	0,037	0,031	0,026	0,020	0,105
0,4	−0,232	−0,148	−0,065	0,020	0,105	0,090	0,077	0,066	0,055	0,046	0,036	0,072
0,5	−0,253	−0,176	−0,099	−0,021	0,058	0,137	0,116	0,100	0,085	0,070	0,056	0,046
0,6	−0,265	0,194	−0,124	−0,053	0,019	0,091	0,165	0,139	0,120	0,100	0,081	0,024
0,7	−0,269	−0 205	−0,142	−0,077	−0,012	0,053	0,120	0,191	0,163	0,137	0,110	0,006
0,8	−0,267	−0,210	0,153	−0,096	−0,037	0,021	0,081	0,145	0,210	0,178	0,147	−0,006
0,9	−0,259	−0,209	−0,158	−0,108	−0,057	−0,005	0,049	0,106	0,164	0,225	0,190	−0,018
1	−0,249	−0,205	0,161	−0,116	−0,071	−0,026	0,022	0,124	0,124	0,179	0,236	−0,025
1,2	−0,221	−0,188	−0,156	−0,122	−0,088	−0,054	−0,019	0,020	0,060	0,103	0,147	−0,033
1,4	−0,188	−0,165	−0,142	−0,118	−0,093	−0,069	−0,044	−0,015	0,014	0,047	0,080	−0,035
1,6	−0,154	0,139	−0,124	−0,107	−0,091	0,074	−0,056	−0,036	−0,016	0,007	0,031	−0,033
1,8	−0,122	−0,113	0,103	−0,093	−0,083	−0,072	−0,061	−0,047	−0,034	−0,018	−0,002	−0,030
2	−0,093	−0,088	−0,083	−0,077	−0,072	−0,066	−0,059	−0,051	−0,043	−0,033	−0,022	−0,026
2,2	−0,068	−0,066	−0,065	−0,082	−0,059	−0,057	−0,053	−0,049	−0,044	−0,039	0,032	−0,022
2,4	−0,047	−0,048	−0,048	−0,047	−0,047	−0,046	−0,045	−0,042	−0,041	−0 038	−0,035	−0,018
2,6	−0,031	−0,033	−0,034	−0,034	−0,035	−0,036	−0,035	−0,031	−0,034	−0,033	−0,032	0,015
2,8	−0,013	−0,021	−0,023	−0,023	−0,024	−0,025	−0,026	−0,026	−0,026	−0,026	−0,026	−0,013
3	−0,010	0,011	−0,014	−0,014	−0,015	−0,016	−0,017	−0,017	−0,017	−0,019	−0,019	−0,010
						$\overline{Q}$						
0	0,000*	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000*	0,000	0,000	−0,500
0,1	−0,755	0,219*	0,196	0,168	0,144	0,124	0,104	0,089	0,074	0,062	0,046	−0,445
0,2	−0,556	−0,600	0,358*	0,313	0,271	0,234	0,198	0,168	0,140	0,116	0,090	−0,391
0,3	−0,395	−0,454	−0,505	0,439*	0,384	0,334	0,285	0,242	0,203	0,167	0,133	−0,339
0,4	−0,265	−0,328	−0,390	−0,454	0,483*	0,424	0,366	0,313	0,264	0,219	0,177	−0,290
0,5	−0,159	−0,226	−0,293	−0,293	−0,428	0,507*	0,443	0,382	0,326	0,273	0,224	−0,244
0,6	−0,075	−0,143	−0,211	−0,281	−0,350	−0,417	0,515*	0,450	0,388	0,329	0,275	−0,200
0,7	−0,007	−0,075	−0,143	−0,213	−0,280	−0,349	−0,418	0,515*	0,451	0,388	0,329	−0,159
0,8	0,047	−0,020	−0,086	−0,154	−0,221	−0,287	−0,356	−0,423	0,512*	0,477	0,385	−0,123
0,9	0,088	0,024	−0,040	−0,104	−0,100	−0,232	−0,299	−0,364	−0,429	0,508*	0,442	−0,090
1	0,119	0,059	−0,002	−0,063	−0,123	−0,184	−0,248	−0,311	−0,373	−0,436	0,501*	−0,080
1,2	0,157	0,105	0,052	0,000	−0,053	−0,105	−0,160	−0,215	−0,272	−0,330	−0,389	−0,021
1,4	0,170	0,126	0,083	0,040	−0,003	−0,047	−0,093	−0,139	−0,187	−0,236	−0,287	0,003
1,6	0,167	0,132	0,099	0,064	0,030	−0,005	−0,042	−0,079	−0,118	−0,158	−0,201	0,017
1,8	0,153	0,128	0,102	0,075	0,050	−0,023	−0,005	−0,034	−0,064	−0,096	−0,130	0,020
2	0,134	0,116	0,097	0,078	0,060	0,041	0,021	−0,001	−0,023	−0,047	−0,074	0,019
2,2	0,114	0,102	0,088	0,076	0,063	0,061	0,037	0,022	0,016	−0,011	−0,030	0,018
2,4	0,092	0,084	0,076	0,069	0,061	0,054	0,045	0,036	0,026	0,014	0,001	0,015
2,6	0,072	0,068	0,064	0,060	0,056	0,053	0,048	0,043	0,037	0,030	0,022	0,012
2,8	0,053	0,052	0,052	0,050	0,049	0,049	0,047	0,045	0,043	0,039	0,034	0,910
3	0,037	0,037	0,039	0,040	0,041	0,042	0,043	0,043	0,042	0,040	0,038	0,009
						$\overline{Y}$						
0	3,04	2,75	2,48	2,21	1,96	1,72	1,50	1,30	1,11	0,95	0,79	1,07
0,1	2,75	2,53	2,31	2,09	1,87	1,67	1,47	1,30	1,13	0,98	0,84	1,06
0,2	2,48	2,31	2,12	1,95	1,77	1,60	1,44	1,29	1,14	1,00	0,88	1,04
0,3	2,21	2,09	1,95	1,81	1,67	1,51	1,41	1,27	1,15	1,03	0,92	1,01
0,4	1,96	1,87	1,77	1,67	1,59	1,49	1,38	1,27	1,17	1,06	0,97	0,98
0,5	1,72	1,67	1,60	1,51	1,49	1,41	1,33	1,25	1,17	1,08	1,00	0,94

ξ	α = 0	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	∞
0,6	1,50	1,47	1,44	1,41	1,38	1,33	1,29	1,24	1,17	1,11	1,03	0,89
0,7	1,30	1,30	1,29	1,27	1,27	1,25	1,24	1,21	1,17	1,11	1,06	0,85
0,8	1,11	1,13	1,14	1,15	1,17	1,17	1,17	1,17	1,14	1,11	1,07	0,80
0,9	0,95	0,98	1,00	1,03	1,06	1,08	1,11	1,11	1,11	1,11	1,09	0,76
1	0,79	0,84	0,88	0,92	0,97	1,00	1,03	1,06	1,07	1,09	1,09	0,65
1,2	0,55	0,61	0,66	0,72	0,78	0,83	0,89	0,93	0,97	1,01	1,05	0,55
1,4	0,36	0,43	0,49	0,55	0,62	0,68	0,75	0,81	0,86	0,91	0,97	0,46
1,6	0,22	0,29	0,35	0,41	0,49	0,55	0,62	0,68	0,74	0,80	0,86	0,36
1,8	0,12	0,18	0,24	0,31	0,37	0,43	0,50	0,56	0,62	0,68	0,75	0,28
2	0,05	0,11	0,17	0,22	0,28	0,34	0,40	0,46	0,51	0,57	0,63	0,21
2,2	0,01	0,06	0,11	0,16	0,21	0,26	0,32	0,37	0,42	0,47	0,53	0,15
2,4	−0,01	0,03	0,07	0,11	0,16	0,20	0,25	0,29	0,33	0,37	0,43	0,10
2 6	−0,02	0,01	0,05	0,08	0,11	0,14	0,19	0,23	0,26	0,29	0,34	0,05
2,8	−0,02	0,00	0,03	0,05	0,09	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22	0,26	0,02
3	−0,01	−0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,11	0,12	0,13	0,15	0,18	−0,01

Продолжение табл. 57

$\beta = 0,3$

ξ	α = 0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	∞
						$\overline{p}$						
0	2,25	1,81	1,34	0,95	0,54	0,34	0,24	0,28	0,31	0,28	0,13	0,49
0,2	1,65	1,55	1,14	0,89	0,64	0,44	0,29	0,20	0,13	0,07	0,03	0,47
0,4	1,18	1,06	0,94	0,80	0,67	0,52	0,37	0,23	0,11	0,03	0,02	0,43
0,6	0,82	0,78	0,75	0,70	0,65	0,56	0,45	0,30	0,18	0,09	0,02	0,36
0,8	0,54	0,56	0,58	0,59	0,60	0,57	0,50	0,39	0,28	0,19	0,11	0,30
1	0,34	0,37	0,44	0,49	0,53	0,54	0,52	0,45	0,38	0,30	0,22	0,23
1,2	0,19	0,25	0,32	0,39	0,47	0,49	0,51	0,49	0,45	0,39	0,33	0,17
1,4	0,08	0,15	0,22	0,30	0,37	0,43	0,48	0,50	0,49	0,46	0,42	0,13
1,6	0,00	0,07	0,14	0,22	0,29	0,36	0,43	0,47	0,50	0,50	0,48	0,09
1,8	−0,04	0,02	0,08	0,15	0,22	0,30	0,37	0,43	0,49	0,50	0,51	0,06
2	−0,08	−0,02	0,04	0,10	0,16	0,23	0,30	0,37	0,43	0,48	0,51	0,04
2,2	−0,09	−0,03	0,01	0,06	0,12	0,18	0,24	0,31	0,38	0,44	0,48	0,02
2,4	−0,09	0,08	−0,01	0,03	0,08	0,13	0,18	0,25	0,31	0,38	0,44	0,01
2,6	−0,09	−0,06	−0,02	0,01	0,05	0,09	0,14	0,19	0,25	0,32	0,38	0,00
2,8	−0,09	−0,06	−0,03	0,00	0,03	0,06	0,10	0,14	0,20	0,25	0,32	0,00
3	−0,08	−0,05	−0,03	−0,01	0,01	0,04	0,07	0,10	0,15	0,20	0,25	0,00
3,2	−0,07	−0,05	−0,04	−0,02	0,00	0,02	0,04	0,07	0,11	0,15	0,19	−0,01
3,4	−0,08	−0,05	−0,04	−0,02	−0,01	0,01	0,03	0,05	0,08	0,10	0,14	−0,01
3,6	−0,05	−0,04	−0,03	−0,02	−0,01	0,00	0,01	0,03	0,05	0,07	0,10	−0,01
3,8	−0,04	−0,03	−0,03	−0,02	−0,02	0,01	0,00	0,02	0,03	0,05	0,07	−0,01
4	−0,03	−0,03	−0,03	−0,02	−0,02	−0,01	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05	−0,01
						$\overline{M}$						
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,282
0,2	−0,159	0,034	0,026	0,019	0,012	0,08	0,005	0,005	0,005	0,004	0,003	0,192
0,4	−0,252	−0,077	0,096	0,073	0,049	0,028	0,022	0,019	0,016	0,012	0,007	0,120
0,6	−0,296	−0,145	0,005	0,159	0,112	0,079	0,053	0,041	0,031	0,021	0,012	0,066
0,8	−0,310	−0,182	−0,057	0,073	0,202	0,146	0,103	0,075	0,053	0,033	0,017	0,026
1	−0,300	−0,196	−0,095	0,011	0,115	0,237	0,172	0,125	0,087	0,054	0,026	−0,002
1,2	−0,280	−0,194	−0,115	−0,032	0,050	0,149	0,262	0,193	0,136	0,086	0,044	−0,022
1,4	−0,246	−0 183	−0,123	−0,067	0,003	0,081	0,172	0,281	0,202	0,133	0,077	−0,033

ξ	α = 0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	∞
1,6	−0,212	−0,166	−0,120	−0,075	−0,036	0,030	0,101	0,189	0,289	0,200	0,124	−0 039
1,8	−0,178	−0,145	−0,114	−0,081	−0,049	−0,006	0,047	0,115	0,195	0,288	0,191	−0,041
2	−0,146	−0,124	−0,110	−0,082	−0,060	−0,031	0,010	0,058	0,120	0,191	0,277	−0,041
2,2	−0,117	−0,104	−0,091	−0,078	−0,065	−0,045	−0,020	0,018	0,062	0,116	0,189	−0,039
2,4	−0,090	−0,084	−0,078	−0,072	−0,065	−0,054	−0,037	−0,012	0,020	0,059	0,110	−0,037
2,6	−0,068	−0,067	−0,065	−0,064	−0,062	−0,058	−0,047	−0,031	−0,010	0,017	0,055	−0,033
2,8	−0,050	−0,051	−0,054	−0,055	−0,057	−0,056	−0,052	−0,043	−0,031	−0,013	0,013	−0,030
3	−0,035	−0,039	−0,043	−0,047	−0,051	−0,053	−0,053	−0,049	−0,043	−0,037	−0,015	−0,027
3,2	−0,023	−0,027	−0,033	−0,039	−0,044	−0,048	−0,050	−0,051	−0,049	−0,044	−0,034	−0,023
3,4	−0,013	−0,019	−0,025	−0,031	−0,037	−0,042	−0,047	−0,050	−0,050	−0,049	−0,044	−0,020
3,6	−0,007	−0,013	−0,019	−0,025	−0,031	−0,036	−0,041	−0,046	−0,049	−0,050	−0,049	−0,018
3,8	−0,002	−0,008	−0,013	−0,019	−0,025	−0,030	−0,036	−0 041	−0,045	−0,049	−0,050	−0,015
4	0,001	−0,004	−0,009	−0,015	−0,020	−0,025	−0,030	−0,035	−0,040	−0,045	−0,048	−0,013

$\bar{Q}$

0	0*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−0,500
0,2	−0,612	0,321*	0,246	0,184	0,119	0,078	0,051	0,046	0,040	0,032	0,020	−0,403
0,4	−0,331	−0,435	0,454*	0,353	0,224	0,174	0,118	0,099	0,062	0,041	0,021	−0,313
0,6	−0,133	−0,253	−0,377	0,503*	0,384	0,256	0,200	0,148	0,091	0,052	0,020	−0,234
0,8	−0,001	−0,120	−0,244	−0,368	0,510*	0,397	0,296	0,210	0,137	0,079	0,032	−0,168
1	0,088	−0,026	−0,142	−0,260	−0,376	0,508*	0,397	0,294	0,203	0,128	0,065	−0,115
1,2	0,139	0,036	−0,066	−0,173	−0,277	−0,388	0,500*	0,390	0,283	0,197	0,121	−0,074
1,4	0,165	0,076	−0,013	−0,105	−0,195	−0,295	−0,400	0,489*	0,381	0,284	0,195	−0,043
1,6	0,173	0,097	0,023	−0,053	−0,129	−0,215	−0,310	−0,411	0,481*	0,380	0,285	−0,025
1,8	0,162	0,105	0,046	−0,016	−0,078	−0,149	−0,231	−0,323	−0,421	0,481*	0,384	−0,005
2	0,156	0,106	0,057	0,009	−0,039	−0,096	−0,161	−0,243	−0,330	−0,421	0,486*	0,006
2,2	0,140	0,101	0,064	0,026	−0,011	−0,056	−0,110	−0,174	−0,248	−0,329	−0,417	0,012
2,4	0,120	0,092	0,064	0,037	0,009	−0,025	−0,067	−0,118	−0,181	−0,246	−0,323	0,016
2,6	0,101	0,082	0,062	0,040	0,022	−0,004	−0,036	−0,076	−0,125	−0,177	−0,241	0,017
2,8	0,084	0,070	0,057	0,042	0,029	0,012	−0,012	−0,042	−0,078	−0,121	−0,176	0,017
3	0,066	0,058	0,051	0,040	0,033	0,022	0,005	−0,016	−0,043	−0,076	−0,116	0,016
3,2	0,052	0,047	0,044	0,037	0,034	0,027	0,016	0,001	−0,014	−0,041	−0,071	0,015
3,4	0,039	0,038	0,036	0,033	0,033	0,030	0,023	0,014	−0,001	0,015	−0,037	0,014
3,6	0,029	0,029	0,029	0,029	0,031	0,030	0,027	0,022	0,013	0,002	−0,014	0,013
3,8	0,020	0,022	0,023	0,025	0,027	0,030	0,029	0,028	0,022	0,014	0,003	0,011
4	0,015	0,016	0,017	0,021	0,024	0,028	0,029	0,030	0,026	0,022	0,014	0,010

$\bar{Y}$

0	2,29	1,92	1,56	1,25	1,01	0,78	0,57	0,40	0,28	0,19	0,12	0,78
0,2	1,92	1,66	1,40	1,14	0,99	0,80	0,62	0,46	0,35	0,27	0,22	0,77
0,4	1,56	1,40	1,24	1,09	0,97	0,82	0,00	0,52	0,40	0,33	0,29	0,72
0,6	1,25	1,14	1,09	1,03	0,95	0,84	0,72	0,61	0,50	0,43	0,38	0,66
0,8	1,01	0,99	0,97	0,95	0,92	0,86	0,77	0,67	0,58	0,51	0,46	0,60
1	0,78	0,80	0,82	0,84	0,86	0,84	0,80	0,73	0,65	0,59	0,54	0,53
1,2	0,57	0,62	0,66	0,72	0,77	0,80	0,79	0,76	0,71	0,65	0,61	0,45
1,4	0,40	0,46	0,52	0,61	0,67	0,73	0,76	0,77	0,75	0,71	0,67	0,39
1,6	0,28	0,35	0,40	0,50	0,58	0,65	0,71	0,75	0,76	0,75	0,72	0,32
1,8	0,19	0,27	0,33	0,43	0,51	0,59	0,65	0,71	0,75	0,78	0,77	0,26
2	0,12	0,22	0,29	0,38	0,46	0,54	0,61	0,67	0,72	0,77	0,79	0,21
2,2	0,07	0,18	0,22	0,31	0,38	0,45	0,52	0,59	0,66	0,72	0,77	0,16
2,4	0,03	0,12	0,17	0,25	0,31	0,38	0,45	0,52	0,59	0,66	0,72	0,12
2,6	0,00	0,08	0,14	0,21	0,26	0,33	0,39	0,46	0,53	0,60	0,66	0,08
2,8	−0,01	0,08	0,11	0,17	0,22	0,27	0,33	0,40	0,46	0,53	0,60	0,05
3	−0,01	0,04	0,09	0,14	0,18	0,23	0,28	0,34	0,40	0,46	0,53	0,02
3,2	−0,01	0,02	0,07	0,12	0,15	0,20	0,24	0,29	0,34	0,40	0,46	0,00
3,4	−0,01	0,01	0,05	0,10	0,13	0,17	0,20	0,25	0,29	0,34	0,39	−0,02
3,6	−0,01	0,00	0,04	0,09	0,11	0,14	0,17	0,21	0,25	0,29	0,34	−0,04
3,8	0,00	0,00	0,03	0,07	0,10	0,12	0,15	0,18	0,21	0,25	0,28	−0,05
4	0,00	0,00	0,02	0,00	0,09	0,11	0,13	0,16	0,18	0,21	0,24	−0,07

β = 0,5

ξ	α = 0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	∞

$\bar{p}$

0	2,27	1,86	1,43	1,04	0,64	0,39	0,24	0,22	0,21	0,18	0,14	0,44
0,2	1,63	1,39	1,15	0,92	0,68	0,48	0,31	0,19	0,11	0,05	0,01	0,43
0,4	1,15	0,96	0,92	0,80	0,67	0,53	0,39	0,25	0,14	0,05	0,00	0,40
0,6	0,79	0,75	0,72	0,68	0,64	0,56	0,46	0,33	0,22	0,12	0,05	0,36
0,8	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,55	0,50	0,41	0,32	0,23	0,14	0,31
1	0,32	0,37	0,42	0,46	0,50	0,52	0,51	0,47	0,40	0,33	0,25	0,25
1,2	0,20	0,25	0,30	0,37	0,42	0,47	0,49	0,49	0,46	0,41	0,34	0,20
1,4	0,09	0,15	0,22	0,28	0,35	0,41	0,46	0,48	0,49	0,46	0,42	0,14
1,6	0,02	0,09	0,15	0,21	0,28	0,34	0,41	0,46	0,48	0,49	0,47	0,10
1,8	0,02	0,04	0,09	0,15	0,22	0,28	0,35	0,41	0,46	0,48	0,49	0,07
2	−0,05	0,00	0,06	0,11	0,16	0,22	0,29	0,35	0,40	0,46	0,49	0,04
2,2	−0,07	−0,03	0,03	0,07	0,12	0,17	0,23	0,29	0,35	0,41	0,46	0,02
2,4	−0,08	−0,04	0,01	0,04	0,09	0,14	0,18	0,23	0,29	0,36	0,41	0,00
2,6	−0,03	−0,05	−0,01	0,02	0,06	0,10	0,14	0,19	0,25	0,30	0,35	0,00
2,8	−0,07	−0,05	−0,02	0,01	0,04	0,06	0,10	0,14	0,19	0,24	0,30	0,00
3	−0,07	−0,05	−0,02	0,00	0,02	0,05	0,07	0,11	0,15	0,19	0,24	0,01
3,2	−0,07	−0,05	−0,03	−0,01	0,01	0,03	0,05	0,08	0,11	0,15	0,19	−0,01
3,4	−0,06	−0,04	−0,03	−0,01	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,14	−0,01
3,6	−0,06	−0,04	−0,03	−0,02	−0,01	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	−0,01
3,8	−0,04	−0,03	−0,03	−0,02	−0,01	0,00	0,01	0,03	0,04	0,06	0,08	−0,01
4	−0,03	−0,03	−0,03	−0,02	−0,01	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,00

$\bar{M}$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,300
0,2	−0,159	0,034	0,026	0,020	0,013	0,009	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,207
0,4	−0,253	−0,076	0,099	0,077	0,053	0,036	0,023	0,017	0,011	0,008	0,004	0,135
0,6	−0,300	−0,144	0,009	0,165	0,121	0,085	0,057	0,039	0,025	0,019	0,006	0,075
0,8	−0,316	−0,183	−0,052	0,081	0,217	0,156	0,108	0,074	0,048	0,027	0,012	0,033
1	−0,310	−0,199	−0,091	0,019	0,128	0,250	0,180	0,126	0,083	0,049	0,023	0,001
1,2	−0,291	−0,201	−0,113	−0,025	0,064	0,162	0,272	0,197	0,134	0,084	0,043	−0,020
1,4	−0,264	−0,192	−0,123	−0,053	0,016	0,094	0,183	0,287	0,204	0,135	0,078	−0,033
1,6	−0,232	−0,177	−0,124	−0,071	−0,018	0,042	0,113	0,197	0,293	0,204	0,129	−0,041
1,8	−0,200	−0,159	−0,119	−0,080	−0,041	0,005	0,058	0,124	0,201	0,293	0,198	−0,044
2	−0,169	−0,139	−0,111	−0,082	−0,055	−0,022	0,018	0,068	0,128	0,201	0,288	−0,045
2,2	−0,140	−0,120	−0,101	−0,081	−0,062	−0,039	−0,011	0,026	0,071	0,127	0,196	−0,044
2,4	−0,114	−0,101	−0,089	−0,077	−0,065	−0,050	−0,030	−0,006	0,028	0,070	0,126	−0,043
2,6	−0,091	−0,083	−0,077	−0,070	−0,064	−0,055	−0,043	−0,025	−0,003	0,028	0,067	−0,029
2,8	−0,070	0,068	−0,066	−0,063	−0,061	−0,057	−0,051	−0,040	−0,024	−0,004	0,024	−0,017
3	−0,053	−0,054	−0,055	−0,055	−0,056	−0,055	−0,053	−0,047	−0,039	−0,025	−0,006	−0,012
3,2	−0,039	−0,042	−0,045	0,048	−0,051	−0,053	−0,054	−0,051	−0,046	−0,039	−0,027	−0,009
3,4	−0,028	0,032	−0,036	−0,041	−0,045	−0,048	−0,051	−0,051	−0,050	−0,046	−0,039	−0,009
3,6	−0,019	−0,024	−0,029	−0,034	−0,038	−0,043	−0,047	−0,049	−0,050	−0,046	−0,008	−0,008
3,8	−0,012	−0,017	0,022	−0,028	−0,033	−0,038	−0,042	−0,046	−0,049	−0,050	−0,049	−0,008
4	−0,007	−0,012	0,017	−0,022	−0,027	−0,032	−0,037	−0,041	−0,045	−0,048	−0,049	−0,008

ξ	α = 0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	∞
						$\bar{Q}$						
0	0*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−0,500
0,2	−0,614	0,323*	0,258	0,196	0,133	0,088	0,055	0,039	0,029	0,020	0,014	−0,411
0,4	−0,339	−0,436	0,464*	0,367	0,269	0,189	0,126	0,083	0,053	0,030	0,013	−0,329
0,6	−0,147	−0,258	−0,372	0,514*	0,400	0,299	0,211	0,142	0,088	0,047	0,018	−0,252
0,8	−0,017	−0,127	−0,245	−0,362	0,522*	0,410	0,307	0,218	0,142	0,082	0,036	−0,186
1	0,068	−0,040	−0,149	−0,260	−0,371	0,516*	0,408	0,305	0,214	0,137	0,075	−0,130
1,2	0,120	0,21	−0,075	−0,178	−0,278	−0,384	0,509*	0,401	0,302	0,211	0,134	−0,085
1,4	0,149	0,081	−0,026	−0,113	−0,202	−0,296	−0,396	0,499*	0,397	0,299	0,211	−0,050
1,6	0,160	0,084	0,010	−0,064	−0,140	−0,221	−0,310	0,406	0,494*	0,395	0,300	−0,027
1,8	0,160	0,096	0,034	−0,028	−0,090	−0,159	−0,235	−0,320	−0,412	0,493*	0,397	−0,011
2	0,152	0,100	0,048	−0,001	−0,053	−0,108	−0,171	−0,243	−0,325	−0,413	0,495*	0,000
2,2	0,139	0,097	0,056	0,016	−0,023	−0,069	−0,119	−0,179	−0,247	−0,325	−0,410	0,008
2,4	0,124	0,092	0,059	0,028	−0,004	−0,039	−0,080	−0,126	−0,182	−0,248	−0,322	0,009
2,6	0,109	0,083	0,060	0,035	0,011	−0,016	−0,047	−0,086	−0,130	−0,183	−0,244	0,010
2,8	0,092	0,074	0,056	0,038	0,021	0,001	−0,023	−0,051	−0,087	−0,129	−0,178	0,009
3	0,077	0,064	0,052	0,039	0,027	0,012	−0,006	−0,128	−0,053	−0,086	−0,125	0,008
3,2	0,063	0,055	0,047	0,038	0,031	0,019	0,007	−0,009	−0,028	−0,052	−0,082	0,007
3,4	0,050	0,045	0,041	0,035	0,031	0,024	0,016	0,004	−0,009	−0,027	−0,049	0,005
3,6	0,040	0,037	0,035	0,032	0,030	0,026	0,021	0,014	0,004	−0,008	−0,025	0,004
3,8	0,031	0,030	0,029	0,029	0,028	0,027	0,025	0,021	0,014	0,005	−0,007	0,003
4	0,023	0,023	0,023	0,025	0,025	0,027	0,027	0,025	0,021	0,014	0,006	0,002
						$\bar{Y}$						
0	1,69	1,43	1,21	1,01	0,82	0,66	0,52	0,40	0,31	0,24	0,20	0,00
0,2	1,43	1,25	1,00	0,94	0,78	0,66	0,54	0,44	0,36	0,29	0,24	0,59
0,4	1,21	1,08	0,97	0,87	0,76	0,00	0,56	0,48	0,40	0,34	0,28	0,56
0,6	1,01	0,94	0,87	0,80	0,73	0,66	0,59	0,51	0,45	0,39	0,32	0,52
0,8	0,82	0,78	0,76	0,73	0,71	0,66	0,61	0,54	0,50	0,44	0,39	0,47
1	0,66	0,66	0,66	0,68	0,66	0,65	0,62	0,57	0,54	0,49	0,44	0,43
1,2	0,52	0,54	0,56	0,59	0,61	0,62	0,62	0,60	0,57	0,53	0,48	0,38
1,4	0,40	0,44	0,48	0,51	0,54	0,57	0,60	0,00	0,59	0,56	0,53	0,33
1,6	0,31	0,36	0,40	0,45	0,50	0,54	0,57	0,59	0,60	0,59	0,57	0,28
1,8	0,24	0,29	0,34	0,39	0,44	0,49	0,53	0,56	0,59	0,61	0,60	0,24
2	0,20	0,24	0,28	0,32	0,39	0,44	0,48	0,53	0,57	0,00	0,61	0,20
2,2	0,16	0,19	0,24	0,29	0,34	0,39	0,43	0,48	0,52	0,57	0,60	0,16
2,4	0,13	0,15	0,20	0,24	0,29	0,34	0,39	0,43	0,48	0,52	0,57	0,12
2,6	0,10	0,13	0,16	0,21	0,25	0,30	0,34	0,39	0,44	0,48	0,53	0,09
2,8	0,08	0,11	0,14	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,39	0,44	0,49	0,05
3	0,07	0,09	0,12	0,15	0,19	0,23	0,26	0,30	0,34	0,39	0,44	0,03
3,2	0,08	0,08	0,10	0,13	0,16	0,20	0,23	0,27	0,30	0,35	0,39	0,00
3,4	0,05	0,07	0,09	0,12	0,14	0,17	0,20	0,23	0,27	0,31	0,35	−0,03
3,6	0,04	0,08	0,08	0,10	0,12	0,15	0,18	0,20	0,23	0,27	0,30	−0,05
3,8	0,03	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,18	0,20	0,23	0,27	−0,07
4	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,23	−0,09

нагрузки сосредоточенными силами. Поэтому при другом характере нагрузки расчет приходится выполнять методами, изложенными применительно к коротким балкам в главе II, § 1 и 2. В случае сплошной нагрузки как по всей балке, так и по участку ее можно разбить на элементарные сосредоточенные силы и воспользоваться таблицами. Для одного частного случая сплошной равномерной нагрузки по всей балке (при значении приведенной ширины $\beta=0{,}075$) безразмерные эпюры приведены в главе II, § 3.

§ 7. ВЫБОР ТАБЛИЦЫ И ГРАФЫ

1. Таблицу, по которой должен проводиться расчет данной балки, устанавливают в зависимости от значения приведенной полуширины балки β [см. формулу (312)], руководствуясь следующим правилом:

при $0{,}01 \leqslant \beta \leqslant 0{,}04$ — таблица для $\beta=0{,}025$ (табл. 57)
» $0{,}04 < \beta \leqslant 0{,}1$ — » » $\beta=0{,}075$ (табл. 57)
» $0{,}1 < \beta \leqslant 0{,}2$ — » » $\beta=0{,}15$ (табл. 57)
» $0{,}2 < \beta \leqslant 0{,}4$ — » » $\beta=0{,}3$ (табл. 57)
» $0{,}4 < \beta \leqslant 0{,}7$ — » » $\beta=0{,}5$ (табл. 57)
» $0{,}7 < \beta < \infty$ — » » $\beta=\infty$ (табл. 10 и 11)

Под таблицами для $\beta=\infty$ подразумеваются таблицы, относящиеся к расчету полосы в условиях плоской задачи.

Рекомендация использования этих таблиц нуждается в разъяснениях.

При расчете широких балок, соответствующих значению $\beta > 0{,}7$, могут встретиться два основных случая нагрузок, схематически представленных на рис. 110. В первом случае (рис. 110, *а*) каждая из нагрузок P распределяется в поперечном направлении равномерно по прямой, причем интенсивность этой распределенной нагрузки

$$P_i' = \frac{P_i}{2b} \ тс/м.$$

Расчет такой балки проводится на основе правил расчета полос в условиях плоской задачи при помощи выделения из балки полоски шириной 1 *м* (см. пунктир на рис. 110, *а*). На эту полоску будут действовать сосредоточенные силы P_i, *тс*.

Полоски здесь выделяются в **продольном** направлении, а не в **поперечном**, как это принято при обычных расчетах в условиях плоской задачи.

При нагрузке в виде сосредоточенных сил (см. рис. 110, *б*) эти силы в порядке приближения заменяются распределенными нагрузками по схеме рис. 110, *а*.

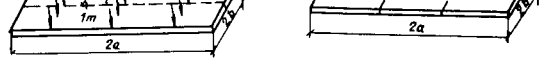


Рис. 110. Широкие балки на упругом основании

Условия плоской задачи предполагают, что любая выделенная из конструкции полоса будет находиться в идентичных условиях работы с другими полосами. Между тем даже при нагрузке по схеме рис. 110, *а* условия работы полос у краев будут резко отличны от условий работы полос в средней части балки. Действительно, в силу имеющейся по формулам (304) и (310) связи между показателем гибкости балки в поперечном направлении и упругой характеристикой

$$t_п = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b^3}{L^3} = \frac{\pi}{2} \beta^3 \qquad (326)$$

можно, пользуясь критерием (305), установить, что при $\beta<1$ закон реактивных давлений в поперечном направлении будет близок к закону давлений под балкой, абсолютно жесткой в поперечном направлении. Этот закон совпадает с законом для жесткой полосы в условиях плоской задачи [см. формулу (122)]. Следовательно, реактивные давления в средней части балки будут меньше средних давлений, а у продольных краев — намного больше, обращаясь на самых краях теоретически в бесконечно большие.

При значении приведенной ширины $\beta>1$, что равносильно $t_п>1$, балка будет изгибаться и в поперечном направлении. Тем самым она обращается в полосу, работающую в пространственных условиях (см. § 1); строго говоря, ее следует рассчитывать уже на основе теории изгиба плиты.

Еще меньше соответствует схеме плоской задачи случай нагрузки по рис. 110, *б*. Здесь условиям плоской задачи противоречит не только закон распределения реактивных давлений, но и распределение внешней нагрузки.

Однако, несмотря на все эти отступления, исследования показывают, что в порядке грубого приближения рассчитывать широкие балки в условиях плоской задачи все же можно. Следует только помнить, что изгибающие моменты, вычисленные для продольной полосы шириной 1 *м*, будут соответствовать средним продольным моментам для всей балки в целом. В действительности же продольные моменты будут иметь для нагрузки по рис. 110, *б* бо́льшие значения в средней части балки и меньшие у продольных краев. Это должно быть учтено при армировании хотя бы на основе схемы рис. 95.

Расчет широкой балки в поперечном направлении также может быть выполнен по таблицам для плоской задачи, на этот раз исходя из схемы короткой полосы. Для этой цели балку разбивают на ряд поперечных полос посередине пролетов (см. пунктир на рис. 110, *б*). Выделенные из этих поперечных полос шириной *c* полоски шириной 1 *м* следует считать нагруженными: в случае рис. 110, *а* — равномерной нагрузкой интенсивностью $q_i = P_i/c$ *тс/м*², а в случае рис. 110, *б* — сосредоточенными силами посередине полосы P_i/c. В отношении

распределения полученных таким способом поперечных изгибающих моментов остаются справедливыми все указания о распределении продольных моментов.

Если фактическое значение β меньше того значения β, к которому относится таблица, выбранная по вышеприведенному правилу, таблица дает преувеличение изгибающих моментов не более чем на 10% для всех значений β, кроме $\beta>0{,}7$. При $\beta>0{,}7$, т. е. при расчете балки в продольном направлении по таблицам для полос в условиях плоской задачи, ошибка может достигать 20%. Если фактическое значение β (при $\beta \leqslant 0{,}7$) больше помеченного на таблице, расчет может дать уменьшение моментов до 10%.

Для осадок верно противоположное правило, причем на этот раз ошибка может доходить до 15—20%. Осадки балки при $\beta>0{,}7$ в настоящее время вообще еще не могут быть установлены при помощи табличных данных.

2. Когда таблица для расчета выбрана, устанавливается величина приведенных расстояний от точки приложения каждой из сосредоточенных сил P_i: до левого конца балки $\alpha_{лi}=d_{лi}/L$ и до правого конца $\alpha_{пi}=d_{пi}/L$ [$d_{лi}$ и $d_{пi}$ — абсолютные расстояния соответственно до левого и правого концов балки (рис. 111)].

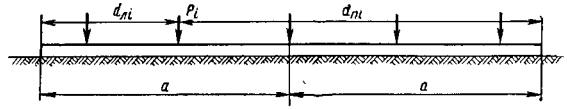


Рис. 111. Обозначения при расчете длинных балок

Эпюры устанавливаются от действия каждой сосредоточенной силы в отдельности с последующим их суммированием. При выборе столбца для определения эпюры от действия какой-либо силы могут быть два случая:

а) для данной силы одна из величин — $\alpha_{лi}$ либо $\alpha_{пi}$ — будет при $\beta \leqslant 0{,}2$ меньше 1 или при $\beta>0{,}2$ меньше 2, тогда определение эпюры, возникающей от этой силы, ведется по тому столбцу таблицы, который помечен значением α, ближайшим к меньшему из установленных для данной силы значений $\alpha_{лi}$ или $\alpha_{пi}$. Данные столбцов, помеченные конечным значением α, получены на основе решения задачи о полубесконечной балке (см. схему на рис. 41, *б*);

б) каждая из величин $\alpha_л$ и $\alpha_п$ при $\beta \leqslant 0{,}2$ больше 1 или при $\beta>0{,}2$ больше 2. В этом случае определение эпюры, отвечающей действию данной силы, ведется по столбцу с пометкой $\alpha=\infty$. Данные этого столбца получены на основе решения задачи о бесконечной балке (см. схему на рис. 41, *а*).

Значения α для проведения всего расчета в целом при $\beta \leqslant 0{,}2$ берутся с точностью до десятых, а при $\beta > 0{,}2$ округляются до четного числа десятых (например, $\alpha = 1{,}12 \approx 1{,}2$). Только в специальных целях, изложенных в § 8, п. 5, а также после приобретения навыка пользования таблицами значения $\alpha_{лi}$ и $\alpha_{пi}$, определяющие случаи полубесконечной балки, берутся с точностью до сотых.

§ 8. ПРАВИЛА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТАБЛИЧНЫХ ДАННЫХ

1. Пусть балка нагружена сосредоточенными силами P_i, число которых n.

Перед расчетом следует установить те сечения балки, для которых будут вычисляться значения ординат эпюр. В число этих сечений, конечно, необходимо включить все нагруженные сечения, в которых ординаты эпюры моментов будут принимать максимальные положительные значения; в тех же сечениях будут максимальными и поперечные силы. Необходимо также, чтобы в число этих сечений вошли середины всех пролетов, так как там следует ожидать максимума отрицательных моментов. Число остальных точек и их положение устанавливаются в зависимости от желаемой точности (плавности) эпюр.

Расстояния от левого конца балки до выбранных сечений x (в $м$) выписываются в первом столбце таблицы.

2. Во втором столбце таблицы вычислений выписываются значения приведенных расстояний от левого конца до тех же сечений $\xi_л = x/L$, причем значения $\xi_л$ округляются по тем же правилам, что и приведенные расстояния α до нагрузок (см. в конце § 7).

Схема А

x	$\xi_л$	ξ_r	. . .	ξ_s	$\xi_п$	$\overline{M}_1$	. . .	$\overline{M}_n$	M_1	. . .	$M_п$	M_Σ	Δ	M

Выписанные значения $\xi_л$ будут служить для установления соответствующих эпюр, возникающих от действия тех сил P_i, которые приложены настолько близко от левого конца (§ 7, п. 2 «а»), что к ним применима схема полубесконечной балки. Обычно этих сил бывает не больше одной-двух, как и сил, приложенных также близко от правого конца.

3. Пусть имеется несколько сил $P_r, \ldots, P_s$, приложенных настолько далеко как от левого, так и от правого концов балки (§ 7, п. 2 «б»), что эпюры, от них возникающие, должны рассчитываться на основе данных для бесконечной балки. Выпишем в следующих столбцах таблицы (схема А) приведенные

расстояния от выбранных сечений до каждой из этих сил; иначе говоря, выпишем в третьем столбце значения $\xi_r = \xi_л - \alpha_{лr}$, в четвертом — $\xi_{r+1} = \xi_л - \alpha_{лr+1}$ и т. д. в последнем из этих столбцов — $\xi_s = \xi_л - \alpha_{лs}$ ($\alpha_{лi}$ — приведенное расстояние от левого конца балки до силы P_i). Таким образом, приведенные абсциссы для эпюр от каждой из этих сил P_i будут меняться в пределах $-\alpha_{л\,i} \leqslant \xi_i \leqslant \alpha_{п\,i}$, где $\alpha_{п\,i}$, — приведенное расстояние от силы P_i до правого конца балки.

4. Последний столбец величин ξ отводим под приведенные расстояния от правого конца до рассчитываемых сечений $\xi_п = \xi_л - 2\lambda$. Так как отсчет этих абсцисс идет теперь справа налево, то все значения $\xi_п$ отрицательны. Столбец значения $\xi_п$ используется для построения эпюр от сил, приложенных настолько близко от правого конца (§ 7, п. 2 «а»), что к ним применима схема полубесконечной балки.

Столбцы значений x и ξ выписываются одинаково при подсчете любой из интересующих нас эпюр (реактивных давлений p, поперечных сил Q, моментов M и осадок Y).

5. В следующие n столбцов вычислений выписываем из таблиц безразмерные значения той из расчетных величин, эпюру которой мы определяем. Пусть, например, как показано на схеме А, это будут безразмерные ординаты эпюры моментов $\overline{M}$.

Первые столбцы отведены значениям $\overline{M}$, соответствующим выписанным значениям $\xi_л$. Эти значения взяты из столбцов таблицы $\overline{M}$ с теми пометками $\alpha = \alpha_л$, которые относятся к силам, приложенным близко к левому концу (§ 7, п. 2 «а»).

При этом те значения $\overline{M}$, которые соответствуют $\xi = \alpha_i$, т. е. значения безразмерных моментов под колоннами, расположенными вблизи левого конца, желательно уточнить при помощи линейной интерполяции в соответствии со значениями $\alpha_л$, вычисленными с точностью до сотых (§ 7, п. 2). Для интерполяции используются два соседних значения $\overline{M}$ при $\xi = \alpha$, где α меньше и больше данного. Эти значения $\overline{M}$ расположены по диагонали таблицы и набраны жирным шрифтом. Для тех же целей набраны и значения $\overline{p}$, $\overline{Q}$, $\overline{Y}$, соответствующие нагруженным сечениям $\xi = \alpha$.

Следующие столбцы заполняются значениями $\overline{M}$, относящимися к силам, достаточно удаленным от обоих концов (§ 7, п. 2 «б»). Значения $\overline{M}$ выписываются в соответствии с теми значениями ξ_i, к которым относится п. 3.

Наконец, в последних столбцах значений $\overline{M}$ приводятся данные из столбцов таблицы $\overline{M}$ с пометками $\alpha = \alpha_п$, которые относятся к силам, приложенным вблизи правого края. Они выписываются в соответствии со значениями $\xi_п$.

Значения $\overline{M}$ при $\xi = \alpha_п$ уточняются так же, как и при $\xi = \alpha_л$.

При некотором навыке обращения с таблицами рекоменду-

ется пользоваться интерполяцией для установления значений расчетных величин и в ненагруженных сечениях; особенно это желательно при малых значениях приведенного расстояния от ближайшего конца балки до нагрузки α (примерно при $\alpha < 0{,}7$) и для сечений ξ, находящихся вблизи нагруженного сечения (примерно $|\xi_л - \alpha_л| \leqslant 0{,}5$ или $|\xi_п + \alpha_п| \leqslant 0{,}5$), в тех случаях, когда α или ξ сильно отличается от значений, имеющихся в таблицах (примерно на 0,03—0,05). Интерполяция для промежуточных значений ξ при значении α, для которого есть столбец в таблице, проводится непосредственно согласно данным этого столбца для соседних значений ξ. В случае же необходимости интерполирования по α оно проводится на основе данных, приведенных в двух соседних столбцах, причем из этих столбцов берутся данные в соответствии не со значением ξ, а со значением приведенного расстояния от нагрузки до сечения, т. е. с величиной $|\xi_л - \alpha_л|$ или $|\xi_п + \alpha_п|$.

Следовательно, приходится пользоваться двойной интерполяцией: сначала по ξ в пределах двух соседних столбцов, а затем на основе полученных данных по α.

Очень облегчает интерполяцию графическое изображение данных столбцов или строк таблицы, по которой ведется расчет.

6. Правило знаков при выписывании безразмерных величин $\overline{p}$, $\overline{Q}$, $\overline{M}$, $\overline{Y}$ в таблицы вычислений следующее. Все значения p, $\overline{M}$ и $\overline{Y}$ выписываются из соответствующих таблиц согласно абсолютному значению приведенных абсцисс ξ с тем же знаком, с каким они приведены в наших таблицах безразмерных величин. Значения $\overline{Q}$ при положительных ξ выписываются с тем же знаком, а при отрицательных ξ — с обратным знаком. Значения $\overline{Q}$ при $\xi_л = \alpha_л$ отмечены в таблицах звездочкой. Эти значения относятся к величине поперечных сил непосредственно слева от точки приложения сосредоточенной силы. Для определения величины поперечной силы справа от точки приложения силы следует из табличного значения $\overline{Q}$ вычесть единицу. При $|\xi_п| = \alpha_п$ это правило остается тем же, но вместо слова «слева» следует читать «справа», и обратно.

7. При $\beta \leqslant 0{,}2$ в случае, если значение $|\xi|$ больше единицы и состоит из нечетного числа десятых, ординаты безразмерных эпюр устанавливаются интерполяцией как средние арифметические между теми ординатами, что соответствуют соседним значениям ξ с четным числом десятых.

8. При $|\xi| > 3$ для $\beta \leqslant 0{,}2$ или при $|\xi| > 4$ для $\beta > 0{,}2$ все значения $\overline{p}$, $\overline{Q}$, $\overline{M}$, $\overline{Y}$ считаются равными нулю.

9. При помощи выписанных n столбцов безразмерных ординат $\overline{M}$ эпюр моментов выписываем n столбцов с действительными ординатами M эпюры моментов.

Общие формулы перехода от безразмерных ординат к действительным

$$p = \overline{p}\,\frac{P}{b'L}; \tag{327}$$

$$M = \overline{M}\,PL; \tag{328}$$

$$Q = \overline{Q}\,P; \tag{329}$$

$$Y = \overline{Y}\,\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\cdot\frac{P}{L}. \tag{330}$$

На основании формулы (328) переход от столбцов со значениями ординат безразмерной эпюры $\overline{M}_i$, относящейся к силе P_i к столбцу с действительными значениями моментов M_i, возникающих от действия той же силы, совершается на основании формулы $\overline{M}_i = M_i$, P_i, L. Аналогично поступаем при установлении эпюр p_i, Q_i, Y_i по безразмерным эпюрам $\overline{p}_i$, $\overline{Q}_i$, $\overline{Y}_i$, пользуясь соответственно формулами (327), (329) и (330).

Характер эпюр от одиночных сил, приложенных к бесконечной и полубесконечной балкам, показан на рисунках, помещенных перед таблицами.

10. Все n значений M_i в каждой строке таблицы вычислений суммируются. Их сумма $M_\Sigma = M_1 + M_2 + \ldots + M_n$ выписывается в следующем столбце и дает ординаты суммарной эпюры.

При выполнении аналогичных вычислений для p, Q, Y такая суммарная эпюра и представляет собой искомую окончательную расчетную эпюру; нужно только в эпюре Q на концах балки заменить небольшие, отличные от нуля значения (получающиеся вследствие замены при пользовании таблицами реальной балки конечной длины бесконечной балкой) нулевыми.

11. Чтобы установить окончательную эпюру моментов, требуется внести для сечений, расположенных вблизи концов балки, более значительную поправку.

Для исправления эпюры вблизи левого конца выписываем в следующем столбце после M_Σ величину Δ, определяемую одной из трех формул:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{при } 0{,}01 \leqslant \beta < 0{,}15 \text{ и } \xi_л \leqslant 1{,}2 & \Delta_л = -M_{\Sigma л}\,(1 - 0{,}8\,\xi_л); \\ \text{при } 0{,}15 \leqslant \beta \leqslant 0{,}5 \text{ и } \xi_л \leqslant 1{,}6 & \Delta_л = -M_{\Sigma л}\,(1 - 0{,}6\,\xi_л); \\ \text{при } \beta > 0{,}5 \text{ и } \xi_л \leqslant 2 & \Delta_л = -M_{\Sigma л}\,(1 - 0{,}5\,\xi_л), \end{array}\right\} \tag{331}$$

где $M_{\Sigma,\,л}$ — значение суммарного момента у левого конца (при $\xi_л = 0$). Точно так же следует исправить эпюру вблизи правого конца, причем формулы для соответствующей поправки $\Delta_п$ остаются теми же, что и для $\Delta_л$, с заменой в них величины $M_{\Sigma л}$ на $M_{\Sigma п}$ (суммарный момент у правого конца) и величины $\xi_л$ на $|\xi_п|$ (абсолютное значение $\xi_п$).

Прибавляя поправки $\Delta_л$ и $\Delta_п$ к значениям M_Σ, определим окончательную эпюру моментов

$$M = M_\Sigma + \Delta_л + \Delta_п. \qquad (332)$$

При значениях $\xi_л$ и $|\xi_п|$, бо́льших, чем указаны при формулах поправки (331), считаем $\Delta_л = 0$ и $\Delta_п = 0$.

§ 9. О ЗНАЧЕНИИ РЕАКТИВНЫХ ДАВЛЕНИЙ ПОД КОНЦАМИ БАЛКИ И ОБ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ РЕАКТИВНЫХ ДАВЛЕНИЙ

Если крайние колонны расположены невдалеке от концов ленточного фундамента, под концами балки будет выявляться возрастание реактивных давлений, тем более резкое, чем ближе колонны придвинуты к концам и чем больше приведенная полуширина балки β; оно особенно велико при $\beta = \infty$ (случай плоской задачи).

Действительное значение давлений под концами балки не может быть определено по нашим таблицам по двум причинам. Во-первых, приближенный метод, на основе которого составлены таблицы, обеспечивает достаточную точность для всех значений реактивных давлений, кроме значений под концами балки (при $\xi = 0$); поэтому значения $\bar{p}$ при $\xi = 0$ приводятся в таблицах для полубесконечных балок только для формального удобства построения эпюр. Во-вторых, при резком возрастании давлений у концов балки в грунте возникают пластические деформации, вследствие которых реактивные давления у краев падают. Для расчета балок в пространственных условиях еще не разработана методика учета влияния пластических деформаций. Однако этот учет в пространственных условиях не может иметь существенного значения, так как зона пластических деформаций здесь оказывается много меньше, чем в плоских условиях.

При установлении эпюры реактивных давлений от какой-либо одной из действующих на балку сосредоточенных сил будут выявляться участки с отрицательными реактивными давлениями. Грунт в этих местах должен был бы работать на растяжение, что противоречит его свойствам. Тем не менее отрицательные давления в эпюрах от отдельных сил не приводят к ошибке в окончательном расчете, так как эти давления, погашаясь бо́льшими положительными давлениями других суммируемых эпюр, совершенно правильно отражают влияние на суммарную эпюру отдельной сосредоточенной силы.

Если все же в окончательной эпюре есть участки с отрицательными давлениями, это означает, что в пределах этих участков должно произойти отставание балки от грунта даже в том случае, если вычисленные для этих участков осадки балки оказываются положительными. Противоречия здесь нет, так как расчет проводится не по гипотезе Винклера.

§ 10. РАСЧЕТ БАЛКИ В ПОПЕРЕЧНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Рассмотрим здесь два типа ленточных фундаментов: плоские ленточные фундаменты под стены и ленточные фундаменты таврового сечения под ряд колонн.

Расчет в обоих случаях будем проводить исходя из положения, что реактивные давления распределяются под балками в поперечном направлении так, как если бы балки были в этом направлении абсолютно жесткими. Следовательно (см. главу II, § 1), давления в поперечном направлении распределяются согласно формуле (126).

Если рассчитывается фундамент под стену, обозначим через P' нагрузку на фундамент, приходящуюся на 1 *пог. м* длины фундамента. Если рассчитывается консольный выступ тавра ленточного фундамента под ряд колонн, принимаем за P' значение реактивных давлений, вычисленное по таблицам при расчете балки в продольном направлении для данного сечения, также на 1 *пог. м* длины, $P' = p$.

Тогда значения поперечных сил и изгибающих моментов, приходящихся на 1 *пог. м* длины балки, можно определить в опасном сечении (т. е. у края стены или ребра):

$$Q = \bar{Q} P' \quad \text{и} \quad M = \bar{M} b P',$$

где b — полуширина подошвы фундамента; $\bar{Q}$ и $\bar{M}$ устанавливаются соответственно по табл. 8. В этих таблицах используются строки для $t = 0$, а $\bar{Q}$ и $\bar{M}$ определяются в зависимости от значения $\xi = b_0/b$, где b_0 — полуширина стены или ребра фундамента.

Распределение расчетных величин под ленточным фундаментом в поперечном направлении для случая $b_0/b = 0{,}3$ показано на рис. 112 (см. также пример расчета в § 14).

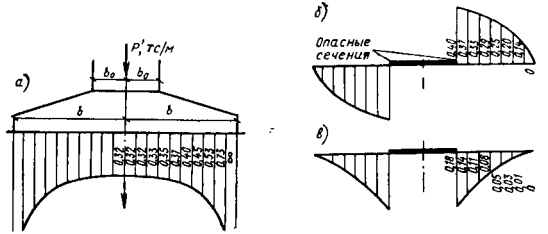


Рис. 112. Расчетные эпюры для ленточного фундамента в поперечном направлении

а — схема фундамента и эпюра реактивных давлений p, *тс/м²* в долях P'/b; *б* — эпюра поперечных сил Q, *тс* в долях P' при $b - b_0/b = 0{,}3$; *в* — эпюра изгибающих моментов M, *тс·м* в долях P' *в* для того же случая

Указания этого параграфа справедливы лишь в случае, если пластические деформации под краями фундамента не могут значительно смягчить неравномерность реактивных давлений, получаемых по теории упругости (плотная глина, большое заглубление). В противном случае вполне оправдан обычный расчет в поперечном направлении исходя из равномерного распределения реактивных давлений.

§ 11. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ ДЛИННЫХ БАЛОК

Построение линий влияния для длинных балок на упругом основании имеет особенно большое значение для расчета фундаментов подкрановых путей.

Рассмотрим основные принципы этого построения для случая, когда подвижной нагрузкой является одна сосредоточенная сила. Если подвижная нагрузка состоит из нескольких сосредоточенных сил (давлений от катков тележки крана), линия влияния от сложной подвижной нагрузки определяется суммированием линий влияния, построенных для каждой из сосредоточенных сил в отдельности (см. пример расчета подкрановой фундаментной балки в § 15).

Таблицы для построения линии влияния выбирают по тем же правилам, что и при расчете на неподвижную нагрузку (§ 6, п. 1).

Рассмотрим сначала случай, когда подвижная сосредоточенная нагрузка $P=1$ всегда остается достаточно удаленной от концов балки. Пусть приведенное расстояние от обоих концов $\alpha_л$ и $|\alpha_п|$ не может быть меньше единицы при $\beta \leqslant 0{,}2$ и не может быть меньше двух при $\beta > 0{,}2$ (см. § 6, п. 2). Тогда эпюры безразмерных величин для бесконечных балок являются, в сущности, и линиями влияния, отличаясь от них лишь постоянным множителем.

Поэтому линии влияния определяются при $\beta \leqslant 0{,}7$ непосредственно по столбцам с пометкой $\alpha = \infty$ табл. 57, а при $\beta > 0{,}7$ — по табл. 10. При этом в формулах перехода от табличных значений $\bar{p}$, $\bar{Q}$, $\bar{M}$, Y к ординатам линий влияния (327)—(330) следует положить $P=1$. Величина ξ здесь будет обозначать приведенное расстояние от положения груза до того сечения, для которого строится линия влияния. При этом в отношении знака величины $\bar{Q}$ следует пользоваться правилом, обратным правилу п. 6, § 8, а именно: при ξ положительном брать $\bar{Q}$ с обратным знаком, а при ξ отрицательном — с тем же знаком, что в таблице.

Несколько более сложно построение линии влияния при передвижении сосредоточенного груза до конца балки. В этом случае при $\beta \leqslant 0{,}7$ приходится пользоваться как столбцами для бесконечной балки ($\alpha = \infty$), так и строками для полубесконечной балки. При $\beta > 0{,}7$ приходится пользоваться табл. 10 для бесконечной полосы и столбцами табл. 11 для полубесконечной полосы.

Предположим, что рассчитываемая балка имеет приведенную полуширину β, бо́льшую, чем 0,2, но меньшую, чем 0,7. Предположим далее, что груз движется от левого конца балки к правому. Построим линии влияния для какого-нибудь сечения, находящегося на приведенном расстоянии ξ от левого конца. Пусть при этом $\alpha_л$ — текущее приведенное расстояние до груза от того же конца. Тогда линии влияния до значения $\alpha_л = 2$ могут быть построены при помощи таблицы, данные которой отвечают приведенной полуширине балки β, причем эти данные берутся из строки, помеченной соответствующим значением ξ.

Для положений груза, удаленного от обоих концов на приведенное расстояние $\alpha_л > 2$, линия влияния строится по столбцу с пометкой $\alpha = \infty$, как это было объяснено выше.

Наконец, начиная от положения груза на приведенном расстоянии $|\alpha_п| = 2$ от правого конца, вновь должна быть использована одна из строк той же таблицы. На этот раз приведенная абсцисса сечения, для которой строится линия влияния, отсчитывается от правого конца балки

$$|\xi_п| = 2\lambda - \xi_л .$$

Согласно этому значению $\xi_п$ и выбирается нужная строка таблицы. Точно так же и текущие приведенные абсциссы положений груза α отсчитываются для этой части линии влияния от правого конца балки.

Правило знаков при построении линии влияния поперечных сил описано в начале параграфа.

Если значение приведенной абсциссы точки $|\xi|$, для которой строится линия влияния при отсчете от левого или от правого концов или же от того и другого одновременно, окажется больше числа 4, то линии влияния от фиксированного сечения до соответствующего конца строятся целиком по столбцу с пометкой $\alpha = \infty$ при начале отсчета в фиксированном сечении.

Те же правила остаются в силе и при $\beta > 0{,}7$, т. е. при использовании таблиц для расчета полос в условиях плоской задачи. В этом случае только вместо столбца для бесконечной балки ($\alpha = \infty$) используется табл. 10 для бесконечной полосы, а вместо строк, отвечающих нужному значению ξ, используются соответствующие столбцы табл. 11.

Наконец, при приведенной полуширине $\beta \leqslant 0{,}2$ все правила также остаются без изменения, кроме границы использования строк для полубесконечной балки и столбца для бесконечной балки. Этой границей здесь служит приведенное расстояние от конца балки до текущего положения груза $\alpha = 1$. Предельным значением приведенного расстояния до фиксированного сечения от одного из концов, при превышении которого можно обойтись

только данными для столбца $\alpha=\infty$, здесь будет вместо числа 4 число 3.

На рис. 113 показан пример построения линий влияния всех расчетных величин для длинной балки с приведенной полушириной $\beta=0{,}3$.

§ 12. ПРИМЕР РАСЧЕТА ЖЕСТКОЙ БАЛКИ

Железобетонная балка длиной $2a=9$ *м* имеет прямоугольное сечение $h\cdot 2b=1{,}3\cdot 1$ *м*^{2} и несет нагрузки, величины и расположение которых показаны на рис. 114. Модуль деформации грунта $E_0=130$ *кгс/см*^{2}, коэффициент Пуассона $\nu_0=0{,}3$. Модуль упругости железобетона $E_1=26{,}5\cdot 10^4$ *кгс/см*^{2}.

Вычислим значение показателя гибкости.

Момент инерции балки

$$J=\frac{2bh^3}{12}=\frac{b\cdot 130^3}{6}\ см^4.$$

Вставляя это значение в формулу (309), получаем

$$t=\frac{3\cdot 14\cdot 130\cdot 450^3\cdot 6}{2\,(1-0{,}3^2)\,26{,}5\cdot 10^4\cdot 130^3}=0{,}21<0{,}5.$$

Согласно § 3, балку следует принимать за жесткую.

Суммарная нагрузка

$$P_0=5\cdot 9+10\cdot 2{,}5+60+40=170\ тс;$$

суммарный момент

$$M_0=-10\cdot 2{,}5\,(4{,}5-1{,}25)+40\,(4{,}5-1{,}2)+35-86\ тс\cdot м.$$

Не приводя полного расчета эпюр, покажем, как вычисляются расчетные величины для двух характерных точек: 1) для точки, служащей правой границей участка нагрузки q_2 и 2) для точки приложения силы P_2.

Приведенное расстояние от указанных точек до середины балки

$$x_1=\frac{2}{4{,}5}=0{,}45;\quad x_2=\frac{3{,}3}{4{,}5}=0{,}73.$$

При расчете можно округлить значения x до ближайшего числа целых десятых (например, $x_1\approx 0{,}4$, $x_2\approx 0{,}7$) или, в случае необходимости обеспечить большую точность, можно интерполировать табличные данные, брать только для x с целым числом десятых. Можно пользоваться и смешанным приемом: например, для точки x_1, для которой ошибка от округления была бы особенно велика, брать среднее значение табличных данных для $x=0{,}4$ и $x=0{,}5$, а x_2 округлить до 0,7. При вычислении моментов желательно во всех случаях прибегать к интерполяции.

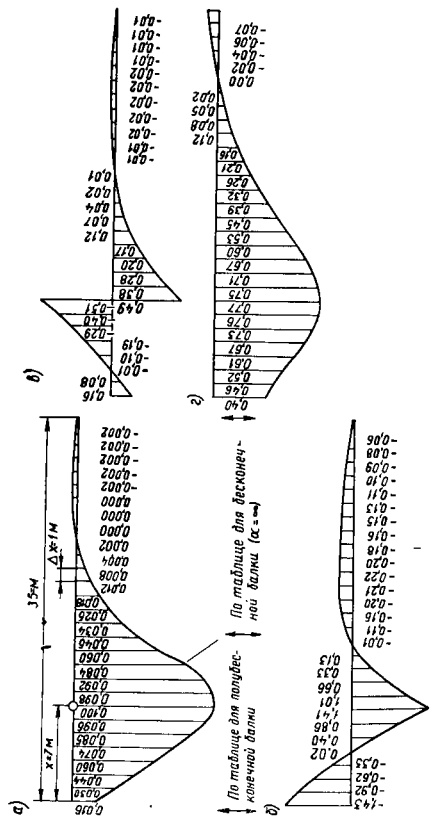


Рис. 113. Линии влияния для сечения $\xi=\frac{x}{L}=1{,}4$ длинной балки с приведенной полушириной $\beta=0{,}3$ при $L=5$ *м* и $\frac{E_0}{1-\nu_0^2}=2000$ *тс/м*^{2}

а — реактивных давлений, $P_{вл}=p$ *1/L тс/м*; *б* — изгибающих моментов, $M_{вл}=\bar{M}$ *L тс·м*; *в* — поперечных сил, $Q=\pm\bar{Q}$ *тс*; *г* — осадок, $Y_{вл}\cdot 10^4=\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\bar{Y}\cdot 10^4$ *м*

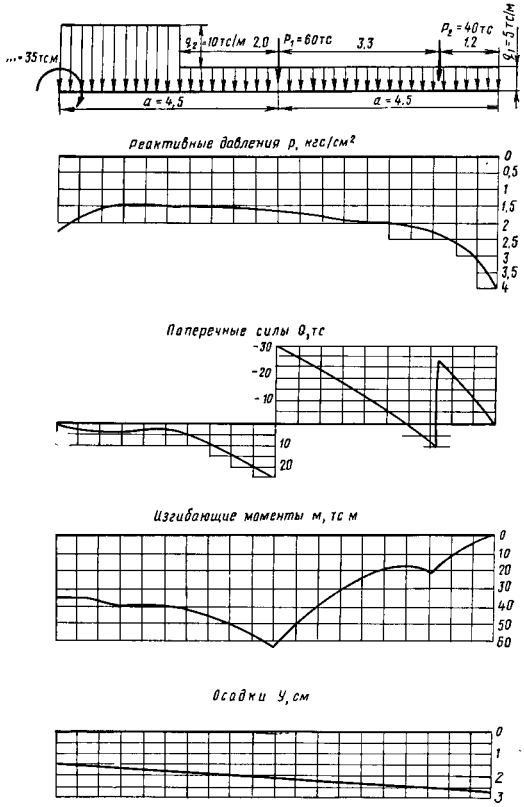


Рис. 114. Схема нагрузок и эпюры в примере расчета жесткой балки

Вычисляем значение отношения сторон $\alpha = a/b = 4{,}5/0{,}5 = 9$. Значение α достаточно близко к значению $\alpha = 10$, поэтому можно пользоваться соответствующими табличными данными.

Вычисляем реактивные давления по табл. 52 и 53:

в точке x_1

$$\overline{p}_0 = \frac{1}{2}\,(0{,}455 + 0{,}462) = 0{,}458\,;$$

$$\overline{p}_1 = \frac{1}{2}\,(0{,}470 + 0{,}600) = 0{,}535\,,$$

отсюда по формуле (315)

$$p_1 = 0{,}458\,\frac{170}{4{,}5} - 0{,}535\,\frac{86}{4{,}5^2} = 15\ \textit{тс/м}\,;$$

в точке x_2

$$p_2 = 0{,}498\,\frac{170}{4{,}5} + 0{,}918\,\frac{86}{4{,}5^2} = 22{,}7\ \textit{тс/м}\,.$$

Для подсчета поперечных сил по формуле (316) определим сначала $Q_{вн}$ согласно равенствам (318) и (317):

в точке x_1

$$Q_{вн} = 5 \cdot 2{,}5 + 10 \cdot 2{,}5 = 37{,}5\ \textit{тс};$$

в точке x_2

$$Q_{вн} = 37{,}5 + 5 \cdot 5{,}3 + 60 - 170 = -46\ \textit{тс}.$$

Подставляя значение $Q_{вн}$ в (316), получаем:

для точки x_1

$$Q_1 = 0{,}300 \cdot 170 - 0{,}590\,\frac{86}{4{,}5} - 37{,}5 = 2{,}2\ \textit{тс}\,;$$

для точки x_2

$$Q_2 = -0{,}182 \cdot 170 - 0{,}413\,\frac{86}{4{,}5} + 46 = 7{,}2\ \textit{тс}.$$

Значение Q_2 относится к сечению, находящемуся непосредственно левее силы P_2. Поскольку в точке x_2 эпюра поперечных сил претерпевает разрыв на величину $-P_2 = -40$ *тс*, второе значение (справа от нагрузки)

$$Q_2 = 7{,}2 - 40 = -32{,}8\ \textit{тс}.$$

Для определения моментов в первой точке вычислим $M_{вн}$ по формуле (321)

$$M_{вн} = -5\,\frac{2{,}5^2}{2} - 10\,\frac{2{,}5^2}{2} + 35 = -11{,}9\ \textit{тс}\cdot\textit{м}\,.$$

Подставляем в (319)

$$M_1 = 0{,}0906 \cdot 170 \cdot 4{,}5 - 0{,}1990 \cdot 86 - 11{,}9 = 40{,}3\ \textit{тс}\cdot\textit{м}\,.$$

Для второй точки по формуле (320)

$$M_{вн} = -5\,\frac{7{,}8^2}{2} - 10\cdot 2{,}5\cdot 6{,}55 - 60\cdot 3{,}3 + 35 + 170\cdot 3{,}3 - 86 =$$

$$= -3{,}9\ тс\cdot м.$$

Определяем значения $\overline{M}_0$ и $\overline{M}_1$ для подстановки в (319) из табл. 52 и 53, интерполируя для $x_2=0{,}73$:

$$\overline{M}_0 = 0{,}0295 + 0{,}3\ (0{,}0139 - 0{,}0295) = 0{,}0248;$$

$$\overline{M}_1 = 0{,}0707 + 0{,}3\ (0{,}0343 - 0{,}0707) = 0{,}0598.$$

Тогда

$$M_2 = 0{,}0248\cdot 170\cdot 4{,}5 + 0{,}0598\cdot 86 - 3{,}9 = 20{,}2\ тс\cdot м.$$

Без интерполяции получили бы

$$M_2 = 0{,}0295\cdot 170\cdot 4{,}5 + 0{,}0707\cdot 86 - 3{,}9 = 24{,}8\ тс\cdot м.$$

Вычисляем осадки при помощи формулы (322) и табл. 52 и 53:

$$Y_1 = \left(1{,}081\cdot 170\cdot 10^3 - 2{,}088\cdot 0{,}45\,\frac{86\cdot 10^3}{4{,}5}\right)\frac{1-0{,}3^2}{450\cdot 130} = 2{,}6\ см;$$

$$Y_2 = \left(1{,}081\cdot 170\cdot 10^3 + 2{,}088\cdot 0{,}73\,\frac{86\cdot 10^3}{4{,}5}\right)\frac{1-0{,}3^2}{450\cdot 130} = 3{,}3\ см.$$

Более точно осадки можно определить для значения $\alpha=0{,}9$ и графиками рис. 148 и 149. Общая формула осадок в *м*

$$Y = \frac{(1-0{,}3^2)}{1300}\left(0{,}69\,\frac{170}{9\cdot 1{,}3} + 1{,}9\,\frac{86}{4{,}5^2}\,x\right)$$

или

$$Y = 0{,}0240 + 0{,}0057\ x,$$

отсюда

$$Y_1 = 0{,}0240 + 0{,}0057\cdot 0{,}45 = 0{,}0214\ м;$$

$$Y_2 = 0{,}0240 + 0{,}0057\cdot 0{,}73 = 0{,}0266\ м.$$

На рис. 114 изображены полностью эпюры разобранного примера.

§ 13. ПРИМЕР РАСЧЕТА КОРОТКОЙ БАЛКИ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ СЛОЖНОЙ НАГРУЗКИ)

Железобетонный ленточный фундамент длиной $2a=14$ *м*, шириной $b'=1$ *м* имеет прямоугольное сечение. Лента нагружена тремя сосредоточенными силами, двумя изгибающими моментами и равномерно распределенной нагрузкой. Расположение и величины нагрузок показаны на рис. 115,*а*. Модуль деформации грунта (песок средней крупности при коэффициенте пористости $\varepsilon=0{,}45$) $E_0=500$ *кгс/см²*; марка бетона 200; $E_1=26{,}5\times\times 10^4$ *кгс/см²*; арматура класса А-II. Высоту балки определим по расчету при проценте армирования $\mu=0{,}5$.

Предварительное значение толщины полосы устанавливаем согласно указаниям § 2. Крайние ординаты приближенной трапецевидной эпюры определяются равенствами

$$P_л = 1{,}8 + \frac{94+126+112{,}5}{14} - \frac{3}{2{,}7^2}\ (-94\cdot 4{,}6 - 126\cdot 0{,}6 +$$

$$+ 112{,}5\cdot 5 + 19{,}5 - 12) = 25{,}5 - 2{,}0 = 23{,}5\ тс/м;$$

$$P_п = 25{,}5 + 2 = 27{,}5\ тс/м^2.$$

Определяем высоту по максимальному моменту (под нагрузкой P_2).

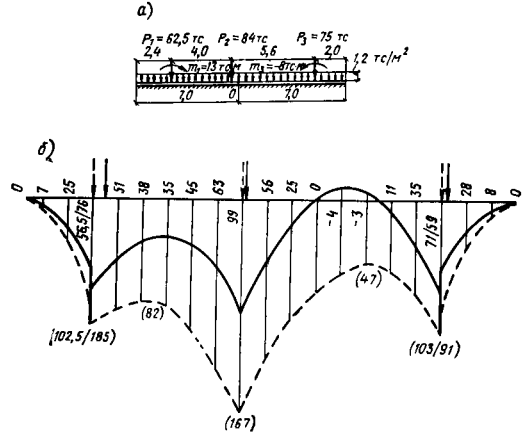


Рис. 115. Пример расчета балки конечной длины

а — схема внешней нагрузки; *б* — эпюра изгибающих моментов (пунктиром для сравнения приведена эпюра, установленная в условиях плоской задачи; сплошными стрелками показано действительное положение сосредоточенных нагрузок, пунктирными — положение, принятое в расчете)

Ординаты эпюр реактивных давлений и моментов под силой P_2 соответственно напишутся:

$$P_2 = 23{,}5 + \frac{27{,}5-23{,}5}{14}\ 6{,}4 = 25{,}3\ тс/м^2;$$

$$M_2 = (23{,}5 - 1{,}8)\ \frac{6{,}4^2}{2} + (25{,}3 - 23{,}5)\ \frac{2\cdot 6{,}4^2}{2{,}3} - 94\cdot 4 + 19{,}5 =$$

$$= 102\ тс\cdot м.$$

Во избежание недоразумений по поводу размерности в равенствах для p и M напомним, что ширина балки 1 *м*.

Используем формулу [121]:

$$A = \frac{M}{b' h_0^2} \ кгс/см^2,$$

откуда

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{b' A}}.$$

Величину A для наших условий устанавливаем по табл. 3.8 работы [121]: $A = 12{,}6$.

Таким образом, полезная высота

$$h_0 = \frac{102 \cdot 10^5}{10^2 \cdot 12{,}6} = 90 \ см.$$

Округляя, назначаем полную высоту балки: $h = 100$ *см*. Проверяем на поперечные силы согласно формулам (58) [135]:

$$Q < 0{,}25 R_и b h_0.$$

В нашем случае расчетное сопротивление бетона сжатию при изгибе $R_и = 100$ *кгс/см*^{2}.

Поперечные силы под нагрузкой P_2 с левой и правой сторон соответственно будут:

$$Q_{2л} = \left(-1{,}8 + \frac{23{,}5 + 25{,}3}{2}\right) 6{,}4 - 94 = 51{,}1 \ тс;$$

$$Q_{2п} = 51{,}1 - 126 = -74{,}9.$$

Следовательно,

$$74{,}9 \cdot 10^3 \leqslant 0{,}25 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 95 = 237{,}5 \cdot 10^3 \ тс.$$

Проверяем полученную высоту по точному расчету. Показатель гибкости по формуле (309):

$$t = \frac{3{,}14 \cdot 500 \cdot 700^3 \cdot 12}{2\,(1 - 0{,}3^2)\ 265\,000 \cdot 100^3} = 6{,}7.$$

Ближайшее к этому значению t, предусмотренное таблицами $t = 5$.

Для проверки высоты, не производя всего расчета в целом, подсчитаем момент под нагрузкой P_2.

Приведенные расстояния от середины балки до нагрузок

$$\alpha_2 = -\frac{4{,}6}{7} = -0{,}7; \quad \alpha_2 = -\frac{0{,}6}{7} = -0{,}1;$$

$$\alpha_3 = \frac{5}{7} = 0{,}7.$$

Момент определяется для сечения $\xi = -0{,}1$ по табл. 55 и 56:

$$M\,(-0{,}1) = 0{,}020 \cdot 7^2 \cdot 1{,}8 - 0{,}047 \cdot 7 \cdot 94 + 0{,}179 \cdot 7 \cdot 126 -$$

$$- 0{,}047 \cdot 112{,}5 + 0{,}278 \cdot 19{,}5 + 0{,}161 \cdot 12 = 99 \ тс \cdot м.$$

Таким образом, принятое нами значение высоты оказывается верным.

В табл. 58 приводим полностью вычисления эпюры изгибающих моментов по схеме, приведенной в части второй, главе I, § 12 и табл. 54, 55 и 56.

Полученная эпюра показана на рис. 115. На этом же рисунке пунктиром нанесена эпюра моментов, полученная для того же примера, рассчитанного в условиях плоской задачи, причем цифрами в скобках указаны значения наиболее характерных ординат. Из сравнения обеих эпюр явствует, к каким огромным излишкам в запасе прочности и перерасходу материалов приводит часто и ныне применяемый расчет ленточных фундаментов в условиях плоской задачи.

Эпюры остальных расчетных величин определяются аналогично.

§ 14. ПРИМЕР РАСЧЕТА ДЛИННОЙ БАЛКИ

Ленточный фундамент под ряд колонн. Железобетонная балка таврового сечения длиной $2a = 18{,}4$ *м* нагружена четырьмя сосредоточенными силами (рис. 116).

Модуль деформации грунта $E_0 = 340$ *кгс/см*^{2}, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}35$. Ширина балки $b' = 2b = 1{,}7$ *м* определена из расчета основания. Высота балки определяется из расчета, причем марка бетона 200, сталь класса А-II, максимальный коэффициент армирования 0,5.

Вычисляем крайние ординаты трапециевидной эпюры давлений по формуле (306)*:

$$p_0 = \frac{84 + 131 + 102 + 95}{18{,}4} = 22{,}4 \ тс/м;$$

$$M_0 = -84 \cdot 7{,}4 - 131 \cdot 2{,}8 + 102 \cdot 2{,}8 + 95 \cdot 7{,}2 = -19 \ тс \cdot м;$$

$$p_л = 22{,}4 + \frac{3}{2 \cdot 9{,}2^2} 19 = 22{,}4 + 0{,}3 = 22{,}7 \ тс/м;$$

$$p_п = 22{,}4 - 0{,}3 = 22{,}1 \ тс/м.$$

Чтобы определить высоту балки, вычисляем по формуле (307) максимальный изгибающий момент под нагрузкой P_2:

$$M_{макс} = 22{,}7 \ \frac{6{,}4^2}{2} - \frac{19}{4} \cdot \frac{6{,}4^3}{9{,}2^3} - 84 \cdot 4{,}6 = 77 \ тс \cdot м.$$

Ширина сжатой зоны (ребра тавра) $b_0 = 70$ *см*. Следовательно, полезная высота, определяемая по формуле [121],

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{b_0 A}};$$

* Весь расчет выполнен на логарифмической линейке.

Таблица 58

Вычисление изгибающих моментов

x	ξ	$\overline{M}_q$	$\overline{M}_{P_1}$	$\overline{M}_{P_2}$	$\overline{M}_{P_3}$	$\overline{M}_{m_1}$	$\overline{M}_{m_3}$	$M_q = \overline{M}_q \times 49 \times 1,8$	$M_{P_1} = \overline{M}_P \times 7,94$	$M_{P_2} = \overline{M}_{P_2} \times 7 \cdot 1,26$	$M_{P_3} = \overline{M}_{P_3} \times 7 \cdot 112,5$	$M_{m_1} = \overline{M} \times 19,5$	$M_{m_3} = \overline{M}_{m_3} \times (-12)$	$M_\Sigma = M_q + \Sigma M_{P_i} + \Sigma M_{m_i}$
—7,0	—1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
—5,3	—0,9	0,002	0,011	0,002	—0,001	0,026	—0,001	0	7	2	—1	—1	0	7
—5,6	—0,8	0,004	0,040	0,006	—0,005	0,089	—0,004	0	26	5	—4	—2	0	25
—4,9	—0,7	0,008	0,083	0,014	—0,010	0,176/0,824	—0,009	1	55	12	—8	3,5/16	0	56,5/76
—4,2	—0,6	0,011	0,040	0,016	—0,016	—0,726	—0,019	1	26	23	—13	14	0	51
—3,5	—0,5	0,014	0,007	0,043	—0,022	—0,625	—0,034	1	5	38	—18	12	0	38
—2,8	—0,4	0,016	—0,016	0,066	—0,020	—0,527	—0,054	1	—11	58	—24	10	1	35
—2,1	—0,3	0,017	—0,032	0,096	—0,037	—0,435	—0,081	1	—21	85	—29	8	1	45
—1,4	—0,2	0,019	—0,042	0,133	—0,042	—0,352	—0,117	2	—31	117	—33	7	1	63
—0,7	—0,1	0,020	—0,047	0,179	—0,037	—0,278	—0,161	2	—31	158	—37	5	2	99
0,0	0,0	0,020	—0,048	0,132	—0,048	—0,215	—0,215	2	—32	117	—38	4	3	56
0,7	0,1	0,020	—0,047	0,096	—0,047	—0,161	—0,278	2	—31	85	—37	3	3	25
1,4	0,2	0,019	—0,042	0,065	—0,047	—0,117	—0,350	2	—28	57	—37	2	4	0
2,1	0,3	0,017	—0,027	0,042	—0,032	—0,084	—0,435	1	—24	37	—25	2	5	—4
2,8	0,4	0,016	—0,020	0,025	—0,016	—0,054	—0,527	1	—20	22	—13	1	6	—3
3,5	0,5	0,014	—0,023	0,014	0,007	—0,034	—0,625	1	—15	12	6	1	8	11
4,2	0,6	0,011	—0,016	0,006	0,042	—0,019	—0,726	1	—11	5	31	0	9	35
4,9	0,7	0,007	—0,010	0,012	0,083	0,009	—0,824/0,176	1	—7	2	65	0	10/—2	71/59
5,6	0,8	0,004	—0,005	0,000	0,040	—0,004	0,089	1	—3	0	31	0	—1	28
6,3	0,9	0,002	—0,001	0,000	0,011	—0,001	0,026	0	—1	0	9	0	0	8
7,0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Примечание. Через косую черту даны два значения моментов слева и справа от нагрузки.

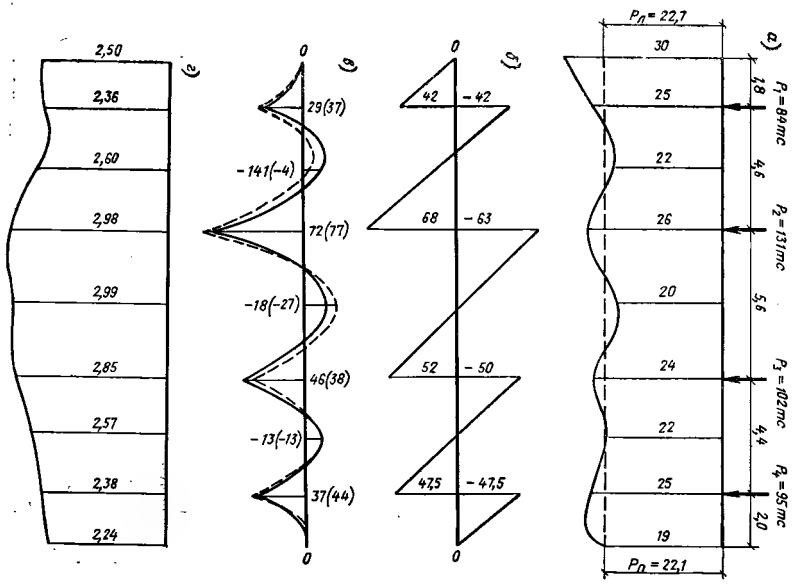


Рис. 116. Схема нагрузки и расчетные эпюры для железобетонного ленточного фундамента длиной $2a = 18,4$ м

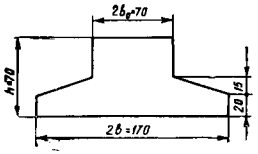


Рис. 117. Поперечное сечение в пролете

в наших условиях [121] при $A=12{,}6$ высота будет

$$h_0 = \sqrt{\frac{77\cdot 10^5}{70\cdot 12{,}6}} = 93 \text{ см}.$$

Проверяем по поперечным силам, принимая

$Q_{\text{макс}} = \frac{131{,}2}{2} = 65{,}5$ *тс* $= 62{,}5\cdot 10^3$ *кгс*. Условие (58) СНиП [135]

$$Q \leqslant 0{,}25\, R_{\text{и}}\, b_0\, h_0;$$

$$62{,}5\cdot 10^3 \leqslant 0{,}25\cdot 100\cdot 70\cdot 93 = 162{,}7\cdot 10^3 \text{ тс}.$$

Назначаем высоту вута 30 *см* и принимаем за общую расчетную высоту балки при толщине защитного слоя 3,5 *см*:

$$h = 93 - 30 + 3{,}5 \approx 70 \text{ см}.$$

Сечение балки в пролете показано на рис. 117. Переходим к уточненному расчету по таблицам.

По формуле (310) устанавливаем упругую характеристику балки L, причем момент инерции таврового сечения принимаем согласно указаниям § 3:

$$L = \sqrt[3]{\frac{2\cdot 26{,}5\cdot 10^4\cdot 70^3\,(1-0{,}35^2)}{340\cdot 24}} = 268 \text{ см}.$$

По формулам (311) и (312) приведенные полудлина и опорная полуширина балки

$$\lambda = \frac{920}{268} = 3{,}43 \approx 3{,}4; \quad \beta = \frac{85}{268} = 0{,}317 \approx 0{,}3.$$

Согласно указаниям § 3, балку можно принимать за длинную. По § 7, п. 1 расчет ведется при помощи таблиц с пометкой $\beta=0{,}3$ (табл. 57).

По § 7, п. 2 устанавливаем приведенные расстояния:

от левого конца ($\alpha_{i\,л}$) соответственно до нагрузок P_1, P_2, P_3 и P_4

$$\alpha_{л} = \frac{180}{268} = 0{,}67 \approx 0{,}6; \quad \alpha_{2\,л} = \frac{640}{268} = 2{,}4;$$

$$\alpha_{3\,л} = \frac{1200}{268} = 4{,}48 \approx 4{,}4; \quad \alpha_{4\,л} = \frac{1640}{268} = 6{,}11 \approx 6;$$

от правого конца до нагрузок ($\alpha_{i\,п} = 2\lambda - \alpha_{i\,л}$),

$$\alpha_{1\,п} = 6{,}8 - 0{,}6 = 6{,}2; \quad \alpha_{2\,п} = 6{,}8 - 2{,}4 = 4{,}4;$$

$$\alpha_{3\,п} = 6{,}8 - 4{,}4 = 2{,}4; \quad \alpha_{4\,п} - 6{,}86 - 6{,}11 = 0{,}75 \approx 0{,}8.$$

Так как

1) $\alpha_{1\,л} < 2$; $\alpha_{1\,п} > 2$;

2) $\alpha_{4\,л} > 2$; $\alpha_{4\,п} < 2$,

то, согласно § 7, п. 2 «а», расчет эпюр, возникающих от сил P_1 и P_4, ведем по столбцам для полубесконечных балок (с пометками $\alpha=0{,}6$ и $\alpha=0{,}8$).

Поскольку

3) $\alpha_{2\,л} > 2$; $\alpha_{2\,п} > 2$;

4) $\alpha_{3\,л} > 2$; $\alpha_{3\,п} > 2$,

по § 7, п. 2 «б» расчет эпюр от сил P_2 и P_3 ведем по столбцу для бесконечной балки (с пометкой $\alpha = \infty$).

Приводим полностью таблицу вычислений изгибающих моментов, построенную по указаниям § 8 (табл. 59,а).

Первые пять граф не нуждаются в дополнительных пояснениях. В следующих четырех графах выписаны из табл. 57 значения $\overline{M}$.

Таблица 59а

Определение безразмерных изгибающих моментов

x	$\xi_л$	ξ_2	ξ_3	$\xi_п$	$\overline{M}_1$	$\overline{M}_2$	$\overline{M}_3$	$\overline{M}_4$
0	0	—2,4	—4,4	6,8	0	—0,037	—	—
1,0	0,4	—2,0	—4,0	6,4	0,073	—0,041	—0,013	—
1,8	**0,6**	**—1,8**	**—3,8**	**6,2**	**0,174**	**—0,041**	**—0,015**	—
2,9	1,0	—1,4	—3,4	5,8	0,011	—0,033	—0,020	—
4,1	1,6	—0,8	—2,8	5,2	—0,075	0,026	—0,023	—
5,3	2,0	—0,4	—2,4	4,8	—0,082	0,120	—0,033	—
6,4	**2,4**	**0**	**—2,0**	**4,4**	**—0,072**	**0,282**	**—0,041**	—
7,3	2,8	0,4	—1,6	4,0	—0,055	0,120	—0,039	—0,020
8,3	3,0	0,6	—1,4	3,8	—0,047	0,066	—0,033	—0,025
9,2	3,4	1,0	—1,0	3,4	—0,031	—0,002	—0,002	—0,037
10,1	3,8	1,4	—0,6	3,0	—0,019	—0,033	0,066	—0,051
11,1	4,2	1,8	—0,2	2,6	—	—0,041	0,192	—0,062
12,0	**4,4**	**2,0**	**0**	**2,4**	—	**—0,041**	**0,282**	**—0,085**
13,1	4,8	2,4	0,4	2,0	—	—0,037	0,120	—0,060
14,2	5,2	4,8	0,8	1,6	—	—0,030	0,026	—0,036
15,3	5,6	3,2	1,2	1,2	—	—0,023	—0,022	0,050
16,4	**6,0**	**3,6**	**1,6**	**0,8**	—	**—0,018**	**—0,039**	**0,192**
17,4	6,4	4,0	2,0	0,4	—	—0,013	—0,041	0,049
18,4	6,8	4,4	2,4	0	—	—	—0,037	0

В первой из этих граф ($\overline{M}_1$) выписаны значения из столбца $\alpha=0{,}6$, соответствующие предусмотренным значениям $\xi_л$. Значение $\overline{M}$ при $\xi=\alpha_л=0{,}6$ уточнено интерполяцией согласно более точному значению $\alpha_л=0{,}67$ (§ 8, п. 5). Поскольку интервал между соседними табличными значениями $\xi=0{,}2$ и $\xi=\alpha_л=0{,}6$ $\overline{M}=0{,}159$, а при

$$\xi=\alpha_л=0{,}8\ \overline{M}=0{,}202,\quad \text{для}\quad \xi=\alpha_л=0{,}67$$

имеем:

$$\overline{M}=0{,}159+\frac{0{,}67-0{,}60}{0{,}2}\ (0{,}202-0{,}159)=0{,}159+0{,}015=0{,}174.$$

Во второй и третьей графах ($\overline{M}_2$ и $\overline{M}_3$) выписаны значения $\overline{M}$ из столбца $\alpha=\infty$ согласно со значениями ξ_2 и ξ_3.

В четвертой графе ($\overline{M}_4$) выписаны значения $\overline{M}$ из графы $\alpha=0{,}8$ соответственно значениям $\xi_п$ (§ 8, п. 5). При $|\xi|=\alpha_{4п}=0{,}75$ на основе интерполяции

$$\overline{M}=0{,}159+\frac{0{,}75-0{,}6}{0{,}2}\ (0{,}202-0{,}159)=0{,}192.$$

Во второй части таблицы (табл. 59 б) выписаны ординаты действительных эпюр M_1, M_2, M_3 и M_4, возникающие от действия сил P_1, P_2, P_3 и P_4. Они получаются по данным четырех последних граф табл. 59а при помощи формул перехода:

$$M_1=\overline{M}_1\cdot 84\cdot 2{,}68;\quad M_2=\overline{M}_2\cdot 131\cdot 2{,}28;$$

$$M_3=\overline{M}_3\cdot 102\cdot 2{,}68;\quad M_4=\overline{M}_4\cdot 95\cdot 2{,}68$$

(§ 8, п. 9).

Дальше следует сумма данных этих четырех граф:

$$M_\Sigma=M_1+M_2+M_3+M_4$$

(§ 8, п. 10).

Эта суммарная эпюра нуждается в исправлении у концов. Заметив, что $M_{\Sigma л}=-13$, $M_{\Sigma п}=-10$, для исправления эпюры, согласно § 8, п. 11, вычисляем для левого конца (при $\xi_л\leqslant 1{,}6$) значения поправки по формуле $\Delta=13\ (1-0{,}6\ \xi_л)$, а для правого (при $|\xi_п|\leqslant 1{,}6$) — по формуле

$$\Delta=10\ (1-0{,}6\ \xi_п).$$

Так, для сечения $\xi=0{,}4$ поправка

$$\Delta_л=13\ (1-0{,}6\cdot 0{,}4)=13\cdot 0{,}76=10.$$

В последней графе приведены окончательные значения ординат эпюры изгибающих моментов

$$M=M_\Sigma+\Delta_л+\Delta_п.$$

Все данные, относящиеся к нагруженным сечениям, напечатаны жирным шрифтом.

Результаты вычислений приведены на рис. 116, *в*, результаты расчета балки на реактивные давления — на рис. 116,*а*, поперечные силы — на рис. 116,*б* и осадки — на рис. 116,*г*, полученные совершенно тем же путем, что и результаты для изгибающего момента (§ 8, пп. 6 и 9).

Пунктирными линиями и цифрами в скобках нанесены результаты приближенного расчета, исходящего из трапециевидной эпюры реактивных давлений, использованной нами для установления предварительных значений ширины и высоты балки. Сопоставление результатов расчета с результатами, полученными по другим способам, см. в главе III, § 4, рис. 131.

В заключение приведем расчет полки тавра по указаниям § 10. Назначаем максимальную толщину полки 35 *см* (см. рис. 117) и проверяем ее на изгибающие моменты и поперечные силы. Согласно рис. 116, *а*, в качестве максимальных реактивных давлений на погонный метр можно принять величину $p=25$ *тс/м*. Отношение полуширины ребра к опорной полуширине $35:85\approx 0{,}4$. Находим значения момента и поперечной силы в опасном сечении:

$$M=0{,}14\cdot 25\cdot 0{,}85=2{,}97\ \textit{тс}\cdot\textit{м};\quad Q=0{,}37\cdot 25=9{,}2\ \textit{тс}.$$

Таблица 59б

Вычисление изгибающих моментов

x	ξ	$M_1=225\,\overline{M}_1$	$M_2=352\,\overline{M}_2$	$M_3=274\,\overline{M}_3$	$M_4=255\,\overline{M}_4$	$M_\Sigma=\sum M_i$	$\Delta_л+\Delta_п$	$M=M_\Sigma+\Delta_л+\Delta_п$
0	0	0	—13	—	—	—13	13+0	0
1,0	0,4	16	—14	— 3	—	— 1	10+0	9
1,8	**0,6**	**39**	**—14**	— 4	—	**—21**	**8+0**	**29**
2,9	1,0	2	—12	— 5	—	—15	5+0	—10
4,1	1,6	—17	9	— 6	—	—14	0+0	—14
5,3	2,0	—18	42	— 9	—	15	0+0	15
6,4	**2,4**	**—16**	**99**	**—11**	—	**72**	**0+0**	**72**
7,3	2,8	—12	42	—10	— 5	15	0+0	15
8,3	3,0	—11	23	— 9	— 6	— 3	0+0	— 3
9,2	3,4	— 7	— 1	— 1	— 9	—18	0+0	—18
10,1	3,8	— 4	—12	18	—13	—11	0+0	—11
11,1	4,2	—	—14	53	—16	23	0+0	23
12,0	**4,4**	—	—14	77	**—17**	**46**	**0+0**	**46**
13,1	4,8	—	—13	33	—15	5	0+0	5
14,2	5,2	—	—11	— 7	— 9	—13	0+0	—13
15,3	5,6	—	— 8	— 6	13	— 1	0+3	2
16,4	**6,0**	—	— **6**	—11	49	**32**	**0+5**	**37**
17,4	6,4	—	— 5	—11	12	— 4	0+8	4
18,4	6,8	—	—	—10	0	—10	0+10	**0**

Полезная высота полки

$$35 - 3{,}5 = 31{,}5,$$

отсюда

$$A = \frac{2{,}97 \cdot 10^5}{100 \cdot 31{,}52} \approx 0{,}3.$$

Процент армирования 0,12.

Проверка на поперечные силы дает

$$9{,}2 \cdot 10^3 < 0{,}25 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 31{,}5 = 78{,}7 \cdot 10^3.$$

Проверяем также, нужно ли проводить расчет прочности наклонных сечений согласно формуле (61) СНиП [135]:

$$Q \leqslant R_p b h_0 .$$

В наших условиях осевое растяжение $R_p = 7{,}2$ *кгс/см²*. Следовательно,

$$9{,}2 \cdot 10^3 < 7{,}2 \cdot 100 \cdot 31{,}5 = 22{,}7 \cdot 10^3 \text{ кгс/см}^2.$$

§ 15. ПРИМЕР РАСЧЕТА ФУНДАМЕНТНЫХ ЛЕНТ ПОД ПУТИ МОСТОВОГО ПЕРЕГРУЖАТЕЛЯ

Рассчитываются внутренние фундаментные ленты пути под жесткую опору мостового перегружателя согласно следующим данным.

Длина каждой ленты (т. е. расстояния между температурными швами) 45 *м* (рис. 118,*а*). Под швами запроектированы железобетонные плиты. Ленты имеют тавровое сечение, размеры ко-

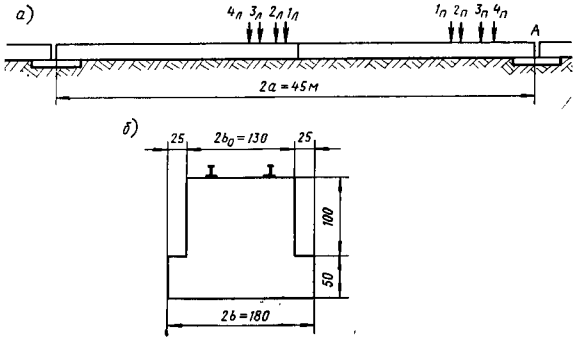


Рис. 118. Размеры фундаментной ленты под пути мостового перегружателя

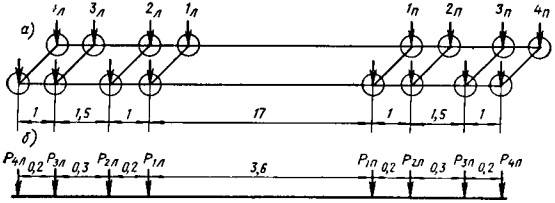


Рис. 119. Нагрузки от перегружателя

а — действительные расстояния; *б* — приведенные расстояния

торого приведены на рис. 118,*б*. Схема нагрузок от перегружателя представлена на рис. 119,*а* (в условном масштабе). Давление на каждую ось катков составляет $P = 70$ *тс*. За расчетное значение модуля деформации грунта принимается его модуль упругости $E = 940$ *кгс/см²*; учитывается, что до введения путей в эксплуатацию они будут многократно обкатаны нагрузками, ступенями возрастающими до проектной. Коэффициент Пуассона $\nu_0 = 0{,}35$. Марка бетона 200.

Требуется построить огибающие максимальных положительных и отрицательных моментов, поперечных сил, реактивных давлений и осадок для всей балки. В примере ограничимся вычислением максимальных моментов для внутренних, достаточно удаленных от концов сечений и для одного из сечений, находящегося на близком расстоянии от конца. Значения максимальных моментов для других сечений, а также максимальные значения остальных расчетных величин могут быть определены аналогично.

Установим по формуле (310) значение упругой характеристики балки L. Ввиду того что соотношение размеров таврового сечения (см. рис. 118,*б*) значительно отличается от тех, для которых в § 3 была установлена приближенная формула момента инерции, точно вычислим момент инерции.

Статический момент площади сечения относительно нижней кромки

$$S = \frac{130 \cdot 150^2}{2} + 2\,\frac{25 \cdot 50^2}{2} = 1525 \cdot 10^3 \text{ см}^3.$$

Площадь поперечного сечения

$$F = 130 \cdot 150 + 2 \cdot 25 \cdot 50 = 22 \cdot 10^3 \text{ см}^2.$$

Положение центра тяжести

$$x = \frac{S}{F} = \frac{1525 \cdot 10^3}{22 \cdot 10^3} = 69{,}1 \text{ см}.$$

Момент инерции

$$J = \frac{130 \cdot 150^3}{12} + 130 \cdot 150 \cdot 5{,}9^2 + 2\left(\frac{25 \cdot 50^3}{12} + 25 \cdot 50 \cdot 44{,}1^2\right) =$$

$$= 395 \cdot 10^5 \ см^4.$$

Упругая характеристика

$$L = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 26{,}5 \cdot 10^4 \cdot 395 \cdot 10^5 \ (1 - 0{,}35^2)}{180 \cdot 940}} = 478 \ см = 4{,}78 \ м.$$

Приведенные полудлина и опорная полуширина балки

$$\lambda = \frac{22{,}5}{4{,}78} = 4{,}7; \quad \beta = \frac{0{,}9}{4{,}78} \approx 0{,}188.$$

Согласно п. 1, § 7, расчет следует вести по табл. 57, относящейся к приведенной полуширине балки $\beta = 0{,}15$.

Определяем приведенные расстояния между осями катков (см. рис. 119,*б*):

между крайними

$$\frac{1}{4{,}78} = 0{,}21 \approx 0{,}2;$$

между средними

$$\frac{1{,}5}{4{,}78} = 0{,}31 \approx 0{,}3;$$

между крайними внутренними катками обеих тележек

$$\frac{17}{4{,}78} = 3{,}56 \approx 3{,}6.$$

Построим линии влияния моментов для внутренних сечений ленты, настолько удаленных от шва, что влиянием его можно пренебречь. Согласно п. 11, § 8, влияние конца балки сказывается на моментах при приведенной полуширине $\beta = 0{,}15$ примерно до сечений, расположенных на приведенном расстоянии от края $\xi = 1{,}6$ или в нашем случае на расстоянии $x = 4{,}78 \times 1{,}6 = 7{,}5$ *м*.

Порядок вычисления моментов при различных положениях перегружателя относительно выбранного сечения будет следующим.

Переномеруем оси катков (см. рис. 119). Затем составляем таблицу (табл. 60), в четырех первых графах которой выписываем приведенные расстояния $\xi_{1л}$, $\xi_{2л}$, $\xi_{3л}$, $\xi_{4л}$ от катков $1_л$, $2_л$, $3_л$, $4_л$ до рассматриваемого сечения. Положительным значениям $\xi_{i,л}$ будут соответствовать положения катков справа от рассматриваемого сечения, отрицательным—слева.

Значения $\xi_{i,л}$ выбираются такими, при которых можно ожидать выявления максимального положительного или отрицательного момента в рассматриваемом сечении.

В следующих четырех столбцах выпишем приведенные расстояния до правых катков $\xi_{iп}$, соответствующие выбранным расстояниям до левых катков. Те и другие приведенные расстояния связаны равенством

$$\xi_{i\,п} = \xi_{i\,л} + 3{,}6.$$

В восьми графах таблицы выписываем значения безразмерных величин $\overline{M}_{iл}$ и $M_{iп}$, устанавливаемых в соответствии со значениями $\xi_{iл}$ и $\xi_{iп}$ по графе $a = \infty$ табл. 57. Так как приведенные расстояния до катков правой тележки для большинства предусмотренных положений перегружателя будут больше числа 3, влияние катков правой тележки при этих положениях не учитывается. В табл. 60 в порядке исключения приведены значения $\overline{M}_{iп}$ и при $\xi_{iп} > 3$, полученные экстраполяцией; эти значения отмечены звездочкой.

В предпоследней графе таблицы проставляем все $\overline{M}_i$ для данного положения нагрузок. Умножив эту сумму на переходной множитель $PL = 70 \cdot 4{,}78 = 335$ *тс*, получим действительные значения моментов в сечении при фиксированных положениях перегружателя; эти значения выписываем в последнюю графу таблицы.

На рис. 120,*а* показана построенная в соответствии с вычисленными значениями моментов линия влияния для внутренних сечений ленты. Из этого графика следует, что максимальный положительный момент возникает в сечении при нахождении катков $1_л$ (или $1_п$) на приведенных расстояниях 0,2 и 0,5 от сечения или на действительных расстояниях $x = 0{,}2 \cdot 4{,}78 = 0{,}96$ *м* и $x = 0{,}5 \cdot 4{,}78 = 2{,}39$ *м*. Этот момент равен 175 *тс·м*. Максимальный отрицательный момент возникает в том случае, когда тележки находятся по разным сторонам от рассматриваемого сечения и катки $1_л$ (или $1_п$) удалены от сечения на приведенное расстояние $\xi = 1{,}6$ или на действительное расстояние $x = 1{,}6 \times 4{,}78 = 7{,}65$ *м*. Этот момент равен 62 *тс·м*.

Переходим к расчету сечения, находящегося вблизи шва. Пусть это будет, например, сечение, находящееся на приведенном расстоянии $\xi_0 = -0{,}8$ от правого конца ленты, что соответствует действительному расстоянию $x_0 = -0{,}8 \cdot 4{,}78 = -3{,}82$ *м*. Здесь возможны два основных случая: 1) обе тележки находятся по одну сторону шва и 2) левая тележка находится на рассчитываемой ленте, а правая — на соседней правой ленте[1].

Рассмотрим первый случай. Чтобы уяснить, какое влияние на изгибающие моменты в ленте оказывает температурный шов, примем, что благодаря наличию рельсов (обязательно перекрывающих швы) осадки концов двух смыкающихся лент всегда равны между собой. Вместе с тем примем, что жесткость

[1] Для случая, когда одна из тележек находится над швом, объяснения приведены ниже.

Таблица 60

Вычисление линий влияния для внутренних сечений ленты

$\xi_{1л}$	$\xi_{2л}$	$\xi_{3л}$	$\xi_{4л}$	$\xi_{1п}$	$\xi_{2п}$	$\xi_{3п}$	$\xi_{4п}$	$\bar{M}_{1л}$	$\bar{M}_{2л}$	$\bar{M}_{3л}$	$\bar{M}_{4л}$	$\bar{M}_{1п}$	$\bar{M}_{2п}$	$\bar{M}_{3п}$	$\bar{M}_{4п}$	ΣM	M
0,5	0,3	0,0	-0,2	4,1	4,3	4,6	4,8	0,046	0,105	0,230	0,141	—	—	—	—	0,252	175
0,4	0,2	-0,1	-0,3	4,0	4,2	4,5	4,7	0,072	0,141	0,183	0,105	—	—	—	—	0,501	169
0,2	0,0	-0,3	-0,5	3,8	4,0	4,3	4,5	0,141	0,230	0,105	0,046	—	—	—	—	0,522	175
0,0	-0,2	-0,5	-0,7	3,6	3,8	4,1	4,3	0,230	0,141	0,046	0,006	—	—	—	—	0,423	141
-0,2	-0,4	-0,7	-0,9	3,4	3,6	3,9	4,1	0,141	0,072	0,005	-0,018	—	—	—	—	0,201	67
-0,4	-0,6	-0,9	-1,1	3,2	3,4	3,7	3,9	0,072	0,024	-0,018	0,029	—	—	—	—	0,049	16,5
-0,8	-1,0	1,3	-1,5	2,8	3,0	3,3	3,5	-0,006	-0,025	-0,034	0,034	-0,013	-0,010	-0,006*	—	-0,128	-43
-1,2	-1,4	1,7	-1,9	2,4	2,6	2,9	3,1	-0,033	-0,035	0,031	0,028	-0,018	-0,015	-0,011	-0,008*	-0,179	-60
-1,6	-1,8	-2,1	-2,3	2,0	2,2	2,5	2,7	0,033	-0,030	-0,024	0,020	-0,026	-0,022	-0,017	-0,014	-0,186	-62
-2,0	-2,2	-2,5	-2,7	1,6	1,8	2,1	2,3	-0,026	-0,022	-0,017	-0,014	-0,033	-0,030	-0,024	-0,20	-0,186	-62

рельсов недостаточна, чтобы передавать изгибающие моменты от одной ленты к другой. При таких предположениях сопряжение лент должно рассматриваться как шарнирное.

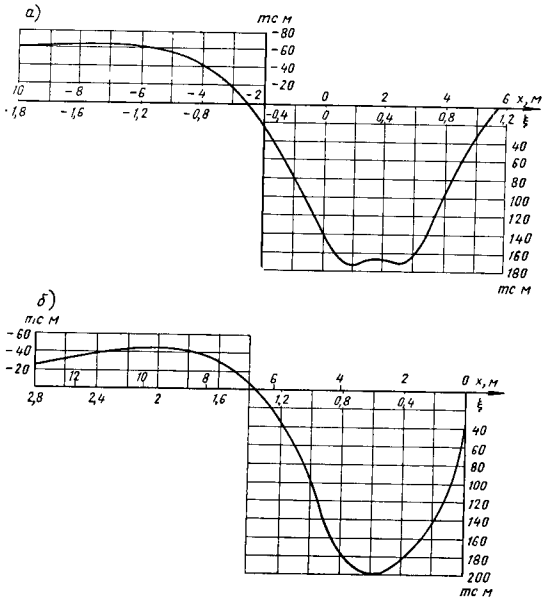


Рис. 120. Линии влияния изгибающих моментов от суммарной подвижной нагрузки ($P=70$ *тс* на каждую ось катков)

а — для внутренних сечений; *б* — для сечений вблизи шва

При учете взаимного влияния соседних лент будем пренебрегать влиянием, оказываемым на осадку одной ленты, давления на грунт другой ленты. Такое предположение приводит к завышению в расчете сопротивляемости грунта осадкам против действительной. Для компенсации будем одновременно пренебрегать влиянием подушек, снижающих осадки под швами.

Отбросим шарнир между лентами, заменив его неизвестными реакциями Q (рис. 121), величины которых для любого по-

ложения перегружателя, когда обе тележки находятся по одну сторону шва, можно определить исходя из условия равенства осадок концов обеих соседних балок:

$$P\,(Y_{1\text{п}} + Y_{2\text{п}} + Y_{3\text{п}} + Y_{4\text{п}}) - QY_Q = QY_Q. \qquad (333)$$

В этом равенстве через $Y_{i\text{п}}$ обозначены осадки конца балки от нагрузок $P=1$ *тс*, передаваемых катком i правой тележки через Y_Q — осадки от силы $Q=1$ *тс*, приложенной к концу балки ($a=0$). Осадки от катков левой тележки не вошли в формулу (333), так как эти катки удалены от конца на приведенное

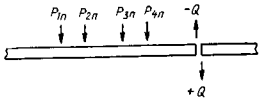


Рис. 121. Реакции у шва

расстояние $a>4{,}3$ и, следовательно, в соответствии с данными табл. 57 на осадки конца влияния не оказывают.

Из уравнения (333) следует, что

$$Q = \frac{Y_{1\text{п}} + Y_{2\text{п}} + Y_{3\text{п}} + Y_{4\text{п}}}{2Y_Q}\,P = K\,P. \qquad (334)$$

Обратим внимание на то, что, определяя значения $Y_{i\text{п}}$ и Y_Q по табличным данным, мы должны будем пользоваться одним и тем же множителем перехода от безразмерных значений Y к действительным $\left(\frac{1-\nu_0^2}{E_0 L}\right)$. В выражении (334) этот множитель сокращается. Следовательно, размерные величины $Y_{i\text{п}}$ и Y_Q могут быть в выражении (334) заменены на безразмерные $\overline{Y}_{i\text{п}}$ и $\overline{Y}_Q$.

Определим величину K в равенстве (334) для различных положений правой тележки, предусмотренных табл. 61. В ее первых четырех графах выписаны приведенные расстояния до катков $4_\text{п}$, $3_\text{п}$, $2_\text{п}$, $1_\text{п}$ от конца балки $\alpha_{i\text{п}}$, при которых можно ожидать выявления максимального положительного или отрицательного момента. В следующих четырех графах приводятся соответствующие величины $\overline{Y}_{i\text{п}}$, выписанные из строки табл. 57, относящейся к концу балки ($\xi=0$). Так как для балок на упругом основании выполняется закон взаимности перемещений, то значения $\alpha_{i\text{п}}$ можно выписывать в соответствии со значениями $\xi_{i\text{п}}=\alpha_{i\text{п}}$ также и из графы (табл. 57), относящейся к осадкам различных сечений от нагрузки в конце балки ($a=0$). Этим можно воспользоваться для определения осадок конца балки при тех значениях $\alpha_{i\text{п}}$ ($\alpha_{i\text{п}}>1$), для которых в строке $\xi=0$ данных нет.

Таблица 61

Определение величины реакции у конца балки Q в долях от нагрузки на ось катков P ($Q=KP$)

$\alpha_{4\text{п}}$	$\alpha_{3\text{п}}$	$\alpha_{2\text{п}}$	$\alpha_{1\text{п}}$	$\overline{Y}_{4\text{п}}$	$\overline{Y}_{3\text{п}}$	$\overline{Y}_{2\text{п}}$	$\overline{Y}_{1\text{п}}$	$\Sigma\overline{Y}_{i\,\text{п}}$	K
0	0,2	0,5	0,7	3,04	2,48	1,72	1,30	8,54	1,4
0,2	0,4	0,7	0,9	2,48	1,96	1,30	0,95	6,69	1,1
0,4	0,6	0,9	1,1	1,96	1,50	0,95	0,67	5,08	0,835
0,6	0,8	1,1	1,3	1,50	1,11	0,67	0,46	3,74	0,615
0,8	1,0	1,3	1,5	1,11	0,79	0,46	0,29	2,65	0,435
1,0	1,2	1,5	1,7	0,79	0,55	0,29	0,17	1,80	0,296
1,2	1,4	1,7	1,9	0,55	0,36	0,17	0,09	1,17	0,195
1,4	1,6	1,9	2,1	0,36	0,22	0,09	0,03	0,70	0,117

В предпоследней графе табл. 61 выписана сумма значений $\overline{Y}_{in}$.

На основе данных этой графы и вычисляем величину K по формуле (334). Так как $\overline{Y}_Q$ — это безразмерная осадка конца балки от силы, приложенной тоже в конце, то значение этой величины определяется из табл. 57 при $\xi=0$, $\alpha=0$, $\overline{Y}_Q=3{,}04$. Значения K выписаны в последней графе табл. 61.

Найденные в табл. 61 значения K используются для расчета любого сечения, близко расположенного к концу, а не только для выбранного нами сечения $\xi=-0{,}8$.

Теперь можно определить значения момента в сечении $\xi_0=-0{,}8$, вызываемого как силами, передаваемыми на ленту катками правой тележки[1], так и реакцией $Q=-KP$, приложенной в сечении $\alpha=0$.

В первых четырех графах табл. 62 выписаны значения приведенных расстояний для тех же сечений, которые предусмотрены табл. 61. Теперь, однако, приходится учитывать то, что в табл. 57 безразмерных моментов $\overline{M}$ данные, относящиеся к схеме полубесконечной балки, приведены только для значений $\alpha\leqslant 1$. При $\alpha_i>1$ надо пользоваться графой той же таблицы $\alpha=\infty$ для бесконечной балки. Поэтому во всех случаях, когда в табл. 61 $\alpha_{in}>1$, в табл. 62 приводятся не значения α_{in}, а значения приведенных расстояний от нагрузки до рассматриваемого сечения, т. е. величины $\xi_{in}=\alpha_{in}-|\xi_0|$ (для нашего случая $\xi_{in}=\alpha_{in}-0{,}8$). Эти значения ξ_{in} и определяют нужные нам табличные данные графы $\alpha=\infty$ табл. 57. Значения α_{in} отделены от значений ξ_{in} в табл. 62 жирной ломаной линией.

В следующих четырех графах табл. 62 выписаны значения $\overline{M}_{in}$ в соответствии со значениями α_{in} и ξ_{in} первых четырех граф, для чего использованы как данные для полубесконечной балки (в строке $\xi=0{,}8$), так и столбец $\alpha=\infty$. Значения $\overline{M}_{in}$, найденные в строке $\xi=0{,}8$, отделены от значений $\overline{M}_{in}$, установленных по столбцу $\alpha=\infty$, жирной ломаной линией.

В девятом столбце приведены значения безразмерных моментов, возникающих в сечении $\xi_0=-0{,}8$ от реакции Q. В качестве этих моментов приводится не непосредственно безразмерный момент $\overline{M}_Q=-0{,}267$, возникающий в сечении $\xi_0=0{,}8$ от нагрузки силой в конце балки, а доля этого момента $K\overline{M}_Q$ в соответствии с долей Q от P. Принимая во внимание, что сила Q направлена снизу вверх, меняем знак у величины $\overline{M}_Q$ на обратный.

В предпоследней графе таблицы проставлены суммы без-

[1] Нетрудно убедиться, что при расположении обеих тележек на одной ленте влиянием левой тележки на моменты в сечении $\xi_0=-0{,}8$ можно пренебречь.

Таблица 62

Вычисление линия влияния для сечений, находящегося на приведенном расстоянии $\xi_0=-0{,}8$ от конца ленты

α_{4n}, ξ_{4n}	α_{3n}, ξ_{3n}	α_{2n}, ξ_{2n}	α_{1n}, ξ_{1n}	$\overline{M}_{4n}$	$\overline{M}_{3n}$	$\overline{M}_{2n}$	$\overline{M}_{1n}$	$-K\overline{M}_Q$	$\Sigma\overline{M}$	M
0	0,2	0,5	0,7	−0,267	−0,153	0,021	0,145	0,374	0,120	40
0,2	0,4	0,7	0,9	−0,153	−0,037	0,145	0,178	0,294	0,427	147
0,4	0,6	0,9	0,3	−0,037	0,081	0,178	0,105	0,222	0,549	184
0,6	0,8	0,3	0,5	0,081	0,210	0,105	0,046	0,164	0,606	204
0,8	1,0	0,5	0,7	0,210	0,147	0,046	0,006	0,116	0,525	176
1,0	0,4	0,7	0,9	0,141	0,072	0,016	−0,018	0,075	0,276	93
0,4	0,6	0,9	1,1	0,072	0,024	−0,018	−0,033	0,052	0,097	32,5
0,6	0,8	1,1	1,3	0,024	−0,006	−0,033	−0,034	0,031	−0,008	−2,5

размерных моментов для каждой строки. Наконец, в последней графе на основе равенства $M=PL\Sigma\bar{M}$, где $PL=335$ *тс·м*, приведены действительные значения моментов в рассматриваемом сечении. На основе этих данных построена линия влияния (см. рис. 120,*б*)*.

Из графика следует, что максимальный положительный момент в сечении $\xi_0=-0{,}8$ возникает при положении катка $4_п$ на расстоянии $x=0{,}6\cdot 4{,}78=2{,}9$ *м* от конца балки. Этот момент равен 204 *тс·м*. Максимальный отрицательный момент возникает при расстоянии от конца балки до того же катка $x=2\cdot 4{,}78=9{,}5$ *м* и равен —42,5 *тс·м*.

В случае, если тележки находятся по обе стороны от шва, равенство (333) должно быть заменено равенством

$$P\,(Y_{1л}+Y_{2л}+Y_{3л}+Y_{4л})-QY_Q=P\,(Y_{1п}+Y_{2п}+Y_{3п}+Y_{4п})+QY_Q, \qquad (333')$$

откуда

$$Q=\frac{(Y_{1л}+Y_{2л}+Y_{3л}+Y_{4л})-(Y_{1п}+Y_{2п}+Y_{3п}+Y_{4п})}{2Y_Q}\,P=KP. \qquad (334')$$

В остальном расчет совпадает с расчетом сечения вблизи конца при расположении обеих тележек по одну сторону от шва.

Кроме этих основных случаев положения тележек, нужно учесть и те положения, когда одна из тележек проходит через шов. Соответствующие формулы для определения реакции в этом случае могут быть выведены без труда.

Особенно следует обратить внимание на случай, когда рассчитываемая лента свободна от нагрузки вблизи конца или вовсе свободна от нагрузки, но одна из тележек находится вплотную у близлежащего конца соседней ленты. Реакция Q достигает здесь, согласно данным табл. 61, максимального своего значения ($Q=1{,}4P$). Направленная сверху вниз, эта реакция в соответствии с табл. 57 может вызвать в сечении $\xi=0{,}7$ наибольший из всех отрицательных моментов

$$M=-0{,}269\,KPL=-126\ тс\cdot м.$$

* Та часть линии влияния, которая относится к значениям $\alpha_{4п}>1{,}6$ построена на основе данных табл. 60, так как влиянием конца балки здесь можно пренебречь.

Глава II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА

В этой главе изложены основы метода расчета [26, 27, 35], при помощи которого построены таблицы и разработаны практические приемы, приведенные в главе I. В конце главы даны сведения о методах расчета балок на упругом полупространстве, разработанных другими авторами.

§ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОБЩЕЕ ЕЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ БАЛОК КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Задача о расчете балки конечной длины, лежащей на поверхности упругого полупространства (см. рис. 109), решена методом, аналогичным тому, который применен для расчета полос и круглых плит (см. часть вторую, главу II и часть третью, главу II). Реактивные давления под балкой изменяются не в одном направлении, как это было в предыдущих задачах, а в двух — в продольном x' и в поперечном y' (см. рис. 109). Поэтому степенные ряды, при помощи которых решается задача, должны быть не одинарными, а двойными относительно переменных x и y, где $x=x'/a$ и $y=y'/b$ — координаты, приведенные к полусторонам a и b прямоугольной опорной площади балки[1].

Задача сводится к определению такого закона распределения реактивных давлений грунта на балку, выражаемого через двойной степенной ряд

$$p\,(x,\ y)=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}a_{ij}\,x^i\,y^j. \qquad (335)$$

при котором выполнялись бы условия тождества осадок грунта прогибам балки и равновесия балки под действием внешней нагрузки и реактивных давлений.

Нагрузка на балку может быть совершенно произвольной (на данном этапе решения исключается лишь нагрузка, несимметричная в поперечном направлении). Трением между грунтом и балкой пренебрегают.

Чтобы выполнить первое условие, необходимо выразить осадки грунта и прогибы балки через бесконечные двойные степенные ряды, коэффициенты которых зависели бы от искомых коэффициентов a_{ij} ряда реактивных давлений. Тогда на основе тождества осадок грунта и прогибов балки мы будем иметь право приравнивать в соответствующих рядах коэффициенты при равных степенях x и y; это дает систему уравнений, которые

[1] В дальнейшем будет показано, что решение задачи о расчете балок на упругом полупространстве также сводится к операциям над одинарными рядами.

совместно с уравнением равновесия определят искомые коэффициенты a_{ij}.

Представим уравнение осадок грунта, возникающих вследствие давлений $p(x, y)$, распределенных по прямоугольной площадке его поверхности по закону (335), также двойным степенным рядом

$$w(x, y) = \sum_{u=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} A_{uv} x^u y^v. \tag{336}$$

Вывод формулы, связывающей коэффициенты A_{uv} в ряду (336) с коэффициентами a_{ij} в ряду (335), является наиболее сложным этапом в решении задачи как о расчете балок, так и о расчете прямоугольных плит на упругом полупространстве. Этот вывод связан с большим числом сложных и громоздких выкладок, которые приведены в работах [33, 35]. Здесь даны краткие сведения о способе получения этой формулы.

Давление, передаваемое конструкцией на грунт, можно рассматривать как состоящее из совокупности бесконечного числа элементарных сосредоточенных сил P, неравномерно распределенных по прямоугольной опорной площади. Осадки грунта, вызываемые каждой из этих сил, определяются формулой Буссинеска (12). Обозначим через $\bar{x}'$ и $\bar{y}'$ действительные координаты точки, в которой приложена какая-нибудь из сил P, а через $\bar{x}=\bar{x}'/a$ и $\bar{y}=\bar{y}'/a$ — приведенные координаты этой точки. Считая, что сила P равна давлению, приходящемуся на элемент опорной площади конструкции $d\bar{x}'d\bar{y}'=abd\bar{x}d\bar{y}$, получим

$$P = abp(\bar{x}, \bar{y})\, d\bar{x}\, d\bar{y}.$$

Обозначим приведенные координаты какой-либо точки M поверхности грунта под подошвой конструкции, осадку которой мы хотим определить, через x и y. Тогда входящее в формулу (12) расстояние r между точкой, где приложена нагрузка, и точкой, перемещение которой определяется, может быть определено равенством

$$r = \sqrt{a^2(\bar{x}-x)^2 + b^2(\bar{y}-y)^2}.$$

Суммируя (интегрируя) осадки, которые претерпевает точка M от воздействия каждой из сосредоточенных сил P, получим общую осадку

$$w(x, y) = \frac{(1-\nu_0^2)\, ab}{\pi E_0} \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \frac{p(\bar{x}, \bar{y})\, d\bar{x}\, d\bar{y}}{\sqrt{a^2(\bar{x}-x)^2 + b^2(\bar{y}-y)^2}}. \tag{337}$$

В уравнение (337) следует подставить выражение реактивных давлений (335) (предварительно заменив в нем координаты x и y на $\bar{x}$ и $\bar{y}$) и затем произвести интегрирование. Чтобы

в результате интегрирования осадки были выражены двойным степенным рядом, величина, обратная радикалу, входящему в уравнение (337), должна быть разложена в двойной степенной ряд и его члены перемножены на члены ряда $p(\bar{x}, \bar{y})$. В результате соответствующих выкладок получается следующее выражение для степенного ряда осадок:

$$w(x, y) = \sum_{u=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} x^u y^v \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_{ij}\, i!\, j! \times$$
$$\times \sum_{m=M}^{i} \sum_{n=N}^{j} \frac{b_{mn,\, uv}}{(i-m)!\,(j-n)!}, \tag{338}$$

при $i \leqslant u$ $M=0$; при $i \geqslant u$ $M=i-u$;
при $j \leqslant v$ $N=0$; при $j \geqslant v$ $N=j-v$.
Величины $b_{m,\, n,\, u,\, v}$ определяются равенством

$$b_{m,\, n,\, u,\, v} = \frac{a(1-\nu_0^2)}{\pi E_0} \times$$
$$\times \frac{[(-1)^m + (-1)^{u+m-i}]\,[(-1)^n + (-1)^{v+n-j}]\,\alpha^{j-v}}{m!\, n!\,(u+m-i)!\,(v+n-j)!} \times$$
$$\times \frac{d^{v+n-j}}{d\beta^{v+n-j}} \int_0^{\beta} \beta^{n+i-u} \int_0^{1/\beta} \frac{d^{u+m-i}}{dt^{u+m-i}} \cdot \frac{t^m\, dt}{\sqrt{1+t^2}}\, d\beta, \tag{339}$$

(причем $\beta=1/\alpha=b/a$).

На основании формулы (338) коэффициенты в ряду осадок (336) устанавливаются при помощи равенства

$$A_{uv} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \delta_{uv,\, ij}\, a_{ij}, \tag{340}$$

причем

$$\delta_{uv,\, ij} = \frac{\pi E_0}{1-\nu_0^2} \sum_{m=M}^{i} \sum_{n=N}^{j} \frac{i!\, j!\, b_{mn,\, uv}}{(i-m)!\,(j-n)!}. \tag{341}$$

Для определения величин $\delta_{uv,\, ij}$ в зависимости от отношений сторон прямоугольной опорной площадки $\alpha=a/b$ нами даны таблицы готовых алгебраических формул [33]; кроме того, в книге [35] приведены таблицы численных значений этих величин при $\alpha=1$; 1,5; 2; 3; 5; 7; 10.

Следует заметить, что, согласно формулам (339) и (341), величины $\delta_{uv,\, ij}$ оказываются отличными от нуля только в тех случаях, когда u и i оба четные или оба нечетные и когда v и j оба четные или оба нечетные. Отсюда следует, что когда реактивные давления будут симметричны относительно какой-либо оси x или y, то осадка будет симметрична относительно той же оси. Это справедливо и для обратной симметрии.

Громоздкость формул (338) и (339) не позволила бы при их непосредственном использовании развить достаточно эффективный метод расчета балок на упругом основании. Оказывается применительно к балке эти формулы можно упростить.

Для этого используются два положения: балки являются конструкциями, длина которых значительно превышает ширину; балки являются конструкциями, изгибом которых в поперечном направлении принято пренебрегать.

Первое из этих положений позволяет в формулах для величин $\delta_{uv,ij}$ пренебречь членами порядка $1/\alpha^2$ и меньшими. Исследования показывают (см. часть пятую, главу I, § 4, п. 4), что отбрасывание этих членов практически не влияет на результаты расчета уже при значениях $\alpha = 7 \div 10$.

Второе положение позволяет считать, что поверхность грунта под подошвой балки не изгибается в поперечном направлении. Поэтому в уравнении (336) должны исчезнуть все члены, содержащие y в степенях, отличных от нуля. Это приводит к системе уравнений:

$$\left.\begin{aligned} A_{uv} = 0 \quad &\text{при} \quad u = 0,\ 1,\ 2 \ldots \\ &\text{при} \quad v = 1,\ 2,\ 3 \ldots \end{aligned}\right\} \tag{342}$$

Используя равенства (342), можно перейти в выражении осадок от двойного степенного ряда (336) к одинарному ряду:

$$w(x) = \sum_{u=0}^{\infty} A_u x^u. \tag{343}$$

На основе решения системы уравнений (342) при подстановке в нее равенств (340), (341), (339) и $1/\alpha^2 = \beta^2 = 0$ получим выражение коэффициентов A_{2u} (при четных степенях x) и A_{2u+1} (при нечетных степенях x) в зависимости от $\alpha_{2i,0}$ и $\alpha_{2i+1,0}$:

$$\left.\begin{aligned} A_{2u} &= \frac{2(1-\nu_0^2)\,b}{E_0}\left[\sum_{\substack{i=0\\ i\neq u}}^{\infty} \frac{a_{2i,0}}{2i-2u} + (\ln 4\alpha - d_{2u})\, a_{2u,0}\right]; \\ A_{2u+1} &= \frac{2(1-\nu_0^2)\,b}{E_0}\left[\sum_{\substack{i=0,\\ i\neq u}}^{\infty} \frac{a_{2i+1,0}}{2i-2u} + (\ln 4\alpha - d_{2u+1})\, a_{2u+1,0}\right]. \end{aligned}\right\} \tag{344}$$

Здесь

$$d_{2u} = \sum_{s=1}^{2u} \frac{1}{s}; \quad d_{2u+1} = \sum_{s=1}^{2u+1} \frac{1}{s}.$$

Перейдем теперь от ряда давлений $p(x, y)$ на квадратную единицу опорной площади балки (335) к ряду давлений

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots \tag{345}$$

на погонную единицу длины балки. Оба давления связаны между собой равенством

$$p(x) = b \int_{-1}^{1} p(x, y)\, dy. \tag{346}$$

Можно доказать, что при принятых положениях

$$p(x, y) = \frac{p(x)}{\pi b \sqrt{1-y^2}}\ ^{*}. \tag{347}$$

На основе равенств (335), (345) и (346) первая из формул (344) принимает вид

$$A_{2u} = \frac{2(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\left[\sum_{\substack{i=0,\\ i\neq u}}^{\infty} \frac{a_{2i}}{2i-2u} + (\ln 4\alpha - d_{2u})\, a_{2u}\right]. \tag{348}$$

Аналогичное равенство для A_{2u+1} можно установить и из второй формулы (344).

Теперь остается определить прогибы балки также в виде степенного ряда; этот ряд находим, подставив в дифференциальное уравнение изгиба балки (97) выражение (345) и интегрируя его так же, как это выполнялось для расчета полосы. Чтобы выражение (97) служило уравнением прогиба балки, а не полосы, в нем следует положить $\nu_1 = 0$ и b' равным безразмерной единице. Вводя при прерывной и сосредоточенной нагрузках в уравнение прогибов интерполяционный полином (см. часть вторую, главу II, § 1), коэффициенты которого устанавливаются способом наименьших квадратов, мы можем во всех случаях написать уравнение прогибов в виде степенного ряда

$$Y(x) = \sum_{u=0}^{\infty} B_u x^u. \tag{349}$$

Коэффициенты в этом ряду так же, как и коэффициенты A_u в ряду осадок (343), будут выражаться линейно через неизвестные a_i. Уравнение равновесия балки совместно с системой уравнений

$$A_u = B_u \quad (u = 2,\ 3, \ldots), \tag{350}$$

вытекающей из тождества $w(x) \equiv Y(x)$, дают две системы уравнений: одну относительно коэффициентов при четных степенях в ряду (345) и одну относительно коэффициентов при нечетных степенях в том же ряду. Эти системы в порядке приб-

* Из уравнения (347) явствует, что эпюра давлений в поперечном направлении будет иметь форму эпюры для давлений под бесконечно жесткой полосой [см. часть вторую, формулу (122)]. Само собой разумеется, что этот вывод справедлив только для конструкций, имеющих сильно удлиненную опорную площадь (при отношении сторон $\alpha > 7 \div 10$). Вывод не распространяется на жесткие прямоугольные плиты.

лижения заменяются укороченными системами относительно коэффициентов в ряду (345) при младших степенях x до $2n$ включительно. В готовом виде эти системы даны в табл. 64 и 65 следующего параграфа, где даны практические указания для полного расчета, по которому составлены таблицы главы I для коротких балок.

Равенства $A_0=B_0$ и $A_1=B_1$, не вошедшие в систему уравнений (350), определяют соответственно прогиб балки (осадку грунта) в середине балки Y_0 и тангенс угла наклона к линии изгиба балки (или осадок грунта) в той же точке $\operatorname{tg}\varphi_0$. На основе этих равенств и формул (348)

$$\left.\begin{aligned} Y_0 &= \frac{2(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{a_{2i}}{2i}+a_0\ln 4\alpha\right);\\ \operatorname{tg}\varphi_0 &= \frac{2(1-\nu_0^2)}{a\pi E_0}\left[\sum_{i=1}^{n-1}\frac{a_{2i+1}}{2i}+a_1(\ln 4\alpha-1)\right].\end{aligned}\right\} \quad (351)$$

Изложенный метод решения задачи о расчете балки на упругом полупространстве носит приближенный характер: условия равновесия удовлетворяются в нем точно, контактные же условия — приближенно. Приведем прием проверки решения при помощи сопоставления осадок грунта и прогибов балки.

Найдя приближенный закон реактивных давлений (345), мы можем определить точно по формулам (113) и (351) прогибы балки при этих давлениях. При этом функция $y(\xi)$, входящая в формулу (113), должна быть определена в зависимости от характера внешней нагрузки по формулам (117) — (121) без замены ее интерполяционным полиномом.

Сложнее обстоит дело с определением осадок грунта.

Представим закон реактивных давлений (345), обрывающийся при приближенном решении задачи на степени $2n$, в виде суммы четной $[p_0(x)]$ и нечетной $[p_1(x)]$ составляющих:

$$p(x)=p_0(x)+p_1(x)=\sum_{i=0}^{n}a_{2i}x^{2i}+\sum_{i=0}^{n-1}a_{2i+1}x^{2i+1}. \quad (352)$$

Тогда выражение осадок грунта можно написать в замкнутой форме[1]:

$$w(x)=\frac{2(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}\left[p(x)\ln 4\alpha+p_0(x)\ln\sqrt{1-x^2}+\right.$$
$$+p_1(x)\ln\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}+\sum_{u=1}^{n}x^{2u-2}\sum_{i=u}^{n}\frac{a_{2i}}{2i-2u+2}+$$

[1] В книге [35] показано, что формула (353) действительна для поверхности грунта под всей опорной площадью балки, за исключением ее концов.

$$+\sum_{u=1}^{n-1}x^{2u-1}\sum_{i=u}^{n}\frac{a_{2i+1}}{2i-2u+2}-\sum_{u=1}^{n}d_{2u}a_{2u}x^{2u}-$$
$$\left.-\sum_{u=1}^{n-1}d_{2u+1}a_{2u+1}x^{2u+1}\right]. \quad (353)$$

Первый член в фигурных скобках можно назвать «членом гипотезы коэффициента постели», поскольку он дает составляющую осадки, пропорциональную реактивным давлениям, как это постулируется упомянутой гипотезой. Остальные члены нарушают эту зависимость между давлениями и осадками. Размер влияния этих членов на общую величину осадки является мерой несоответствия пространственного решения задачи по теории упругости гипотезе коэффициента постели.

В качестве примера рассмотрим результаты такой проверки для балки, нагруженной сосредоточенной силой при отношении сторон балки $\alpha=10$ и показателе гибкости $l=2$. Опуская соответствующие уравнения прогибов плиты и осадок грунта, приведенные в книге [35], сопоставим (табл. 63) ординаты безразмерных эпюр $\overline{Y}$ и $\overline{w}$ в шести точках.

Таблица 63

Сопоставление ординат безразмерных эпюр

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9
$\overline{Y}(x)$	1,374	1,326	1,209	1,056	0,886	0,808
$\overline{W}(x)$	1,374	1,328	1,210	1,058	0,897	0,780

Таким образом, на протяжении почти всей балки условие тождества прогибов и осадок выполняется с точностью, измеряемой в долях процента. Только в точке $x=0{,}8$ расхождение достигает уже 1,2% и еще ближе к концу (при $x=0{,}9$) — 3,6%.

Можно проверить также выполнение закона взаимности перемещений. Здесь используются два частных вывода:

а) проверкой должно быть установлено, что прогиб (осадка) в точке x_i от силы $P_k=1$ *тс*, приложенной в точке x_k, должен равняться прогибу в точке x_k от силы $P_i=1$ *тс*, приложенной в точке x_i $(\overline{Y}_{ik}=\overline{Y}_{ki})$;

б) проверкой должно быть установлено, что если от воздействия на балку в какой-либо точке силы P в этой точке тангенс угла наклона к линии изгиба принимает значение $Y'P$, а при воздействии в той же точке момента m образуется прогиб $\overline{Y}_m$, то

$$PY_m=mY'_P.$$

Эта проверка является генеральной, так как охватывает все этапы решения, начиная с вывода фундаментальной формулы (339). Пример выполнения закона взаимности перемещений можно видеть в симметрии относительно диагонали данных таблиц осадок длинных балок, приведенных в главе I (табл. 57).

§ 2. ПРАВИЛА И ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА КОРОТКИХ БАЛОК

1. **Составление систем уравнений.** При расчете балок на упругом основании в условиях пространственной задачи основой является определение закона реактивных давлений (в *тс/м*) в виде многочлена десятой степени:

$$p(x) = (a_0 + a_2 x^2 + a_4 x^4 + a_6 x^6 + a_8 x^8 + a_{10} x^{10}) + \\ + (a_1 x + a_3 x^3 + a_5 x^5 + a_7 x^7 + a_9 x^9), \qquad (354$$

где через $x = x'/a$ обозначено приведенное к полудлине балки a расстояние от середины точки, в которой определяется давление; x' — действительное расстояние.

Положительное направление оси x — вправо от середины.

Коэффициенты a_{2i} и a_{2i+1} в уравнении (354) определяются при помощи решения систем уравнений, представленных табл. 64 и 65. Составление и решение этих систем аналогичны составлению и решению подобных систем для расчета полос в условиях плоской задачи. Следует, однако, указать на некоторые формальные и фактические различия в расчетах.

Таблица 64

Система уравнений для определения коэффициентов a_{2i} при четных степенях x

№ уравнения	a_0	a_2	a_4	a_6	a_8	a_{10}	Свободный член (в правой части)
0	1,0000	0,3333	0,2000	0,1429	0,1111	0,0909	S_0
2	K_0	$C_2 + K_2$	K_4	K_6	K_8	K_{10}	$R_2 - S_2$
4	L_0	—0,5	C_4	0,5	0,25	0,1667	R_4
6	—0,1667	L_2	—0,5	C_6	0,5	0,25	R_6
8	—0,125	—0,1667	L_4	—0,5	C_8	0,5	R_8
10	—0,1	—0,125	—0,1667	L_6	—0,5	C_{10}	R_{10}

Таблица 65

Система уравнений для определения коэффициентов a_{2i+1} при нечетных степенях x

№ уравнения	a_1	a_3	a_5	a_7	a_9	Свободный член (в правой части)
1	0,3333	0,2000	0,1429	0,1111	0,0909	S_1
3	K_1	$C_3 + K_3$	K_5	K_7	K_9	$R_3 - S_3$
5	L_1	—0,5	C_3	0,5	0,25	R_5
7	—0,1667	L_3	—0,5	C_7	0,5	R_7
9	—0,125	—0,1667	L_5	—0,5	C_9	R_9

а. Приведенные абсциссы точек при расчете полос обозначались через ξ; при расчете балок они обозначаются через x. Полудлина полос l заменяется полудлиной балок a. Приведенные расстояния до нагрузок α заменяются δ.

б. При расчете полос реактивные давления определяются в *тс/м²*; при расчете балок их размерность меняется на *тс/м*, т. е. давления устанавливаются на погонную единицу длины.

Изменяется и размерность коэффициентов a_{2i} и a_{2i+1} и свободных членов в системах табл. 64 и 65.

в. Как самые системы уравнений для расчета балок (табл. 64 и 65), так и формулы входящих в них величин имеют несколько отличный вид по сравнению с системами для расчета полос (табл. 18 и 19).

Величины K_i, L_i, и C_i в системах определяются равенствами

$$\left.\begin{aligned}
&K_0 = -0{,}5 - \frac{t'}{4}; && K_1 = -0{,}5 - \frac{t'}{12};\\
&K_2 = -\frac{t'}{24}; && K_3 = -\frac{t'}{24};\\
&K_4 = 0{,}5 - \frac{t'}{60}; && K_5 = 0{,}5 - \frac{t'}{36};\\
&K_6 = 0{,}25 - \frac{t'}{112}; && K_7 = 0{,}25 - \frac{t'}{48};\\
&K_8 = 0{,}1667 - \frac{t'}{180}; && K_9 = 0{,}1667 - \frac{t'}{60};\\
&K_{10} = 0{,}125 - \frac{t'}{264};
\end{aligned}\right\} \qquad (355)$$

$$\left.\begin{aligned}
&L_0 = -0{,}25 + \frac{t'}{24}; && L_1 = -0{,}25 + \frac{t'}{120};\\
&L_2 = -0{,}25 + \frac{t'}{350}; && L_3 = -0{,}25 + \frac{t'}{840};\\
&L_4 = -0{,}25 + \frac{t'}{1680}; && L_5 = -0{,}25 + \frac{t'}{3024};\\
&L_6 = -0{,}25 + \frac{t'}{5040};
\end{aligned}\right\} \qquad (356)$$

$$\left.\begin{aligned}
&C_2 = \ln(4\alpha) - 1{,}50000; && C_3 = \ln(4\alpha) - 1{,}83333;\\
&C_4 = \ln(4\alpha) - 2{,}08333; && C_5 = \ln(4\alpha) - 2{,}28333;\\
&C_6 = \ln(4\alpha) - 2{,}45000; && C_7 = \ln(4\alpha) - 2{,}59286;\\
&C_8 = \ln(4\alpha)\ \ 2{,}71786; && C_9 = \ln(4\alpha) - 2{,}82897;\\
&C_{10} = \ln(4\alpha) - 2{,}92897.
\end{aligned}\right\} \qquad (357)$$

Отвлеченная величина $t' = at$, где t — показатель гибкости балки, определяемый равенством (309), или

$$t' = \frac{\pi E_0 a^4}{2 (1 - \nu_0^2) E_1 J}. \qquad (358)$$

Значения величин S_i и R_i, входящих в свободные члены, зависят от характера нагрузки. Приводим эти значения для важнейших нагрузок.

Равномерная нагрузка q на погонную единицу (в *тс/м*), распределенная по всей полосе (см. рис. 47):

$$S_0 = q; \quad S_2 = \frac{t' q}{4}; \text{ все } R_i = 0, \text{ кроме } R_4 = \frac{t' q}{24}. \qquad (359)$$

Нагрузка по закону треугольника при нулевом значении у левого конца и максимальном значении (q_m) у правого (см. рис. 47) или обратно:

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = \frac{q_m}{2}; \quad S_1 = \frac{t' q}{8}; \quad S_2 = \pm \frac{q_m}{6}; \quad S_3 = \pm \frac{t' q_m}{24}; \\ &R_4 = \frac{t' q_m}{48}; \quad R_5 = \pm \frac{t' q_m}{240}; \quad \text{остальные } R_i = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (360)$$

Верхний знак в формулах (360) берется для нагрузки, возрастающей слева направо, нижний — для убывающей.

Нагрузка по закону трапеции с крайними левой и правой ординатами q_l и q_r (см. рис. 47):

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = b_0; \quad S_2 = \frac{t' b_0}{4}; \quad S_1 = \frac{b_1}{3}; \quad S_3 = \frac{t' b_1}{12}; \\ &R_4 = \frac{t' b_0}{24}; \quad R_5 = \frac{t' b_1}{120}; \quad \text{остальные } R_i = 0; \\ &b_0 = \frac{1}{2}(q_r + q_l); \quad b_1 = \frac{1}{2}(q_r - q_l). \end{aligned}\right\} \qquad (361)$$

Сосредоточенная сила P (в *тс*), приложенная на расстоянии $\Delta = \delta a$ вправо (см. рис. 47) или влево от середины балки:

$$\left.\begin{aligned} &S_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{a}; \quad S_1 = \pm \frac{\delta}{2} \cdot \frac{P}{a}; \quad S_2 = \frac{(1 - \delta)\, t'}{4} \cdot \frac{P}{a}; \\ &S_3 = \pm \frac{t'}{12} \cdot \frac{P}{a}; \quad R_{2i} = \rho_{2i}\, t' \frac{P}{a}; \quad R_{2i+1} = \pm \rho_{2i+1}\, t' \frac{P}{a}. \end{aligned}\right\} \qquad (362)$$

Значения ρ_{2i} и ρ_{2i+1} определяются в зависимости от приведенного расстояния от середины балки до нагрузки по табл. 66. *Интерполировать при пользовании этими таблицами недопустимо.* В остальном следует придерживаться правил, изложенных для этой нагрузки в п. 1, §2, главы II, второй части.

Свободные члены в системах уравнений для расчета коротких балок

Значения ρ_{2i} для нагрузок P

δ	ρ_2	ρ_4	ρ_6	ρ_8	ρ_{10}
0	0,01433	0,14319	—0,16229	0,13215	—0,04405
0,1	0,00517	0,07865	—0,04637	0,04829	—0,02530
0,2	—0,01524	0,11747	—0,13254	0,10262	—0,02976
0,3	—0,01235	0,07162	—0,08402	0,08150	—0,02827
0,4	0,00094	—0,00586	0,01589	0,03636	—0,02976
0,5	—0,00248	0,01092	—0,01762	0,02883	—0,00893
0,6	—0,00483	0,03314	—0,08922	0,10485	—0,03869
0,7	—0,00908	0,06172	—0,15346	0,15795	—0,05506
0,8	0,00000	0,00301	—0,01439	0,02080	—0,00893
0,9	—0,00046	0,00437	—0,01310	0,01520	—0,00595
1	0	0	0	0	0

Значения ρ_{2i+1} для нагрузок P

δ	ρ_3	ρ_5	ρ_7	ρ_9
0,1	0,05084	0,00229	0,03101	—0,02143
0,2	0,01191	0,05264	—0,02083	0,00000
0,3	0,01034	—0,00776	0,06494	—0,03809
0,4	—0,00125	0,00784	0,02596	—0,01429
0,5	0,00872	—0,03852	0,07180	—0,03095
0,6	—0,00343	0,00164	0,00896	—0,00238
0,7	0,00935	—0,02956	0,03285	—0,00952
0,8	—0,00717	0,02383	—0,03092	0,01429
0,9	—0,00282	0,00720	—0,00707	0,00238
1	0	0	0	0

Значения σ_{2i} для нагрузок m

δ	σ_2	σ_4	σ_6	σ_8	σ_{10}
0,1	—0,12357	—0,15675	—0,07360	0,36210	—0,21429
0,2	—0,00785	—0,37633	—0,19147	0,24312	—0,21429
0,3	0,01778	—0,22157	—0,10354	0,39362	—0,20982
0,4	0,02197	—0,11844	—0,08973	0,13339	—0,03572
0,5	0,00977	—0,00209	—0,15901	0,08112	0,00893
0,6	—0,00305	0,02702	—0,01228	—0,16695	0,11607
0,7	—0,00064	0,00506	0,02482	—0,08821	0,03572
0,8	—0,00695	0,02653	—0,02107	—0,00441	—0,00447
0,9	0,00207	—0,01220	0,01877	0,00119	—0,01205
1	0	0	0	0	0

Значения σ_{2i+1} для нагрузок m

δ	σ_3	σ_5	σ_7	σ_9
0	—0,68576	1,16329	—1,06667	0,35000
0,1	—0,58417	0,92048	—0,83061	0,27143
0,2	—0,29210	0,22777	—0,16131	0,05000
0,3	0,01397	—0,48003	0,53801	—0,19286
0,4	0,23508	—0,90046	0,89643	—0,30000
0,5	0,28575	—0,87007	0,80663	—0,25714
0,6	0,11501	—0,30607	0,23299	—0,07143
0,7	—0,00780	0,04160	—0,06556	0,00714
0,8	—0,12855	0,36443	—0,36735	0,10714
0,9	—0,06386	0,18464	—0,19362	0,06429
1	0	0	0	0

Значения τ_{2i} для прерывно распределенной нагрузки

δ	τ_2	τ_4	τ_6	τ_8	τ_{10}
0	0	0,02083	0	0	0
0,1	—0,00336	0,02795	—0,03809	0,04421	—0,01711
0,2	—0,00238	0,01533	—0,02319	0,03207	—0,01339
0,3	—0,00220	0,01647	—0,04279	0,05795	—0,02455
0,4	—0,00200	0,01913	—0,06258	0,08511	—0,03720
0,5	—0,00220	0,01685	—0,04853	0,05919	—0,02418
0,6	—0,00020	0,00330	—0,01308	0,01826	—0,00781
0,7	—0,00054	0,00443	—0,01247	0,01393	—0,00521
0,8	—0,00011	0,00072	—0,00162	0,00138	—0,00063
0,9	—0,00001	0,00003	0,00001	—0,00010	0,00007
1	0	0	0	0	0

Значения τ_{2i+1} для прерывно распределенной нагрузки

δ	τ_3	τ_5	τ_7	τ_9
0	0,00762	0,01635	—0,00172	—0,00119
0,1	0,00272	0,00957	0,00575	—0,00417
0,2	—0,00465	0,02220	—0,01520	0,00595
0,3	—0,00470	0,01473	—0,00897	0,00357
0,4	—0,00059	—0,00155	0,00823	—0,00357
0,5	—0,00358	0,01105	—0,01297	0,00655
0,6	—0,00087	0,00358	—0,00575	0,00357
0,7	—0,00022	0,00223	—0,00475	0,00298
0,8	—0,00019	0,00086	—0,00142	0,00077
0,9	0,00002	—0,00012	0,00022	—0,00012
1	0	0	0	0

Изгибающий момент m (в *тс·м*), приложенный на расстоянии $\Delta=\delta a$ вправо (см. рис. 47) или влево от середины балки и действующий по часовой стрелке:

$$\left.\begin{aligned} &S_0=0;\quad S_1=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{a^2};\quad S_2=+\frac{t'}{4}\cdot\frac{m}{a^2};\quad S_3=0;\\ &R_{2i}=\pm\sigma_{2i}\,t'\,\frac{m}{a^2};\quad R_{2i+1}=\sigma_{2i+1}\,t'\,\frac{m}{a^2}.\end{aligned}\right\}\quad(363)$$

Значения σ_{2i} и σ_{2i+1} определяются в зависимости от значения δ по табл. 66 по тем же правилам, что и в случае сосредоточенной силы. В остальном следует придерживаться правил, изложенных для этой нагрузки в п. 1, § 2, главы II, второй части.

Прерывная равномерно распределенная нагрузка. Предположим сначала, что нагрузка q (в *тс/м*) распределена на участке $\delta\leqslant x\leqslant 1$ в правой половине балки (см. рис. 47) или на участке $-1\leqslant x\leqslant-\delta$ в левой половине балки. Тогда

$$\left.\begin{aligned} &S_0=\frac{1-\delta}{2}\,q;\quad S_1=+\frac{1-\delta^2}{4}\,\delta;\quad S_2=\frac{t'}{8}\,(1-\delta)^2\,q;\\ &S_3=\pm\frac{t'}{12}\,(1-\delta)\,q;\quad R_{2i}=\tau_{2i}\,t'\,q;\quad R_{2i+1}=\pm\tau_{2i+1}\,t'\,q.\end{aligned}\right\}\quad(364)$$

Значения τ_{2i} и τ_{2i+1} определяются в зависимости от значений δ по табл. 66. В остальном следует придерживаться правил, относящихся к этой нагрузке (см. п. 1, § 2, главы II, второй части). Там же даны указания для других случаев распределения q, причем обозначения α_i везде должны быть заменены на δ_i.

Сложная нагрузка (см. рис. 47). Правила составления свободных членов в этом случае вполне аналогичны правилам для этой нагрузки.

Следует только помнить, что в отличие от расчета полос, излагаемого во второй части, где коэффициенты a_{2i} и a_{2i+1} и свободные члены в системах уравнений имели размерность *тс/м²*, при расчете балок искомые коэффициенты a_{2i} и a_{2i+1} и свободные члены в системах табл. 64 и 65 имеют размерность *тс/м*. Поэтому при применении правил первой части для расчета балок следует везде ширину полосы b' заменить безразмерной единицей. Кроме того, все ссылки на формулы главы II, части второй, встречающиеся при изложении этих правил, следует заменить ссылками на соответствующие формулы этой главы. Формулы (104′) и (107′) должны быть заменены аналогичными формулами в соответствии с равенствами (359) и (362) настоящей главы.

2. **Вычисление эпюр.** Вычисление эпюр при расчете балок в условиях пространственной задачи производится по тем же правилам и формулам, что и расчет полос в условиях плоской

задачи. В связи с изменением размерности реактивных давлений и коэффициентов a_{2i} и a_{2i+1} во всех формулах следует величину b' считать равной безразмерной единице. Обозначения ξ, l, a следует соответственно изменить на обозначения x, a, δ. Кроме того, некоторые изменения вносятся в вычисление прогибов балки и углов наклона [см. § 1, формулы (35)].

Мы считаем излишним иллюстрировать примерами технику вычислений для расчета коротких балок. Читатель может ознакомиться с этой техникой на примере схожего расчета полосы в условиях плоской задачи (см. часть вторую, главу II, § 3). В главе III приведены многочисленные результаты расчетов отдельных частных случаев коротких балок.

§ 3. РАСЧЕТ БЕСКОНЕЧНЫХ И ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ БАЛОК

Расчет длинных балок на упругом основании значительно упрощается при использовании схем бесконечной и полубесконечной балок (см. рис. 41). На применении этих схем основаны указания § 6 главы I и табл. 57 безразмерных эпюр.

Чтобы решить задачу о расчете бесконечных и полубесконечных балок, можно идти двумя путями: либо непосредственно решать эту задачу, либо воспользоваться решением балок хотя и конечной длины, но достаточно длинных для того, чтобы от полученных для них эпюр перейти к нужным безразмерным эпюрам.

Задача о длинных балках, нагруженных сосредоточенной силой, была решена нами в пространственных условиях обоими путями.

Более эффективным оказался способ использования эпюр конечных, но достаточно длинных балок. Чтобы показать удовлетворительную точность этого способа, сравним результаты расчета конечной и бесконечной балки.

Установим связь между расчетными характеристиками, определяющими упругие свойства балки в том и в другом случае.

Балка конечной длины определяется двумя расчетными характеристиками: показателем гибкости балки (309) и отношением сторон балки $\alpha_к = \frac{a}{b}$ *. Бесконечная балка определяется упругой характеристикой L (310) и значением приведенной полуширины балки $\beta = b/L$. Эти формулы позволяют установить искомую связь между характеристиками в различной форме:

$$L = a\sqrt[3]{\frac{\pi}{2t}}; \quad \beta\alpha_к = \sqrt[3]{\frac{2t}{\pi}}; \quad t = \frac{\pi}{2}\lambda^3, \qquad (365)$$

где $\lambda = a/L$ – приведенная к L полудлина балки.

* Чтобы не смешивать обозначения $\beta = b/L$ и $\alpha = d/L$ для длинных балок и $\alpha = a/b$, $\beta = 1/\alpha$ для коротких, вводим для коротких индекс «к».

На рис. 122 изображены безразмерные эпюры расчетных величин для балки конечной длины, несущей нагрузку посередине при показателе гибкости $t=10$ и отношении сторон $\alpha_к=25$ (сплошные линии с пометкой $t=10$). Согласно второй из формул (365), для этой балки $\beta=0{,}075$. Эпюра преобразована так, чтобы ее можно было использовать для расчета бесконечной

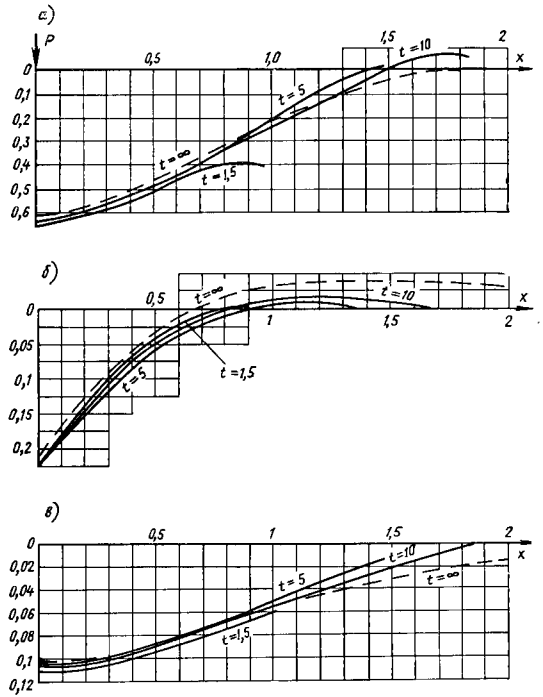


Рис. 122. Сопоставление эпюр расчетных величин для балки конечной длины с различными показателями гибкости t с эпюрами тех же величин для бесконечно длинной балки при $\beta=0{,}075$

а — реактивные давления; *б* — изгибающие моменты; *в* — прогибы (осадки)

балки. Это сделано заменой

$$x = \xi \sqrt[3]{\frac{\pi}{2t}}; \quad a = L \sqrt[3]{\frac{2t}{\pi}}, \tag{366}$$

где $x = x'/a$ — абсциссы, принятые при расчете балок конечной длины;

$\xi = x'/L$ — абсциссы бесконечной балки (x' — действительные абсциссы).

Эпюры обрываются на приведенном расстоянии от нагрузки $\xi = x'/L = a/L = \lambda = 1{,}852$.

На тех же графиках пунктирной линией с пометкой $t = \infty$ нанесены эпюры, получающиеся из непосредственного решения задачи о бесконечной балке при $\beta = 0{,}075$. Сравнение эпюр показывает, что вблизи нагруженного сечения эпюры, полученные тем и другим путем, почти совпадают, расходясь не более чем на 2—5%. Так, в нагруженном сечении реактивные давления для конечной балки $\bar{p}(0) = 0{,}628$, для бесконечной $\bar{p}(0) = 0{,}593$; соответственно моменты $\bar{M}(0) = 0{,}224$ и $M(0) = 0{,}220$; прогибы $\bar{Y}(0) = 0{,}107$ и $\bar{Y}(0) = 0{,}104$. По мере удаления от нагруженного сечения разница между эпюрами увеличивается, что объясняется влиянием конца. Однако области расхождений, имеющих практическое значение, невелики. Исключение составляет эпюра моментов: отрицательные моменты вблизи конца конечной балки резко занижены против моментов бесконечной балки.

Покажем, что совпадение значений расчетных величин в средней части балки обеспечивается и для балок значительно более коротких, т. е. имеющих меньший показатель гибкости t. Чтобы иметь право сравнивать эпюры для этих балок с эпюрами для бесконечной балки, имеющей приведенную полуширину $\beta = 0{,}075$, нужно выбрать такие балки, чтобы характеризующие их значения t и $\alpha_к$ удовлетворяли второму из равенств (365) при $\beta = 0{,}075$.

Рассмотрим балки со значениями $t = 8$, $\alpha_к = 20$ и $t = 1{,}5$, $\alpha_к = 13{,}3$. Эпюры для них, преобразованные по тому же способу, что и в рассмотренном случае при $t = 10$, $\alpha_к = 25$, даны на рис. 122. Эти эпюры обрываются на расстояниях от нагруженного сечения, равных приведенным к L полудлинам этих балок: $\lambda = 1{,}47$ и $\lambda = 1$.

На рисунке видно, что даже при $t = 1{,}5$ вблизи точки приложения нагрузки все расчетные эпюры хорошо совпадают с эпюрами для бесконечной балки. В частности, для середины балки при $t = 1{,}5$

$$\bar{p}(0) = 0{,}640; \quad \bar{M}(0) = 0{,}223; \quad \bar{Y}(0) = 0{,}110.$$

Аналогичное сравнение проведено было для балки с показателем гибкости $t = 10$, нагруженной силой вблизи конца с решением для полубесконечной балки [35]. Результаты получились столь же удовлетворительные, причем на этот раз значительного расхождения в отрицательных моментах вдали от нагрузки обнаружено не было.

Исходя из этих результатов сравнения, при составлении таблиц безразмерных эпюр для длинных балок (табл. 57) мы для всех данных, относящихся к схеме полубесконечной балки, использовали решения, полученные для балок конечной длины с показателем гибкости $t = 10$. Для граф $\alpha = \infty$, относящихся к схеме бесконечной балки, данные вычислялись согласно непосредственному решению задачи о бесконечной балке.

Условия, при которых можно пользоваться схемами бесконечной и полубесконечной балки при расчете любых реальных балок, т. е. балок конечной длины, приведены в § 7, главы I.

Выполнение этих условий гарантирует от ошибки, большей 10% (для средней части балки). Но оно не исключает значительной погрешности (особенно в моментах) у более отдаленного от нагрузки конца (при пользовании полубесконечной схемой) или у обоих концов (при пользовании бесконечной схемой).

Таким образом, очевидна необходимость в достаточно простом приеме для исправления ошибки в моментах у концов балки при использовании решений для длинных балок. Такой прием основан на ряде соображений.

Пусть при расчете с помощью эпюр для длинных балок на конце получился момент $M_к$ (эта величина всегда отрицательная). В действительности момент здесь должен быть равен нулю. Таким образом, ошибка расчета в этом сечении $\Delta = M_к$. Будем считать, что при отходе от конца балки ошибка падает по закону треугольника. Будем учитывать ошибку только на некотором отрезке вблизи конца балки. Вне этого отрезка условимся считать ошибку равной нулю. Приведенная длина этого отрезка γ должна зависеть от приведеной полуширины β, поскольку при малых β эпюра затухает быстрее, чем при больших. На этом основании составлены выражения (331) для вычисления поправок Δ к значениям моментов, приведенных в § 8, главы I.

Вычитая значения Δ из значений моментов, установленных для каждого из сечений $\xi < \gamma$ по эпюре для бесконечной или полубесконечной балок, мы получаем исправленную эпюру для балки конечной длины. В этой эпюре у концов балки моменты будут иметь нулевые значения, а ошибка вблизи концов не будет иметь практического значения.

Все сказанное поясняется на уже приводившемся примере замены конечной балки с характеристиками $t = 10$, $\alpha = 25$ бесконечной балкой с приведенной полушириной $\beta = 0{,}075$. На рис. 123 сплошной линией нанесена действительная эпюра, пункти-

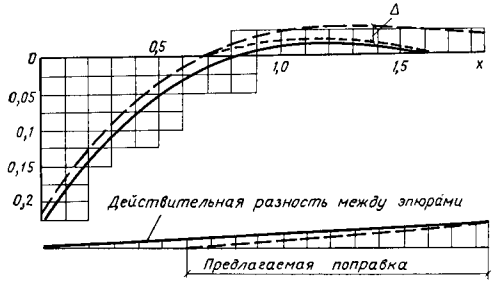


Рис. 123. Пример, поясняющий сущность поправки, вводимой в эпюру изгибающих моментов при замене балки конечной длины бесконечной

ром — эпюра бесконечной балки, точечной кривой — исправленная эпюра бесконечной балки применительно к расчету конечной балки.

Если пользоваться предложенным приемом, границы применения схем длинных балок, в пределах которых ошибка не будет превышать примерно 10% максимальных моментов, можно весьма значительно расширить, доведя их до тех, которые указаны в § 3, главы I.

В настоящее время таблицы для расчета по схемам бесконечной и полубесконечной балок составлены только для случая нагрузки сосредоточенной силой. Очень важно было бы составить таблицы также для нагрузки моментов бесконечной[1] и полубесконечной балок и для сплошной равномерно распределенной нагрузки на полубесконечную балку, как это сделано для расчета полос в условиях плоской задачи. Для случая сплошной равномерной нагрузки на полубесконечную балку уже есть безразмерные эпюры, вычисленные для одного частного случая приведенной полуширины балки $\beta=0{,}075$ (рис. 124). Переход от безразмерных эпюр к действительным осуществляется для нагрузки q (в *тс/м*) на основе следующих равенств:

$$p=\bar{p}\,q;\quad Q=\bar{Q}\,L\,q;\quad M=\bar{M}\,L^2 q;\quad Y=\bar{Y}\,\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,q.$$

[1] Для бесконечной балки, нагруженной моментом, могут быть использованы установленные нами безразмерные эпюры для балки, нагруженной силой. Для этого достаточно рассматривать эпюру поперечных сил, установленную для нагрузки силой, в качестве эпюры моментов, эпюру реактивных давлений — в качестве эпюры поперечных сил и т. д. исходя из того же принципа, который был использован О. Я. Шехтер при решении задачи о бесконечной полосе, нагруженной моментом, в условиях плоской задачи [25].

Характер эпюр для равномерно нагруженной полубесконечной балки резко отличается от характера эпюр для полубесконечных полос при той же нагрузке, рассчитываемых в условиях плоской задачи. В частности, изгибающие моменты в том и в другом случае имеют противоположные знаки.

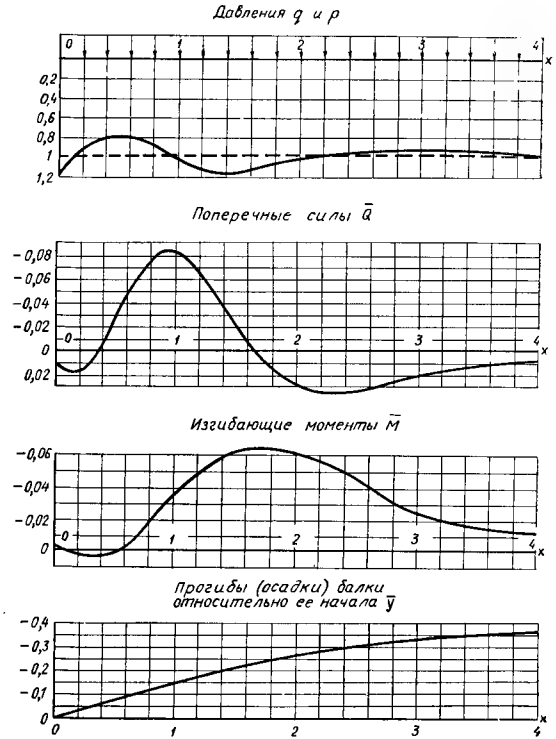


Рис. 124. Эпюры безразмерных расчетных величин для равномерно нагруженной полубесконечной балки при $\beta=0{,}075$

Отрицательные относительные осадки (см. рис. 124) возрастают по абсолютной величине лишь до известного предела (примерно до $Y=-0{,}45$); при больших же значениях ξ они начинают уменьшаться, переходя затем в положительные, и при $\xi \to \infty$ стремятся по логарифмическому закону к $+\infty$. Это непосредственно вытекает из того, что условия работы балки в поперечном направлении по мере удаления от конца все больше приближаются к условиям плоской задачи для жесткой равномерно нагруженной полосы. Между тем жесткая полоса в условиях плоской задачи претерпевает бесконечно большие осадки.

Равномерно нагруженная полубесконечная балка передает давления на грунт по полубесконечной опорной площади, причем давления эти не затухают на бесконечности. В связи с этим действительные осадки в случае полубесконечной балки в противоположность всем другим случаям, рассматриваемым в пространственной задаче, не могут быть определены.

Задача о полубесконечной балке при равномерной нагрузке значительно проще задачи о той же балке при сосредоточенной силе. Можно поэтому надеяться, что ее точное решение в замкнутой форме будет найдено.

§ 4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ УСЛОВИЯХ, ПРЕДЛОЖЕННЫЕ ДРУГИМИ АВТОРАМИ

Задача о расчете балки конечной жесткости и длины, лежащей на поверхности упругого полупространства, была впервые поставлена и решена советским ученым Г. Э. Проктором в 1922 г. [113]. Эта работа послужила началом развития всей новой теории балок и плит на упругом основании.

Проктором решен только случай, когда балка нагружена сосредоточенной силой в середине. Он исходил из одного упрощающего допущения, которого придерживалось впоследствии и большинство других авторов, решающих ту же задачу. Согласно этому допущению при расчете балки в продольном направлении принимается, что реактивные давления распределяются в поперечном направлении под подошвой балки равномерно. Такое допущение не позволяет приравнивать деформации балки по всей ее подошве деформациям поверхности грунта, так как балка в поперечном направлении практически не изгибается, а поверхность грунта при принятом распределении давлений будет претерпевать в поперечном направлении резко неравномерные осадки. Поэтому Проктор приравнивает деформации балки к деформациям грунта только вдоль средней продольной оси балки, не заботясь о выполнении контактного условия в остальных точках подошвы.

Самим автором это решение опубликовано не было. Оно приведено в работе его ученика В. И. Кузнецова [92]. Решение это довольно сложно и, по свидетельству Кузнецова, недостаточно даже в пределах принятой Проктором условной схемы.

Значительное распространение на практике получил метод расчета балок в пространственных условиях, разработанный Б. Н. Жемочкиным [67, 69]. Этот метод совпадает с методом того же автора для расчета полос в условиях плоской задачи, который был нами вкратце изложен в главе I, части первой. Разница состоит лишь в том, что на этот раз принимается за ширину балки не 1 *м*, а ее действительная ширина, и деформации от давления на грунт определяются при помощи интегрирования формулы Буссинеска (12) для пространственной задачи вместо формулы Фламана (11) для плоской задачи. При разбивке опорной площади балки на ряд участков принимается, что в пределах каждого участка давления на грунт распределяются равномерно, т. е. используется упомянутое выше упрощающее допущение Г. Э. Проктора.

При использовании метода Б. Н. Жемочкина балки могут иметь не только неодинаковую жесткость на различных участках, но и различную опорную ширину, имея в плане сколь угодно сложное ломаное очертание. Участки, на которые разбивается опорная площадь балки, представляют собой прямоугольники с различным отношением сторон. Чтобы определить деформации поверхности грунта, возникающие от нагрузки, равномерно распределенной по прямоугольникам с различным отношением сторон, Б. Н. Жемочкиным составлена таблица, облегчающая расчет по его методу.

Глава III. РАБОТА БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РАСЧЕТНЫХ ДАННЫХ

§ 1. ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ГИБКОСТИ t И ОТНОШЕНИЯ СТОРОН α НА ХАРАКТЕР РАСЧЕТНЫХ ЭПЮР. УСТАНОВЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ t И α, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ГРАНИЦЫ РАСЧЕТНЫХ КАТЕГОРИЙ БАЛОК

Рассмотрим три важнейших случая нагрузки: 1) равномерно распределенную по всей балке q; 2) сосредоточенную силу P, приложенную в середине балки; 3) ту же нагрузку, приложенную к концу балки. При двух значениях отношений сторон $\alpha=10$ и $\alpha=30$ выберем для каждого из видов нагрузки несколько значений показателя гибкости t.

1. **Равномерно распределенная нагрузка.** Безразмерные эпюры расчетных величин[1] для рассматриваемого случая нагрузки

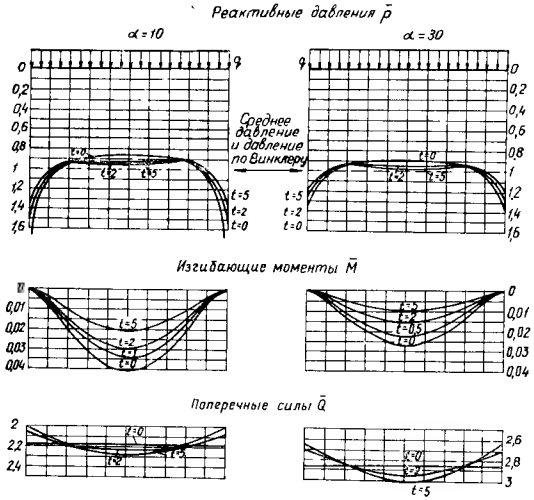


Рис. 125. Характер расчетных эпюр при различных показателях гибкости t для $\alpha=10$ и $\alpha=30$

даны на рис. 125 и 126,*а*. Действительные значения реактивных давлений моментов и прогибов для конкретных случаев могут быть определены при помощи формул перехода

$$p=\bar{p}q;\quad M=\bar{M}qa^2;\quad Y=\bar{Y}\frac{1-\nu_0^2}{E_0}q. \qquad (367)$$

На рис. 125 показано изменение эпюр при фиксированном значении α в зависимости от значений t. Эти эпюры показывают следующее:

[1] Графики на рис. 125 и 126 построены по несколько более точному решению, чем то, которое дается системами табл. 64 и 65: старшая степень многочлена реактивных давлений была принята $2n=12$ вместо $2n=10$. Однако результаты расчета при переходе от $2n=10$ к $2n=12$ изменяются незначительно (за исключением значения моментов в середине балки). Например, при $2n=10$, $t=0$ и $2n=10$ $\bar{M}=0{,}0384$, а при $2n=12$ $\bar{M}=0{,}0406$. При $\alpha=10$, $t=5$ и $2n=10$ $\bar{M}=0{,}0198$, а при $2n=12$ $\bar{M}=0{,}0207$. Для другого случая нагрузки, рассматриваемого ниже, — сосредоточенной силой в центре моменты при переходе от $2n=10$ к $2n=12$ почти не меняются. Так, при $\alpha=10$, $t=0$ и $2n=10$ $\bar{M}=0{,}2692$, а при $2n=12$ $\bar{M}=0{,}2703$.

а) чем меньше показатель гибкости t, т. е. чем жестче или короче балка, или чем податливее основание, тем резче реактивные давления возрастают у концов балки и, следовательно, тем больше изгибающие моменты. Таким же образом влияет и уменьшение значения α, благодаря чему, например, почти совпадают эпюры моментов для случаев $\alpha=10$, $t=5$ и $\alpha=30$, $t=2$. Более узкие балки при одной и той же погонной нагрузке прогибаются значительно сильнее широких;

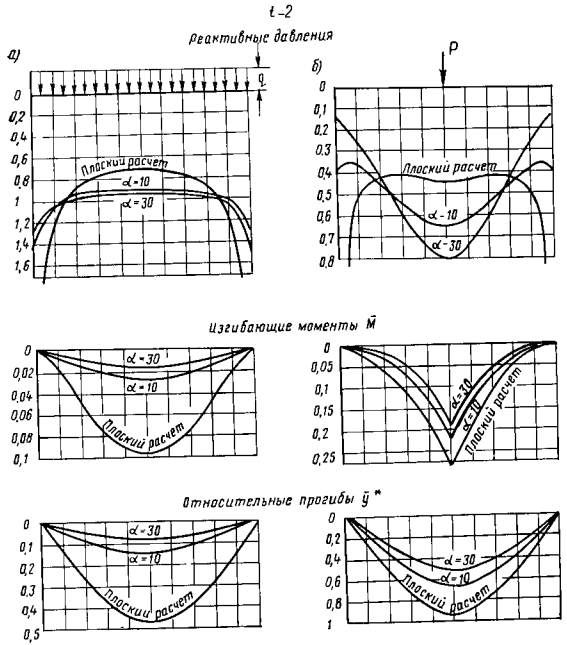


Рис 126. Характер расчетных эпюр при различных значениях α и $t=2$ и сопоставление их с эпюрами по плоскому расчету

а — случай равномерной нагрузки, *б* — случай нагрузки в середине сосредоточенной силой

б) сравнивая при $\alpha=10$ значения моментов для гибкой балки при $t=1$ ($\bar{M}=0{,}0345$) и для абсолютно жесткой, т. е. при $t=0$ ($\bar{M}=0{,}0410$), приходим к заключению, что при отношении сторон $\alpha=10$ можно приближенно принимать гибкие балки за абсолютно жесткие, если $t<1$; ошибка (в запас прочности) не будет превышать 15% и будет тем меньшей, чем ближе t к нулю. При $\alpha=30$ и $t=0{,}5$ $\bar{M}=0{,}0225$; при $t=0$ $\bar{M}=0{,}0260$. Таким образом, и при $\alpha=30$ можно также сделать вывод о возможности принять балку с малым показателем гибкости за абсолютно жесткую с той лишь разницей, что за граничное значение можно выбрать $t=0{,}5$. Ошибка в определении реактивных давлений и осадок при рекомендуемой условной замене гибкой балки жесткой практического значения не имеет.

При очень больших значениях α и t (например, при $\alpha=40$, $t=40$) реактивное давление p в середине балки, получающееся по расчету, превышает внешнюю нагрузку q; с этим связано возникновение вогнутости в средней части эпюры изгибающих моментов: при $x=0$ моменты имеют относительный минимум. В § 2, главы II (см. рис. 124) было показано, что при дальнейшем увеличении α и t, когда любой из концов балки можно принимать за конец полубесконечной балки, в некоторой части балки получаются отрицательные моменты. Однако установление границы значений α и t, за пределами которых равномерно нагруженную балку следует рассчитывать как полубесконечную, нуждается в дальнейшем исследовании.

На рис. 126,*а* показано изменение эпюр при фиксированном значении $t=2$ в связи с изменением значения α.

На этих же графиках нанесены для сравнения эпюры, полученные по расчету балки с показателем гибкости $t=2$ в условиях плоской задачи теории упругости.

Как и следовало ожидать, чем шире балка, т. е. чем меньше значение α, тем ближе друг к другу результаты пространственного и плоского расчета. Однако и при таком малом значении отношения сторон, как $\alpha=10$, отличие эпюр пространственного расчета от плоского еще очень велико. Так, максимальный момент по плоскому расчету оказывается в 3,5 раза больше момента по пространственному расчету при $\alpha=10$. Во столько же раз отличаются стрелы прогибов. Различие в реактивных давлениях значительно меньше: в середине балки они получаются по плоскому решению только на 30% меньше, чем по пространственному решению.

Наиболее часто ленточные фундаменты имеют отношение сторон α в интервале $7<\alpha<15$. Оказывается, что при $t=1$ и $\alpha=10$ $M=0{,}032$, а при том же t, но при $\alpha=15$ $\bar{M}=0{,}026$ (вычисления проводились при $2n=10$). Принимая во внимание, что сплошная нагрузка имеет второстепенное значение, мы сочли возможным поместить в книге только таблицы для $\alpha=10$.

2. **Сосредоточенная сила, приложенная в середине балки.** Безразмерные эпюры расчетных величин, соответствующие этому случаю, приведены на рис. 126 и 127. Для перехода к действительным значениям расчетных величин служат формулы перехода (313).

Из рассмотрения эпюр рис. 127 явствует следующее:

а) с возрастанием гибкости балки реактивные давления все более концентрируются возле места приложения нагрузки, что ведет к уменьшению изгибающего момента. Это явление выражено тем резче, чем больше отношение сторон α. Так, в случае абсолютно жесткой балки ($t=0$) эпюры реактивных давлений при $\alpha=10$ и при $\alpha=30$ почти одинаковы. Но увеличение показателя гибкости до $t=2$ в случае $\alpha=30$ дает почти тот же эффект, что и увеличение его до $t=5$ при $\alpha=10$. Таким образом, мы здесь видим ту же взаимную связь между α и t, что и в случае равномерной нагрузки.

С изменением t эпюры реактивных давлений изменяются очень сильно, а эпюры моментов значительно слабее, т. е. наблюдается картина, обратная той, которая отмечена в случае равномерной нагрузки;

б) сравнение значений моментов для гибкой балки с моментами для абсолютно жесткой балки приводит к тем же выводам, что и для равномерно распределенной нагрузки. Установленные там границы для балок, принимаемых за абсолютно жесткие, приведут в данном случае нагрузки к дополнительному запасу прочности, не превышающему 10%;

в) можно показать, что достаточно незначительного повышения значения t против $t=1$ при $\alpha=10$ или $t=2$ при $\alpha=30$, чтобы значения максимальных моментов в балке конечной длины, нагруженной в середине, стали очень близкими к значениям тех же моментов для бесконечной балки. Подробно это разъяснено в § 3, главы II; здесь же мы только укажем, что если балку с отношением сторон $\alpha=10$ и показателем гибкости $t=2$ рассчитать как бесконечно длинную, то мы получим значение максимального момента $\bar{M}=0{,}210$ против $\bar{M}=0{,}220$ по расчету как балки конечной длины. Для $\alpha=30$ и $t=2$ соответственно получаются значения $\bar{M}=0{,}177$ и $\bar{M}=0{,}190$*.

Отсюда следует, что при значениях $\alpha=10 \div 30$ и $t>2$ балку нагруженную в середине сосредоточенной силой, можно при расчете на моменты принимать за бесконечно длинную, причем

* Сравнение безразмерных эпюр для конечной балки с такими же эпюрами для бесконечной балки осуществляется при различных t при помощи различных коэффициентов перехода. Поэтому было бы неверным на основе приведенных здесь значений $\bar{M}$ и эпюр моментов при $t=5$ на рис. 127 сделать вывод, что эпюры при $t=5$ сильнее отличаются от эпюр для бесконечной балки, чем при $t=2$. В действительности же, чем больше t, тем ближе эпюры конечной балки к эпюрам бесконечной балки.

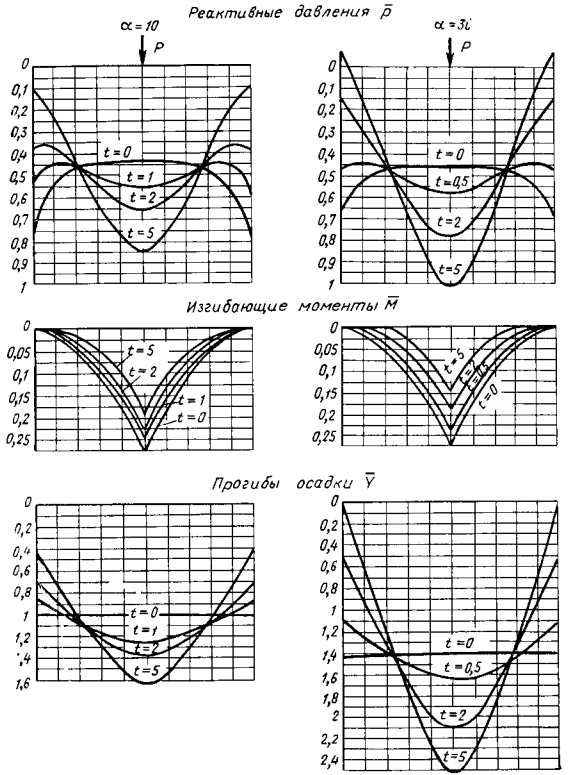


Рис 127. Характер расчетных эпюр при различных значениях показателя гибкости t при $\alpha=10$ и $\alpha=30$ и нагрузке сосредоточенной силой в середине балки

максимальные моменты будут приуменьшены не более чем на 10%.

На рис. 126,*б* показано изменение эпюр при фиксированном значении $t=2$ в связи с изменением значений α. На этих же графиках нанесены для сравнения эпюры, полученные на основании расчета в условиях плоской задачи при том же показателе гибкости $t=2$.

Вычисленные при 2 $n=10$ и $t=1$ максимальные изгибающие моменты при $\alpha=10$ и $\alpha=15$ изменяются очень мало. Они равны соответственно $\bar{M}=0{,}241$ и $\bar{M}=0{,}233$. Это подтверждает возможность обходиться таблицами, составленными только для $\alpha=10$. Однако следует помнить, что при переходе к нагрузке несколькими силами результаты расчета начинают приближаться к результатам расчета для сплошной нагрузки.

Между тем влияние α при равномерной нагрузке ощутимее. Поэтому для более точных расчетов при значениях α, значительно отличающихся от 10, желательно проводить их при помощи решения систем уравнений табл. 64 и 65. При пользовании же таблицами безразмерных величин следует помнить, что при $\alpha>10$ таблицы дают завышенные значения моментов, а при $\alpha<10$ — заниженные.

Так же, как и в случае равномерной нагрузки, с уменьшением значения α результаты решения пространственной задачи приближаются к результатам решения плоской задачи. Но на этот раз процесс происходит гораздо быстрее. Кроме того, при нагрузке сосредоточенной силой мы имеем гораздо большее различие между результатами обоих решений в эпюрах давлений ($\bar{p}$ (0) =0,448 — по плоскому решению, $\bar{p}$ (0) =0,657 — по пространственному при $\alpha=10$, разница 50%) и значительно меньшее различие в моментах (соответственно $\bar{M}$ (0) =0,279 и $\bar{M}$ (0) =0,219, разница 25%) и в относительных прогибах (стрела прогибов $Y^*=0{,}945$ и $\bar{Y}^*=0{,}668$, разница 40%).

3. **Сосредоточенная сила, приложенная в конце балки.** Графики безразмерных эпюр для значений $\alpha=10$ и $\alpha=30$ при значениях $t=0$, $t=2$ и $t=5$ представлены на рис. 128. Переход к действительным эпюрам осуществляется при помощи равенств (313).

Из графиков явствует, что разница в максимальных моментах, на этот раз имеющих отрицательные значения, в зависимости от величины t имеет примерно тот же характер, что и в случае нагрузки силой, приложенной в середине балки. Поэтому и здесь можно установить те же границы для балок, принимаемых за абсолютно жесткие, какие рекомендовались в пп. 1 и 2.

Сопоставление максимальных отрицательных моментов при $t=2$ ($\bar{M}=-0{,}217$ в случае $\alpha=10$ и $\bar{M}=-0{,}198$ в случае $\alpha=30$)

с соответствующими моментами, вычисленными для полубесконечной балки $\overline{M}=-0{,}242$ и $\overline{M}=-0{,}204$, позволяет сделать вывод, что при рассматриваемой нагрузке балки с показателем гибкости $t>2$ могут быть отнесены к категории полубесконечных.

Подводя итоги выводам, сделанным в пп. 1 и 3 относительно границ, в которых балку следует рассчитывать как имеющую конечную жесткость и длину, можно сказать, что границы

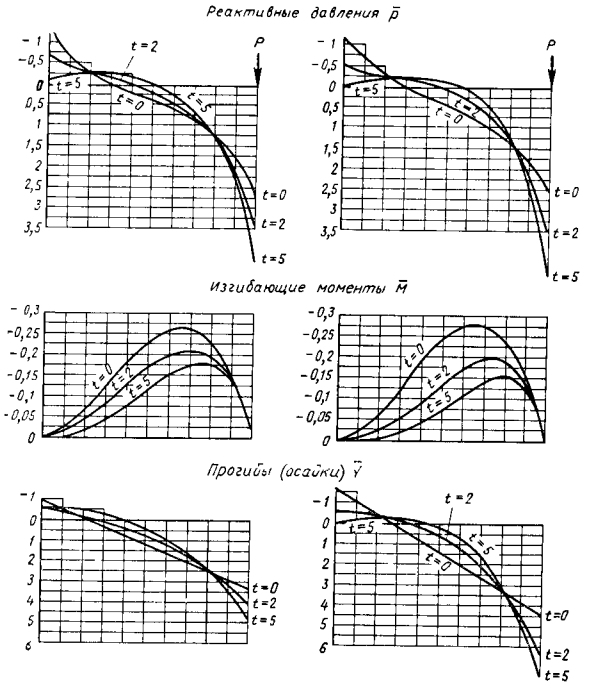


Рис. 128. Характер расчетных эпюр при различных значениях показателя гибкости t для $\alpha=10$ и $\alpha=30$ и нагрузке сосредоточенной силой в конце балки

эти сравнительно узкие. Для равномерной нагрузки или состоящей из ряда сосредоточенных сил нижняя граница показателя гибкости при $\alpha=10$ определяется значением $t=1$, при $\alpha=30$ — значением $t=0{,}5$. Верхняя граница для нагрузки в виде ряда сосредоточенных сил при $10\leqslant\alpha\leqslant30$ составляет $t=2$. Напомним, что границы для балок конечной жесткости и длины в условиях плоской задачи при тех же требованиях к точности составляют $1\leqslant t\leqslant10$. Это имеет исключительно важное значение, так как позволяет проводить расчет почти любой балки при нагрузке сосредоточенными силами на основе либо таблиц для длинных балок, либо таблиц для жестких балок.

Таким образом, предусмотренный в таблицах верхний предел для коротких балок $t=10$ намного превышает практические потребности. Однако использование этих таблиц при $t>2$ позволяет избавиться от погрешности, связанной с исправлением эпюры моментов вблизи концов балки при вычислении их на основе схемы бесконечных и полубесконечных балок.

§ 2. ВЛИЯНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ПРИВЕДЕННОЙ ПОЛУШИРИНЫ ДЛИННОЙ БАЛКИ НА ХАРАКТЕР РАСЧЕТНЫХ ЭПЮР

Влияние значения приведенной полуширины балки $\beta=b/L$ покажем на примере бесконечной балки. Примерно к тем же выводам можно придти и для полубесконечной балки (ограничиваясь случаем нагрузки сосредоточенной силой).

На рис. 114 были приведены сравнительные графики безразмерных эпюр расчетных величин, соответствующих различным значениям β (даются правые половины эпюр). Для перехода от безразмерных эпюр к действительным служат формулы: для реактивных давлений (327), для моментов (328) и для поперечных сил (329). Формула перехода для прогибов и осадок грунта принята для графика рис. 114:

$$Y=\overline{Y}\,\frac{L^3}{E_1 J}\,,\quad P=Y\,\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\cdot\frac{P}{b}\,, \tag{368}$$

в связи с чем величина $\overline{Y}$ на графиках имеет иные значения, чем в таблицах.

Для сравнения на первых трех графиках пунктиром нанесены эпюры, полученные из решения в условиях плоской задачи. На четвертом графике такую эпюру нанести нельзя, так как в плоских условиях осадки балки не могут быть определены.

Из графиков видно, что чем меньше приведенная полуширина балки β, тем резче концентрируются реактивные давления вблизи нагруженного сечения. Соответственно этому падает значение момента под нагрузкой. Далее необходимо отметить и резкое уменьшение отрицательных (пролетных) моментов в пространственном решении по сравнению с плоским.

Для более широких балок разница между пространственным и плоским решениями уменьшается. Однако в большинстве встречающихся на практике случаев эта разница настолько значительна, что нужно решительно возражать против использования при расчете балок результатов плоского решения, приводящего к значительному излишку в запасе прочности.

Только при таких больших значениях β, как β>0,5, пространственный и плоский расчеты приводят к почти одинаковым результатам. Поэтому при β>0,5 вполне допустимо пользоваться результатами плоского расчета. При этом внешняя нагрузка должна иметь вид уже не сосредоточенной силы, а нагрузки, равномерно распределенной по прямой (по поперечнику балки).

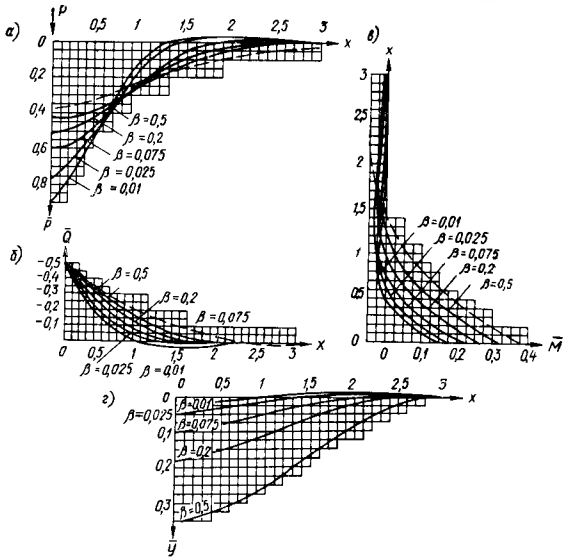


Рис. 129. Характер расчетных эпюр для бесконечной балки, нагруженной сосредоточенной силой, при различных значениях приведенной полуширины β и сопоставление с эпюрами для бесконечной полосы, рассчитанной в условиях плоской задачи (см. пунктир)

а — реактивные давления $\bar{p}$; *б* — поперечные силы $\bar{Q}$; *в* — изгибающие моменты $\bar{M}$; *г* — прогибы (осадки) $\bar{Y}$

Согласно гипотезе коэффициента постели результаты решения задачи о бесконечной балке не зависят от ее ширины; рис. 129 показывает, что при пространственном решении эта зависимость очень значительна. Это лишний раз подтверждает, что установить универсальную связь между расчетом по коэффициенту постели и по теории упругости нельзя.

§ 3. ВНЕЦЕНТРЕННО ПРИЛОЖЕННАЯ НАГРУЗКА. «ЯДРО СЕЧЕНИЯ» БАЛКИ

Рассмотрим более общий случай, когда сила P приложена на расстоянии $\Delta=\delta a$ от середины балки конечной длины.

На рис. 130,*а* даны безразмерные эпюры, вычисленные для случая сосредоточенной силы, приложенной на приведенном расстоянии $\delta=0{,}6$ справа от середины балки, при отношении сторон $\alpha=10$ и при двух значениях показателя гибкости $t=0$ (абсолютно жесткая балка) и $t=2$. На рис. 130,*б* представлены аналогичные эпюры для случая нагрузки изгибающим моментом. Переход к действительным эпюрам производится: при нагрузке силой P по формулам (313), при нагрузке моментом по формулам (314).

Из эпюр графика рис. 130,*а* явствует, что при промежуточном месте приложения сосредоточенной силы изменение жесткости сказывается еще меньше, чем в рассмотренных ранее случаях $\delta=0$ и $\delta=1$ (см. рис. 127 и 128).

Из рис. 130,*б* можно заключить, что влияние гибкости балки при нагрузке моментом значительно больше, чем при нагрузке силой, однако, все же границы расчетных категорий балок, намеченных в § 1, остаются, по-видимому, достаточно обоснованными и при нагрузке моментом. Как следует из рис. 130,*а*, при нагрузке силой и значительном эксцентрицитете вблизи более удаленного конца балки теоретически возникают отрицательные реактивные давления и осадки. Выясним, в каких границах должна оставаться сила, приложенная к абсолютно жесткой балке, чтобы давления и осадки под всей балкой оставались положительными. Соответствующие границы принято называть «ядром сечения», причем в случае расчета по гипотезе коэффициента постели границы ядра сечения по давлениям и по осадкам совпадают между собой, при расчете же по теории упругости они различны.

Подсчетами установлены следующие критические значения приведенного расстояния силы от середины $\delta_{кр}$, определяющие границы ядра сечения в зависимости от отношения сторон балки (табл. 67).

Установленные значения $\delta_{кр}$ по давлению оказались меньше значения, получаемого при решении плоской задачи ($\delta_{кр}=$

$=0{,}5$ *см*), и больше значения, получаемого при решении по коэффициенту постели ($\delta_{кр}=1/3$).

С увеличением значения α ядро сечения в нашей задаче сближается с ядром сечения по гипотезе коэффициента постели. Значения $\delta_{кр}$ по осадкам, сближаясь по мере увеличения α со значением $\delta_{кр}$ по давлениям, также стремятся к общему значению $\delta_{кр}=1/3$, устанавливаемому по гипотезе коэффициента постели. Сравнение $\delta_{кр}$ по осадкам с плоским решением невозможно, так как последнее не определяет осадок.

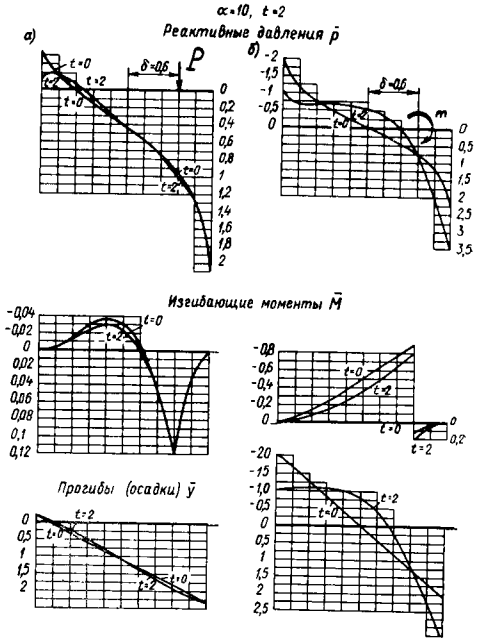


Рис. 130. Характер расчетных эпюр при различных показателях гибкости t для эксцентрично нагруженной балки

а — сосредоточенной силой; *б* — изгибающим моментом

Таблица 67

Границы ядра сечения жестких балок

α	10	15	20	30	50	100
$\delta_{кр}$ по давлению	0,38	0,38	0,37	0,36	0,36	0,35
$\delta_{кр}$ по осадкам	0,52	0,49	0,48	0,46	0,44	0,42

Поскольку грунт на растяжение не работает, балка фактически начинает отставать от грунта при выходе точки приложения силы за границы ядра сечения по давлению. При этом осадки грунта под отстающим от грунта концом балки могут быть и положительными.

§ 4. СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА БАЛКИ В УСЛОВИЯХ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТА ПО ГИПОТЕЗЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОСТЕЛИ

Сопоставлять результаты расчета по обеим теориям можно двумя способами.

Первый способ заключается в том, что расчет по гипотезе коэффициента постели проводится согласно значению этого коэффициента, получающемуся при том же испытании грунта штампом, что и значение модуля деформации. Если опыт проводится штампом обычной площади 5000 *см*², то значение модуля деформации определяется в силу формулы (423) и графика на рис. 148 равенством

$$\frac{E_0}{1-\nu_0^2}=64\,\frac{P}{w}.$$

Но отношение реактивных давлений p к осадкам грунта w есть не что иное, как коэффициенты постели K. Поэтому коэффициент постели при испытаниях штампом указанной площади оказывается связанным со значением модуля деформации равенством

$$K=\frac{1}{64}\cdot\frac{E_0}{(1-\nu_0^2)}. \qquad (369)$$

Здесь E_0 выражается в *кгс/см*², а коэффициент постели K — в *кгс/см*³, величина $1/64$ имеет размерность *см*⁻¹.

Подчеркнем, что коэффициент $1/64$ относится только к площади штампа 5000 *см*², при других размерах штампа значение этого коэффициента, а следовательно, и значение K уже будет иным. Однако численные значения K, используемые обычно для различного рода грунтов при расчете по гипотезе коэффи-

цнента постели, близки к тем, которые получаются по равенству (369).

Второй способ сопоставлеиия — подбор по модулю деформации E_0 и коэффициенту Пуассона ν_0 такого значения коэффициента постели K, которое обеспечивало бы наилучшее возможное совпадение результатов расчетов по обеим теориям.

Достигнуть полного совпадения результатов расчета по обеим теориям невозможно при любом подборе величин E_0 и ν_0, с одной стороны, и K, с другой, если только считать K постоянным по всей длине балки. Объясняется это коренной разницей в моделях механических свойств грунта, принимаемых обеими теориями. Однако можно показать, что степень возможного сближения между результатами расчетов по обеим теориям зависит от формы опорной площади конструкции. Отличие модели грунта в гипотезе коэффициента постели от модели теории упругости заключается в том, что, согласно первой моделе, давлеиия, передаваемые на соседнне точки поверхности грунта, не влияют на осадку данной точки этой поверхиости, а согласно второй моделе — влияют. Поэтому результаты расчета сближаются в тех случаях, когда опорная площадь конструкции представляет собой геометрическое место, при котором влияние на осадку данной точки от давлеиий, приложеиных ко всем остальным точкам поверхности грунта под конструкцией, оказывается по теории упругости наименьшим. Таким геометрическим местом является прямая линия или в качестве приближеиия к этому идеальному случаю — узкая длинная балка. Вот почему именно для расчета балок на упругом основании удается соответствующим подбором значения K добиться удовлетворительного сближеиия результатов, получающихся по обеим теориям.

Значительно хуже обстоит дело при расчете прямоугольных и круглых плит. Что касается расчета конструкций, для которых используются условия плоской задачи, то при любом подборе E_0, ν_0 и K результаты расчетов ие будут иметь между собой ничего общего.

К сожалению, это до сих пор остается мало освещенным, и в ряде руководств по основаниям и фундаментам можно встретить формулу связи между E_0, ν_0 и K:

$$K = 0{,}28 \sqrt[3]{\frac{b' E_0^4}{(1-\nu_0^2)^4 E_1 J}}, \qquad (370)$$

предложенную Н. М. Герсеваиовым и Я. А. Мачеретом [20] и рекомендуемую в руководствах в качестве некоторой уиивсральной формулы, позволяющей вериуться к расчету по гипотезе коэффициента постели. Формула (370) обеспечивает только совпадение значеиия моментов, вычисленных по той и другой теории, в точке приложения к бесконечной полосе сосредоточенной силы (плоская задача). Эта формула не обеспечивает совпадения значений моментов в остальных точках полосы. Эпюры других расчетных величин, особенио осадок, вообще не будут иметь ничего общего между собой. Для абсолютно жестких балок ($E_J J = \infty$) коэффициент постели любого грунта получается по формуле (370) равным нулю.

Еще меньше оснований использовать формулу (370) для расчета длинных полос при другого рода нагрузках, а тем более для расчета коротких полос, а также балок и плит в пространственных условиях.

Что касается балок, работающих в пространственных условиях, то результаты расчета между обеими теориями удается сблизить, если за коэффициент постели принимать среднее значение отношения реактивных давлений p к осадкам Y, которое получается при расчете по теории упругости. Это среднее значение с достаточной степенью точности можно определить и ие проводя самого расчета по теории упругости. Если отношение сторон опорной площади балки $\alpha > 10$ и характер нагрузки на балку таковы, что исключается выявление нулевых или близких к нулевым значеиий реактивных давлений, то искомый коэффициент постели определяется по приближенной формуле[1]

$$K = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)\, b' \ln(4\alpha)}. \qquad (371)$$

Расчет, выполненный при коэффициенте постели (371), будет давать результаты, близкие к расчету по теории упругости в отношении всех расчетных величин. Исключение составляет лишь случай равномерной нагрузки по всей балке или нагрузки, приближающейся к равномерной. При такой нагрузке эпюры моментов и поперечных сил будут резко отличаться от получаемых по теории упругости, хотя эпюры реактивных давлений и осадок будут почти совпадать.

Разумеется, возможность получения результатов, близких к результатам расчета по теории упругости, отнюдь ие означает, что расчет вообще следует проводить по гипотезе коэффициента постели с применением формулы (371). Единственное преимущество расчета по коэффициенту постели — сравнительная простота — отпадает при наличии таблиц безразмерных расчетных величин. Только в тех случаях, когда условия расчета очень сложны и когда таблицы безразмерных величин при их теперешнем объеме не могут оказать достаточную помощь, расчет по гипотезе коэффициента постели может быть оправдан.

Значения коэффициентов постели, определяемые по формулам (369) и (371), резко различаются между собой (вторая

[1] Вывод формулы (371) приведен в [35]. Аналогичная формула с пропуском в ней числа 4 в аргументе логарифма была дана Л. А. Галиным [17].

формула дает меньшие значения, чем первая). Формула (369) не может обеспечить сближение результатов, получающихся по обеим теориям. Коэффициент постели, установленный по этой формуле, не будет даже приближенно равняться коэффициенту пропорциональности между давлениями и осадками в точном пространственном расчете любой конструкции с опорной площадью, отличной по размерам и форме от площади опытного штампа.

Проиллюстрируем ряд положений, высказанных в этом параграфе, результатами расчета по различным методам ленточного фундамента.

На рис. 131 дано сопоставление эпюр реактивных давлений и моментов, вычисленных по пространственному расчету, по плоскому расчету, по гипотезе коэффициента постели и по при-

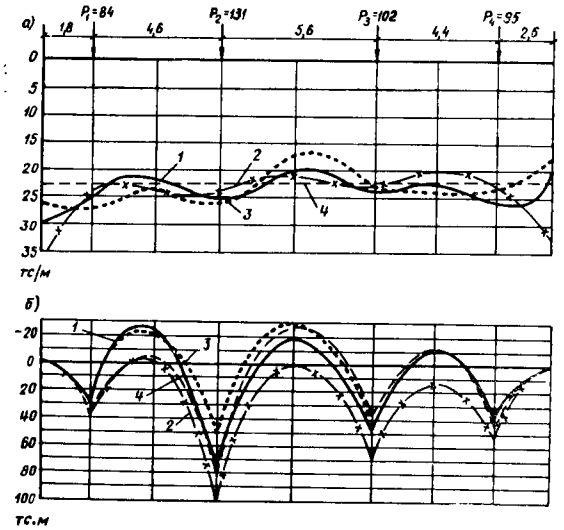


Рис 131. Сравнение эпюр расчетных величин, устанавливаемых по различным методам расчета

а — реактивные давления, *б* — изгибающие моменты; *1* — по пространственному расчету, *2* — по плоскому расчету; *3* — по коэффициенту постели; *4* — по линейному закону давлений

приближенному способу линейного распределения давлений. Коэффициент постели, установленный по формуле (369) при модуле деформации $E_0=160$ *кгс/см*², будет $K=2{,}5$ *кгс/см*³. В соответствии с этим значением и построены эпюры, изображенные точечными кривыми на рис. 131. Коэффициент постели, определенный либо по формуле (371), либо как среднее значение отношения p к Y по эпюрам рис. 116,*а*, *г*, оказывается $K\approx$ $\approx 0{,}5$ *кгс/см*³.

Несмотря на сравнительно незначительную разницу в эпюрах реактивных давлений, значения моментов, получающихся по различным методам, очень отличаются. Разница была бы еще резче при более неравномерной нагрузке, при большем эксцентриситете и при меньших консолях у концов.

Главные выводы, которые можно сделать на основании этого примера, и обобщения данных других расчетов, следующие.

Расчет по плоской задаче дает положительные моменты, намного бо́льшие (иногда в полтора-два раза и больше), чем пространственный расчет.

Эпюра моментов (см. рис. 131) построена не на основе точного решения Г. Я. Попова и В. Л. Воробьева, по которому составлены таблицы для полубесконечных полос, а по приближенным таблицам (первое издание этой книги). Точный расчет дает еще бо́льшие значения изгибающих моментов, и поэтому расхождение результатов между пространственным и плоским решениями на рис. 131 слегка занижено.

Об огромной разнице в результатах пространственного и плоского расчета мы уже говорили на примере короткой балки (см. рис. 115). Нужно заметить, однако, что чем шире балка, точнее, чем больше отношение β, тем меньше разница между расчетами.

Расчет по коэффициенту постели, определяемому формулой (369), или просто по таблицам этой величины, помещенным в различных пособиях, приводит к преувеличенным отрицательным (пролетным) моментам и несколько заниженным положительным моментам по сравнению с пространственным расчетом по теории упругости. Если же коэффициент постели принимать по формуле (371), то значения моментов становятся близкими к значениям, получаемым при пространственном расчете. Так, в нашем случае максимальный момент (под нагрузкой P_2) получился по пространственному расчету $M_2=72$ *тс·м*, при $k=$ $=2{,}5$ *кгс/см*³ тот же момент $M_2=53$ *тс·м*, а при $k=0{,}5$ *кгс/см*³ $=$ $=78$ *тс·м*, т. е. даже больше, чем по пространственному расчету.

Чем у́же балка, точнее, чем больше отношение α, тем результаты расчета по коэффициенту постели (371) будут ближе к результатам пространственного расчета.

Глава IV. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

§ 1. УЧЕТ СКАЛЬНОГО ПОДСТИЛАЮЩЕГО СЛОЯ

Если толщина упругого слоя очень мала и не превышает полуширины балки, расчет можно производить согласно гипотезе коэффициента постели, пользуясь для определения этого коэффициента формулами (43) и (44). Если толщина превышает полуширину полосы, но меньше трехкратной ее ширины, во избежание излишних запасов прочности желательно расчет проводить одним из следующих трех способов, из которых первые два носят приближенный характер, а последний — более точный.

1. Расчет проводится по гипотезе коэффициента постели, причем за расчетное значение этого коэффициента принимается некоторое промежуточное значение между тем, которое определяется формулами (43) и (44), и тем, которое определяется формулой (371). Чем меньше толщина слоя, тем ближе должен выбираться коэффициент постели к значению, определяемому формулами (43) и (44); чем больше толщина, тем ближе к значению, определяемому по формуле (371).

2. Расчет проводится обычными методами, т. е. на основе табличного материала или решения систем уравнений главы II, но в качестве расчетного значения модуля деформации принимается не истинное его значение, а определяемое формулой (66).

3. Расчет проводится по смешанному методу, изложение которого дано в § 5, главы II, части пятой.

§ 2. КРУЧЕНИЕ БАЛОК

С кручением балок на упругом основании приходится иметь дело при расчете ленточных фундаментов рамных конструкций [184, 76], фундаментов из перекрестных лент (см. § 3), фундаментных балок подкрановых путей при эксцентричной нагрузке на тележки и т. д.

Впервые теория кручения балок на упругом основании согласно гипотезе коэффициента постели была предложена П. Л. Пастернаком [184]; впоследствии В. А. Киселевым [76] было проведено упрощение этой теории на основе метода начальных условий.

Нами было доказано [36], что теория кручения балок на упругом основании, построенная на основе гипотезы коэффициента постели, остается в силе и в том случае, если механические свойства основания описываются теорией упругости. При этом подразумевается, что в том и в другом случае балка в поперечном направлении считается абсолютно жесткой (неизгибаемой), но углы поворота поперечных сечений ее в поперечном же направлении (углы кручения) будут изменяться от сечения к сечению.

Результаты расчета в отношении распределения углов кручения τ и внутренних крутящих моментов $M_{кр}$ будут независимы от того, по какому методу ведется расчет, если коэффициент постели K (в *кгс/см*³) определяется по модулю деформации на основе равенства [1]:

$$K = \frac{3\pi E_0}{8b(1-\nu_0^2)}. \qquad (372)$$

От метода расчета будут зависеть только результаты расчета, касающиеся распределения реактивных давлений в поперечном направлении. По методу коэффициента постели реактивные давления под каким-либо сечением $d-d$, находящимся на действительном расстоянии x_0' от левого конца балки (см. рис. 157,*а*), будут определяться формулой

$$p(x_0', y') = K\tau(x_0')\, y' \ \text{кгс/см}^2, \qquad (373)$$

где y' — расстояние рассматриваемой точки подошвы от средней продольной оси балки; $\tau(x_0')$ — угол кручения в точке x_0'.

Соответствующая эпюра реактивных давлений изображена на рис. 132,*б**.

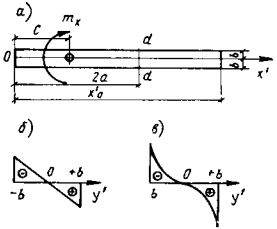


Рис. 132. Кручение балки на упругом основании

а — схема принятых обозначений; *б* — схема распределения реактивных давлений в поперечном направлении по методу коэффициента постели; *в* — то же, по теории упругости

Согласно же решению по теории упругости реактивные давления в том же сечении будут распределяться (рис. 132,*в*) в соответствии с формулой, аналогичной формуле Флорина для давлений под жесткой полосой, нагруженной изгибающим момен-

[1] Формула (372) применима только для расчета балок на упругом основании на кручение

* В практических случаях расчета балки, помимо крутящих моментов, принимают еще вертикальную силовую нагрузку. Поэтому отрицательные реактивные давления, возникающие от кручения (рис. 132,*б* и *в*), погашаются бо́льшими положительными реактивными давлениями от силовой нагрузки

том [см. формулу (129), главы III, части второй]:

$$p\,(x_0',\ y') = \frac{E_0}{2\,(1-\nu_0^2)} \cdot \frac{y'\,\tau\,(x_0')}{\sqrt{b^2 - y'^2}}\,. \qquad (374)$$

Однако характер распределения реактивных давлений в поперечном направлении имеет обычно второстепенное практическое значение. Поэтому в дальнейшем мы будем излагать способ расчета балок на упругом основании на кручение [76], придерживаясь обозначений и схем метода коэффициента постели, но учитывая при этом, что расчетное значение этого коэффициента устанавливается в соответствии с равенством (372).

Расчет балки, лежащей на упругом основании, на кручение исходит из двух основных предпосылок:

1) условия равновесия элементарной полоски шириной dx', выделенной из балки в поперечном направлении и находящейся под воздействием реактивных давлений p, распределенных по закону (373), и доли внутренних крутящих моментов $dM_к$, приходящейся на эту полоску:

$$\tau = -\frac{3}{2\,b^3 K} \cdot \frac{d\,M_к}{d\,x'}\,; \qquad (375)$$

2) зависимости, устанавливаемой теорией кручения бруса, между углами кручения τ и внутренними крутящими моментами $M_к$:

$$\frac{d\,\tau}{d\,x'} = \frac{d\,\tau}{a\,d\,x} = -\frac{M_к}{G\,T}\,. \qquad (376)$$

В уравнении (376):

G — модуль сдвига материала балки

$$\left(G = \frac{E_1}{2\,(1+\nu_1)}\right);$$

T — коэффициент кручения. При прямоугольном сечении балки и $b' > h$ коэффициент кручения определяется по формуле

$$T = \mu\, b'\, h^3, \qquad (377)$$

где b' — полная ширина балки; h — высота балки.

Коэффициент μ определяется в зависимости от отношения b'/h по таблице Сен-Венана (табл. 68).

Таблица 68

Значения коэффициентов μ

b'/h	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	10
μ	0,141	0,172	0,197	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312

При $b' < h$ величина T определяется по той же формуле (377) и табл. 68, но при перемене обозначений b' на h и h на b'.

Для сечений непрямоугольной формы можно пользоваться приближенной формулой Сен-Венана:

$$T = \frac{F^4}{40\,J_p}\,, \qquad (378)$$

где F — площадь поперечного сечения; $J_p = J_x + J_y$ — полярный момент инерции (J_x и J_y — моменты инерции относительно горизонтальной и вертикальной осей, проведенных через центр тяжести сечения).

Исключаем $\frac{d\tau}{dx'}$ из уравнений (375) и (376)* и получаем дифференциальное уравнение крутящих моментов в следующей форме:

$$M_к = \frac{3\,G\,T}{2\,b^3 K} \cdot \frac{d^2 M_к}{d\,x'^2}\,. \qquad (379)$$

Для упрощения уравнения (379) введем величину — упругую характеристику на кручение, имеющую размерность длины

$$s_к = \sqrt{\frac{3\,G\,T}{2\,b^3 K}}\,. \qquad (380)$$

Тогда уравнение (379) можно переписать в следующей форме:

$$M_к - s_к^2\,\frac{d^2 M_к}{d\,x'^2} = 0. \qquad (381)$$

Решение уравнения (381), выраженное через гиперболические функции, будет

$$M_к = G_1 \operatorname{sh}\xi + C_2 \operatorname{ch}\xi, \qquad (382)$$

где $\xi = \frac{x'}{s_к}$ — приведенные абсциссы.

На основании уравнений (375) и (382) получаем

$$\tau = -\eta\,(C_1 \operatorname{ch}\xi + C_2 \operatorname{sh}\xi), \qquad (383)$$

где

$$\eta = \frac{s_к}{G\,T}\ \ 1/тс\cdot м\,. \qquad (384)$$

Легко видеть, что уравнениям (382) и (383) можно придать вид

$$M_к = -\frac{\tau_к^0}{\eta}\ \operatorname{sh}\xi + M_к^0\ \operatorname{ch}\xi\,; \qquad (385)$$

$$\tau = \tau^0 \operatorname{ch}\xi - \eta\, M_к^0 \operatorname{sh}\xi, \qquad (386)$$

* Продифференцировав для этой цели первое из указанных уравнений.

где $M_к^0$ — значение крутящего момента в начале балки ($\xi=0$);
$\tau_к^0$ — значение угла кручения там же.

Одно из этих постоянных всегда известно. Другое может быть определено исходя из условий на другом конце балки (при $\xi=\lambda_к$, $\lambda_к=2a/s_к$).

Формулы (385) и (386) пригодны для всей балки в целом только для случая, когда балка нагружена крутящими моментами на концах. Если же балка нагружена моментом $m_к$ где-либо в средней части, то уравнения (385) и (386) будут верны только для первого левого от нагрузки участка. Для второго правого участка следует пользоваться формулами

$$M_{2к}=M_{1к}+m_к \operatorname{ch}(\xi-\gamma) \qquad (385')$$

и

$$\tau_2=\tau_1+\eta\, m_к \operatorname{sh}(\xi-\gamma), \qquad (386')$$

где $M_{1к}$ и τ_1 — крутящие моменты и углы кручения, устанавливаемые по формулам (385) и (386); $\gamma=\frac{c}{s_к}$ — приведенное расстояние от левого конца балки до нагруженного сечения.

При нескольких внешних крутящих моментах под величинами $M_{1к}$ и τ_1 следует подразумевать значения крутящих моментов и углов поворота, определяемые по формуле, справедливой для соседнего участка слева.

В заключение приведем формулу связи между углом поворота абсолютно жесткой в продольном направлении балки ($\tau=$ $=$const) и суммарным внешним крутящим моментом $m_{к\Sigma}$:

$$\tau=\frac{2(1-\nu_0^2)}{\pi E_0 a b^3} m_{к\Sigma}=\frac{3}{4ab^3K} m_{к\Sigma}. \qquad (387)$$

Эпюра внутренних крутящих моментов для абсолютно жесткой балки будет иметь линейный характер с разрывами в точках приложения крутящих моментов $m_к$ (при переходе слева направо) на величину $+m_к$ (см. рис. 136).

Как показывают исследования, к категории абсолютно жестких балок на упругом основании при работе их на кручение можно отнести значительно более широкую категорию балок, чем при работе их на изгиб.

§ 3. РАСЧЕТ ФУНДАМЕНТОВ ИЗ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ЛЕНТ

1. Фундаменты из перекрестных лент (ленточные ростверки), простейший схематический пример которых приведен на рис. 133, проектируются обычно либо при слабых грунтах, либо при средних грунтах, но при очень больших нагрузках (промышленные сооружения, многоэтажные здания), особенно когда важно обеспечить равномерную осадку сооружения. Этот

тип фундаментов нашел широкое применение и в антисейсмическом строительстве.

В настоящее время нет еще практически приемлемых методов расчета фундаментов из перекрестных лент в условиях пространственной задачи теории упругости.

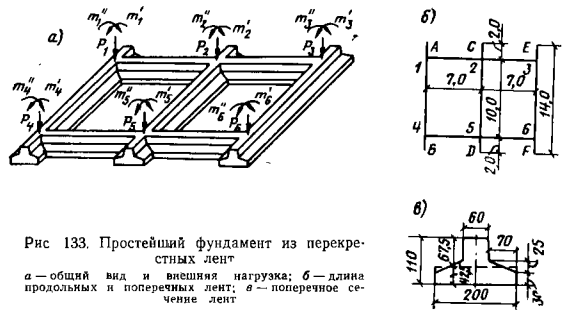


Рис 133. Простейший фундамент из перекрестных лент

а — общий вид и внешняя нагрузка; *б* — длина продольных и поперечных лент; *в* — поперечное сечение лент

Как правило, ленточные ростверки принимают нагрузку от верхнего строения не только в виде сосредоточенных сил, но и в виде моментов. Между тем еще не имеется таблиц безразмерных эпюр для расчета по новой теории под моментную нагрузку длинных балок, каким являются ленты ростверка. Расчет же на моментную нагрузку балок ростверка при помощи решения систем уравнений табл. 64 и 65 был бы непомерно сложен.

Согласно новой теории, на осадку каждой балки ростверка влияют давления, передаваемые на грунт не только этой балкой, но и другими, и в первую очередь балками, перекрещивающимися с данной. Хотя теоретически учет давлений от соседних балок можно было бы провести по методу Б. Н. Жемочкина (см. главу II, § 4), практически эта работа была бы слишком громоздкой.

В силу этих причин расчет балок ленточного ростверка следует проводить по гипотезе коэффициента постели. В качестве расчетного значения этого коэффициента рекомендуется брать величину, устанавливаемую формулой (371), ориентируясь при этом на средние размеры опорных площадей балок.

Балки, составляющие ленточный ростверк, принадлежат, как правило, к категории длинных с точки зрения расчета как по новой теории, так и по гипотезе коэффициента постели. Для радикального упрощения расчета длинных балок по гипотезе коэффициента постели в конце настоящего параграфа приводятся составленные автором совместно с доц. В. В. Кречмером, по

предложению проф. П. Л. Пастернака, таблицы для расчета полубесконечных балок на упругом основании при нагрузке сосредоточенной силой и моментом (табл. 74, 75), а также общеизвестные таблицы для расчета при тех же нагрузках бесконечных балок (табл. 76, 77). Таблицам предшествуют указания по их использованию.

2. Принятие упрощающей гипотезы коэффициента постели все же не освобождает от необходимости решить при расчете ленточного ростверка ряд других сложных проблем. Разъяснив здесь сущность этих проблем, мы приведем в п. 3 упрощенные способы их решения[1].

При расчете ленточного ростверка заданы нагрузки, передаваемые сооружением на фундамент в узлах ростверка[2]. Обозначим нагрузки, приложенные в узле i: P_i — сосредоточенная сила; m'_i — момент, изгибающий продольную балку, и m''_i — момент, изгибающий поперечную балку (см. рис. 153,*а*). Возникает вопрос, какая доля этих нагрузок принимается продольной балкой, а какая — поперечной?

Для упрощенного решения задачи часто пользуются допущением о шарнирности узлов ростверка. При таком допущении только силы P_i должны быть разбиты на доли P'_i и P''_i приходящиеся соответственно на продольную и поперечную балку. Что же касается моментов m'_i и m''_i, то первый из них будет целиком приниматься продольной балкой в качестве изгибающего момента, а второй — поперечной балкой.

Значения долей P' и P'' могут быть установлены, с одной стороны, на основе равенств:

$$P'_i + P''_i = P_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{388}$$

(где n — число узлов в ростверке), а с другой стороны, исходя из условия равенства прогибов продольных и поперечных балок в каждом узле i. Так как прогибы по гипотезе коэффициента постели пропорциональны реактивным давлениям ($p = KY$), то условие равенства прогибов можно заменить условием равенства реактивных давлений.

Обозначим через p'_{ij} реактивное давление в угле i, вызванное сосредоточенной силой, равной единице, приложенной в узле j той же продольной ленты. Для поперечной ленты давление в том же узле i от сосредоточенной силы в узле k обозначим через p''_{ik}. Аналогично давления от изгибающих моментов, равных единице, обозначим через $\bar{p}'_{ij}$ и $\bar{p}''_{ik}$. Давления от единичных нагрузок в отличие от действительных давлений p_i будем называть «элементарными давлениями». Значения элементарных давлений находятся по табл. 69—72 в соответствии с объяснениями, предшествующими этим таблицам.

При этих обозначениях условие равенства в узле i давления на продольную балку давлению на поперечную можно написать в следующей форме:

$$\sum_j P'_j p'_{ij} + \sum_j m'_j \bar{p}'_{ij} = \\ = \sum_k p''_k p''_{ik} + \sum_k m''_k p''_{ik} \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{389}$$

В равенстве (389) на величины p влияют b'_1 и b'_2 — полная ширина продольной и поперечной балок, а также S_1 и S_2 — их упругие характеристики.

Знак каждой суммы распространяется на узлы только одной проходящей через данный узел i балки: продольной — в левой части равенства и поперечной — в правой. В случае, если к балкам ростверка приложены нагрузки и вне узлов, в уравнениях (389) появятся еще свободные члены — давления от этих нагрузок в узлах.

Однако предположение о шарнирности узлов не соответствует действительности, так как ростверк представляет собой монолитную конструкцию. Поэтому каждый из моментов m'_j и m''_k разбивается тоже на две доли. Так, момент m'_j разобьется на момент $m'_{j\,изг}$, действующий в качестве изгибающего момента на продольную балку, и на момент $m'_{k\,кр}$, действующий в качестве крутящего момента на поперечную балку. Аналогично разобьется и момент m''_k. Для того чтобы определить еще новые неизвестные $m'_{j\,изг}$, $m'_{j\,кр}$, $m''_{k\,изг}$, $m''_{k\,кр}$, приходится в дополнение к равенствам реактивных давлений (389) выписывать еще по два равенства для каждого из узлов: 1) равенство угла наклона к линии изгиба продольной балки углу кручения поперечной балки и 2) равенство угла кручения продольной балки углу наклона линии изгиба поперечной балки. Соответствующие уравнения, приведенные в (23), мы здесь не приводим.

При расчете с допущением о шарнирности узлов приходится решать систему уравнений с $2n$ неизвестными. При расчете с учетом кручения в узлах приходится решать систему с $6n$ неизвестными. Вполне понятно, что если и первый из указанных способов расчета требует большой затраты времени и сил, то второй способ расчета практически возможен без ЭВМ только при очень малом числе узлов в ростверке.

Однако и учет кручения не дает еще исчерпывающего уточнения расчета. Дело в том, что при обоих способах расчета по-

[1] Методы точного расчета ленточных ростверков и обоснование рекомендуемых в п. 3 приближенных расчетных приемов изложены в нашей статье [23]. Некоторые дополнительные приемы (для построения эпюр кручения), излагаемые в настоящей книге, основаны на результатах точного расчета примера, приведенного в той же статье.

[2] Нагрузки могут быть приложены также и вне узлов, но в отношении распределения этих нагрузок никаких вопросов не возникает.

лучается, будто прямоугольные участки подошвы ростверка, где пересекаются ленты, принимают давления от грунта дважды — в качестве подошвы продольной и в качестве подошвы поперечной ленты (рис. 134). Это вносит существенное искажение в эпюры расчетных величин, так как площадки взаимного перекрывания лент обычно составляют значительную часть общей опорной площади ростверка.

Для избежания взаимного перекрывания лент при точном расчете приходится разрезать ленточный ростверк на отдельные, не перекрывающие друг друга балки. Можно, например, оставить цельными поперечные балки, а продольные заменить рядом отдельных балочек протяженностью от края одной поперечной ленты до края другой (например, на балочки *1п—2л* и *2п—3л* вместо балки *1—3* на рис. 134). В местах разреза к по-

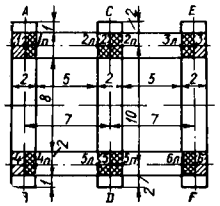


Рис. 134. Пунктир — линии разреза; штриховка — абсолютная жесткость; двойная штриховка — абсолютная жесткость и перекрывание лент

перечным продольным балкам прикладывают воздействия отсекаемых частей в виде сосредоточенных сил, изгибающих и крутящих моментов. Эти воздействия определяются так же, как и в ранее изложенном расчете, на основе равенства деформаций (прогибов, узлов изгиба и кручения) в местах разрезов. Если все балки ростверка имеют консольные выступы, мы и в этом случае должны решать систему из $6n$ неизвестных.

Наконец, последнее обстоятельство, подлежащее учету, заключается в том, что балки в местах их пересечения должны приниматься за абсолютно жесткие, так как они взаимно препятствуют изгибу (см. рис. 134). Наличие абсолютно жестких участков в лентах приводит при одних и тех же нагрузках к повышению положительных моментов под нагрузками. Так, момент под нагрузкой P, приложенной в середине бесконечно длинной балки постоянной жесткости по гипотезе коэффициента постели, равен:

$$M = \frac{Ps}{4},$$

где s — упругая характеристика балки (395).

Момент в том же сечении для балки с абсолютно жестким участком посередине длиной в $2l_0$ оказывается равным:

$$M = \frac{P}{4}(s + l_0).$$

3. Практический способ расчета, который приближенно учитывает все обстоятельства, изложенные в п. 2, исходит в основном из трех положений:

а) влияние нагрузок, приложенных вне сечения i, на прогибы сечения i быстро уменьшается по мере увеличения расстояния до нагрузок. Поэтому при подсчете прогибов (или давлений) в сечении i достаточно учитывать только влияние близких от этого сечения нагрузок;

б) влияние учета кручения не отражается значительно на эпюрах изгибающих моментов и на эпюрах давлений (прогибов). Поэтому величину крутящих моментов можно устанавливать исходя непосредственно из углов наклона балок, получающихся при расчете с предположением о шарнирности узлов. Пренебрегать вовсе крутящими моментами при расчете арматуры нельзя, так как они часто дают, особенно вблизи краев ростверка, значительные напряжения от кручения в добавление к напряжениям от изгиба;

в) жесткость балок ленточных ростверков на кручение оказывается, как правило, очень большой; иначе говоря, углы кручения каждой из балок меняются по длине сравнительно незначительно. Поэтому в противоположность расчету балок ростверка на изгиб, при котором они должны быть отнесены к категории длинных, при расчете тех же балок на кручение их допустимо относить к категории абсолютно жестких.

Порядок приближенного расчета следующий.

Предварительно проводится решение на основе предположения о шарнирности узлов при помощи составления и решения систем уравнений (388) и (389). Однако при составлении уравнений (389) допускается учитывать влияние только тех соседних нагрузок, которые находятся от данного узла на приведенном расстоянии $\frac{c}{s} \leqslant 1{,}8$, где c — действительное расстояние. При таком ограничении обычно приходится учитывать кроме нагрузок, приложенных в самом узле i, только нагрузки, приложенные непосредственно рядом, а иногда даже обходиться и без учета последних. Сокращение числа неизвестных в каждом из уравнений (389) позволяет решить всю систему уравнений без особых трудностей.

Полученные значения долей нагрузки P'_i и P''_i используются только для установления предварительного значения реактивных давлений под каждым узлом ростверка ($p_{i\ \text{предв}}$).

Что же касается расчета всех эпюр в целом, то он проводится на основе новых значений долей P'_i и P''_i, учитывающих по-

правку на исключение эффекта взаимного перекрывания лент.

Для этого определяется среднее для всего ростверка возрастание давлений Δp, связанное с переходом к схеме без взаимного перекрывания:

$$\Delta p = \frac{f \Sigma P_i}{F^2}. \qquad (390)$$

В формуле (390): f — суммарная площадь взаимного перекрывания лент[1]; F — вся опорная площадь ростверка.

Для проведения окончательного расчета сумма долей сосредоточенных сил, приходящихся на каждый узел, должна быть повышена на величину $f_i p_i$, где f_i — площадь взаимного перекрывания, а p_i — уже исправленное значение давлений; $p_i = p_{i\,\text{предв}} + \Delta p$. Между каждой из долей эта надбавка распределяется по частям, им пропорциональным, т. е.

$$\Delta P_i' = \frac{P'}{P_i} f p_i \quad \text{и} \quad \Delta P_i'' = \frac{P_i''}{P_i} f_i p_i. \qquad (391)$$

Обращаем внимание на то, что сумма окончательных значений долей сосредоточенных сил, приходящихся в каждом узле на продольную и поперечную балки, будет больше, чем сосредоточенная сила, приложенная в узле. Никакого противоречия со статикой при этом не будет, так как суммарная опорная площадь раздельно рассчитываемых продольных и поперечных лент будет также больше, чем действительная опорная площадь ростверка.

Установив новые значения долей нагрузок и считая, как обычно, что внешние моменты целиком передаются как изгибающие на ту ленту, в направлении которой они приложены, можно строить эпюры расчетных величин. Получившиеся при такой нагрузке значения расчетных величин можно считать окончательными, кроме значений моментов под колоннами, отстоящими от края лент достаточно далеко (примерно на приведенном расстоянии $c/s > 1{,}5$). Эти значения нуждаются еще в исправлении на учет абсолютной жесткости участков взаимного перекрывания. Для этой цели значения моментов под колоннами, получающиеся непосредственно по расчету, следует увеличить, умножив их на коэффициент

$$k = \frac{b' + 2s}{2s}, \qquad (392)$$

где b' — опорная ширина перпендикулярной балки; s — упругая характеристика рассчитываемой балки.

[1] При подсчете суммарной площади f принимается, что ленты, не имеющие консольных выступов, перекрывают крайние поперечные им ленты лишь до половины ширины последних (см. схемы на рис. 133, *б* и 134). В соответствии с этим положением определяются и величины f_i, входящие в формулы поправок (391).

Отрицательные моменты в пролетах можно оставлять без изменения (в запас прочности).

Способ приближенного определения крутящих моментов в балках изложим на конкретном примере. Например, требуется определить крутящие моменты в продольной балке *4—6* ростверка (см. рис. 133). Пусть в пределах ширины этой продольной балки ($b' = 2$ *м*) эпюры реактивных давлений, построенные для поперечных балок *AB, CD, EF*, изображаются для узлов *4, 5* и *6* в виде трапеций, приведенных на рис. 135. На основе этих

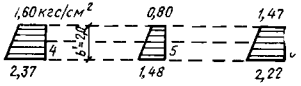


Рис. 135. Эпюры реактивных давлений в поперечном направлении в узлах продольной балки *4—6*, по которым определяются углы кручения в этих узлах

данных мы можем определить соответствующие углы кручения продольной балки в этих узлах. Так, угол кручения в узле *4* при $b' = 200$ *см* и коэффициента постели $K = 3$ *кгс/см*³ будет

$$\tau_4 = \frac{2{,}37 - 1{,}60}{200 \cdot 3} = 0{,}0013.$$

Аналогично получим $\tau_5 = 0{,}0004$ и $\tau_6 = 0{,}0012$. Но мы принимаем балку за абсолютно жесткую на кручение, поэтому балка не может поворачиваться в поперечном направлении в различных сечениях на разные углы кручения. Она повернется целиком на некоторый общий средний угол. Определим этот угол как среднеарифметический из вычисленных ранее углов кручения:

$$\tau = \frac{0{,}0013 + 0{,}0004 + 0{,}0012}{3} = 0{,}0010.$$

Определим теперь суммарный крутящий момент $m_{\text{кр}\,\Sigma}$ на абсолютно жесткую балку, при котором получается вычисленный угол кручения τ. По формуле (387) получим

$$m_{\text{кр}\,\Sigma} = \frac{4}{3} a b^3 K \tau. \qquad (393)$$

В наших условиях $a = 7$ *м*, $b = \frac{b'}{2} = 1$ *м*. Следовательно,

$$m_{\text{кр}\,\Sigma} = \frac{4}{3} 700 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 0{,}0010 = 28 \cdot 10^5 \text{ кгс} \cdot \text{см} = 28 \text{ тс} \cdot \text{м}.$$

Будем считать, что этот суммарный момент распределяется по трем узлам пропорционально предварительным значениям углов кручения в этих узлах τ_4, τ_5, τ_6.

Тогда для определения значений крутящих моментов, приложенных в узлах, имеем следующие соотношения:

$$m_{\text{кр}\,4} + m_{\text{кр}\,5} + m_{\text{кр}\,6} = 28 \text{ тс} \cdot \text{м};$$

$$\frac{m_{\text{кр}\,4}}{0{,}0013} = \frac{m_{\text{кр}\,5}}{0{,}0004} = \frac{m_{\text{кр}\,6}}{0{,}0012}.$$

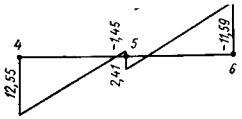


Рис. 136. Приближенные эпюры крутящих моментов $M_{кр}$ (в $тс \cdot м$) для продольной балки 4—6

Решая эти уравнения, получим $m_{кр\,4}=12{,}55$ $тс \cdot м$; $m_{кр\,5}=3{,}86$ $тс \cdot м$; $m_{кр\,6}=11{,}59$ $тс \cdot м$.

Строим эпюру крутящих моментов исходя из предположения об абсолютной жесткости балки на кручение (рис. 136). Эта эпюра строится так, как строилась бы эпюра поперечных сил при нагрузке той же балки сосредоточенными силами $P_4=m_4$, $P_5=m_5$, $P_6=m_6$, приложенными в узлах, и при равномерно распределенных реактивных давлениях (на 1 *пог. м*)

$$p=\frac{\Sigma m}{2a}=\frac{28}{14}=2.$$

Для эпюры крутящих моментов берется только противоположный знак.

Как уже упоминалось выше, учет крутящих моментов влияет главным образом на армирование крайних балок ростверка. Внутри его, где давления, а следовательно, и прогибы оказываются близкими к равномерным, углы кручения получаются небольшими, а следовательно, и велики и крутящие моменты.

При определении главных напряжений при кручении тавровое сечение балки мысленно заменяется сечением, состоящим из двух прямоугольников: ребра и полки (см. рис. 133,*в*). Для ребра и полки в соответствии с их размерами на основе табл. 68 и формулы (377) устанавливаются коэффициенты кручения T_1 и T_2. Общий крутящий момент, приходящийся на все сечение $M_{кр}$, распределяется между ребром и полкой пропорционально величинам T_1 и T_2:

$$M_{1\,кр}=\frac{M_{кр}\,T_1}{T_1+T_2}\,;\quad M_{2\,кр}=\frac{M_{кр}\,T_2}{T_1+T_2}\,. \qquad (394)$$

Следует заметить, что сумма коэффициентов кручения T_1+T_2 не равна значению коэффициента кручения для всего сечения, устанавливаемого по формуле Сен-Венана (378), и служит только для распределения по долям крутящего момента.

Правила армирования на кручение даны в СНиП II-В.1-62 [135], пп. 7,57—7,61.

Для снижения напряжений при кручении оказываются более эффективными горизонтальные, а не вертикальные хомуты (в противоположность напряжениям при изгибе).

Ниже приводятся правила расчета по гипотезе коэффициента постели длинных балок на упругом основании при помощи таблиц безразмерных эпюр.

Вычисляется упругая характеристика балки:

$$s=\sqrt[4]{\frac{4E_1J}{b'K}}\ см, \qquad (395)$$

где E_1J — жесткость балки в $кгс/см^2$; b' — ширина балки в *см*; K — коэффициент постели в $кгс/см^3$.

Для дальнейшего расчета s переводится в метры.

Определяется приведенная длина балки:

$$\lambda=\frac{2a}{s}\,, \qquad (396)$$

где $2a$ — полная длина балки.

Значение λ округляется до четного числа десятых.

Балка может считаться длинной при $\lambda>2{,}5$.

В случае нагрузки балки одной сосредоточенной силой P или одним моментом m вычисляется приведенное расстояние от нагрузки до ближайшего конца балки:

$$\gamma=\frac{c}{s}\,, \qquad (397)$$

где c — действительное расстояние; значение γ округляется до четного числа десятых.

В случае, если $\gamma>2{,}8$, расчет ведется по таблицам для бесконечно длинных балок (по табл. 69 при нагрузке силой P, а по табл. 70 при нагрузке моментом m). Если $\gamma<2{,}8$, расчет ведется по таблицам для полубесконечной балки (по табл. 71 для нагрузки P, а по табл. 72 для нагрузки m).

Таблица 69

Безразмерные величины реактивных давлений $\bar{p}$, изгибающих моментов $\bar{M}$ и поперечных сил Q для расчета бесконечно длинной балки, нагруженной сосредоточенной силой P, по гипотезе коэффициента постели

ξ	$\bar{p}$	$\bar{M}$	$\bar{Q}$	ξ	$\bar{p}$	$\bar{M}$	$\bar{Q}$
0,0	0,500	0,250	—0,500	2,6	—0,013	—0,025	0,032
0,2	0,483	0,160	—0,401	2,8	—0,018	—0,019	0,029
0,4	0,439	0,089	—0,309	3,0	—0,021	—0,014	0,025
0,6	0,381	0,036	—0,226	3,2	—0,022	—0,010	0,020
0,8	0,318	—0,002	—0,156	3,4	—0,020	—0,006	0,016
1,0	0,254	—0,028	—0,099	3,6	—0,018	—0,003	0,012
1,2	0,195	—0,043	—0,054	3,8	—0,016	—0,001	0,009
1,4	0,142	—0,050	—0,021	4,0	—0,013	0,000	0,006
1,6	0,098	—0,052	0,003	4,2	—0,010	0,001	0,004
1,8	0,062	—0,050	0,019	4,4	—0,008	0,002	0,002
2,0	0,033	—0,045	0,028	4,6	—0,006	0,002	0,001
2,2	0,012	—0,039	0,033	4,8	—0,004	0,002	0,000
2,4	—0,003	—0,032	0,033	5,0	—0,002	0,002	—0,001

Таблица 70

Безразмерные величины реактивных давлений $\overline{p}$, изгибающих моментов $\overline{M}$ и поперечных сил Q для расчета бесконечно длинной балки, нагруженной сосредоточенным моментом m, по гипотезе коэффициента постели

ξ	$\overline{p}$	$\overline{M}$	$\overline{Q}$	ξ	$\overline{p}$	$\overline{M}$	$\overline{Q}$
0,0	0,000	0,500	−0,500	2,6	0,038	−0,032	0,013
0,2	0,162	0,401	−0,483	2,8	0.020	−0,029	0,018
0,4	0,261	0,309	−0,439	3,0	0,007	−0,025	0,021
0,6	0,310	0,226	−0,381	3,2	−0,002	−0,020	0,022
0,8	0,322	0,156	−0,318	3,4	−0,008	−0,016	0,020
1,0	0,310	0,099	−0,254	3,6	−0,012	−0,012	0,018
1,2	0,280	0,054	−0,195	3,8	−0,013	−0,009	0,016
1,4	0,243	0,021	−0,142	4,0	−0,014	−0,006	0,013
1,6	0,202	−0,003	−0,098	4,2	−0,013	−0,003	0,010
1,8	0,161	−0,019	−0,062	4,4	−0,011	−0,002	0,008
2,0	0,123	−0,028	−0,033	4,6	−0,010	0,000	0,006
2,2	0,090	−0,033	−0,012	4,8	−0,008	0,000	0,004
2,4	0,061	−0,033	0,003	5,0	−0,006	0,001	0,002

При расчете бесконечных балок действительные абсциссы x при начале отсчета в нагруженном сечении заменяются приведенными абсциссами $\xi = \frac{x}{s}$.

При расчете полубесконечной балки проводится та же замена, но начало отсчета переносится в ближайший конец балки.

Для перехода от безразмерных расчетных величин реактивных давлений p, изгибающих моментов $\overline{M}$ и поперечных сил Q к действительным значениям тех же величин p, M, Q служат формулы перехода:

при нагрузке силой P (в *тс*)

при нагрузке моментом (в *тс·м*)

$$\left.\begin{aligned}
p &= \overline{p}\,\frac{P}{b's}\ \text{тс/м}^2;\\
Q &= \pm\overline{Q}P\ \text{тс};\\
M &= \overline{M}\,Ps\ \text{тс}\cdot\text{м}.\\
p &= \pm\overline{p}\,\frac{m}{b's^2}\ \text{тс/м}^2;\\
Q &= \overline{Q}\,\frac{m}{s}\ \text{тс};\\
M &= +\overline{M}\,m\ \text{тс}\cdot\text{м}.
\end{aligned}\right\}\qquad(398)$$

В случае двойных знаков в формулах (398) верхний знак относится или к правой половине эпюры бесконечной балки, или к случаю нагрузки полубесконечной балки вблизи левого конца.

Таблица 71

Безразмерные расчетные величины для расчета полубесконечной балки, нагруженной сосредоточенной силой P, по гипотезе коэффициента постели

| ξ | $\overline{p}$ | γ | | |

Продолжение табл. 71

Ξ	γ = 0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
4,2	−0,015	−0,017	−0,019	−0,021	−0,023	−0,024	−0,023	−0,019	−0,013	−0,003	0,012	0,033	0,062	0,098	0,143
4,4	−0,008	−0,011	−0,014	−0,017	−0,019	−0,022	−0,023	−0,022	−0,019	−0,013	−0,003	0,012	0,033	0,062	0,098
4,6	−0,002	−0,006	−0,010	−0,013	−0,016	−0,019	−0,021	−0,023	−0,022	−0,019	−0,013	−0,003	0,012	0,033	0,062
4,8	0,001	−0,002	−0,006	−0,010	−0,013	−0,016	−0,019	−0,021	−0,022	−0,022	−0,019	−0,013	−0,003	0,012	0,033
5,0	0,004	0,000	−0,003	−0,006	−0,010	−0,013	−0,016	−0,019	−0,021	−0,022	−0,022	−0,019	−0,013	−0,003	0,012
5,2	0,005	0,002	−0,001	−0,003	−0,007	−0,010	−0,013	−0,016	−0,019	−0,022	−0,022	−0,022	−0,019	−0,013	−0,003
5,4	0,006	0,003	0,001	−0,002	−0,005	−0,007	−0,010	−0,013	−0,016	−0,018	−0,020	−0,022	−0,021	−0,018	−0,013
5,6	0,005	0,004	0,002	−0,001	−0,003	−0,005	−0,007	−0,010	−0,013	−0,016	−0,018	−0,020	−0,022	−0,021	−0,018

$\overline{M}$

0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	−0,163	0,030	0,024	0,018	0,012	0,008	0,005	0,002	0,000	−0,001	−0,002	−0,002	−0,002	−0,002	−0,002
0,4	−0,261	−0,085	0,091	0,089	0,050	0,034	0,021	0,011	0,003	−0,002	−0,005	−0,007	−0,008	−0,006	−0,007
0,6	−0,310	−0,157	−0,004	0,152	0,113	0,080	0,052	0,030	0,013	0,001	−0,007	−0,012	−0,015	−0,015	−0,015
0,8	−0,322	−0,195	−0,067	0,064	0,201	0,146	0,099	0,061	0,032	0,010	−0,005	−0,015	−0,021	−0,023	−0,023
1,0	−0,309	−0,208	−0,105	0,000	0,113	0,233	0,155	0,108	0,063	0,029	0,004	−0,013	−0,024	−0,029	−0,031
1,2	−0,281	−0,203	−0,124	−0,042	0,046	0,142	0,251	0,174	0,110	0,069	0,023	−0,003	−0,021	−0,031	−0,036
1,4	−0,243	−0,186	−0,128	−0,068	−0,002	0,073	0,159	0,260	0,175	0,108	0,055	0,017	−0,010	−0,028	−0,038
1,6	−0,202	−0,163	−0,123	−0,081	−0,033	0,021	0,086	0,165	0,261	0,173	0,104	0,050	0,011	−0,016	−0,033
1,8	−0,161	−0,136	−0,111	−0,084	−0,053	−0,015	0,030	0,093	0,167	0,259	0,170	0,099	0,045	0,006	−0,021
2,0	−0,123	−0,110	−0,096	−0,080	−0,062	−0,038	−0,006	0,036	0,093	0,165	0,256	0,166	0,095	0,041	0,002
2,2	−0,090	−0,084	−0,079	−0,073	−0,064	−0,051	−0,032	−0,003	0,037	0,092	0,163	0,254	0,164	0,093	0,039
2,4	−0,061	−0,062	−0,063	−0,063	−0,062	−0,057	−0,046	−0,029	−0,002	0,036	0,090	0,162	0,252	0,162	0,091
2,6	−0,038	−0,043	−0,048	−0,052	−0,056	−0,056	−0,053	−0,045	−0,029	−0,003	0,036	0,089	0,160	0,251	0,160
2,8	−0,020	−0,028	−0,354	−0,042	−0,048	−0,053	−0,054	−0,053	−0,045	−0,029	−0,004	0,035	0,088	0,160	0,250
3,0	−0,007	−0,015	−0,025	−0,032	−0,040	−0,047	−0,052	−0,054	−0,052	−0,045	−0,030	−0,004	0,035	0,088	0,159
3,2	0,002	−0,006	−0,018	−0,023	−0,032	−0,040	−0,046	−0,052	−0,054	−0,053	−0,045	−0,030	−0,004	0,034	0,088
3,4	0,008	0,000	−0,003	−0,016	−0,024	−0,032	−0,040	−0,047	−0,052	−0,054	−0,052	−0,045	−0,029	−0,004	0,034
3,6	0,012	0,005	−0,001	−0,010	−0,018	−0,025	−0,033	−0,040	−0,047	−0,052	−0,054	−0,052	−0,044	−0,029	−0,003
3,8	0,014	0,007	0,004	−0,005	−0,012	−0,019	−0,026	−0,033	−0,040	−0,047	−0,052	−0,054	−0,052	−0,044	−0,029
4,0	0,014	0,009	0,005	−0,002	−0,008	−0,013	−0,020	−0,026	−0,033	−0,040	−0,046	−0,051	−0,053	−0,051	−0,044
4,2	0,013	0,009	0,006	0,001	−0,004	−0,009	−0,014	−0,020	−0,027	−0,033	−0,040	−0,046	−0,051	−0,053	−0,051
4,4	0,012	0,009	0,005	0,002	−0,001	−0,005	−0,010	−0,015	−0,020	−0,026	−0,033	−0,040	−0,046	−0,050	−0,053
4,6	0,010	0,008	0,005	0,003	0,001	−0,002	−0,005	−0,010	−0,015	−0,020	−0,026	−0,033	−0,039	−0,045	−0,050
4,8	0,008	0,007	0,005	0,004	0,002	0,000	−0,003	−0,006	−0,010	−0,014	−0,020	−0,026	−0,032	−0,039	−0,045
5,0	0,006	0,006	0,004	0,004	0,002	0,001	−0,001	−0,003	−0,006	−0,010	−0,014	−0,020	−0,026	−0,032	−0,039
5,2	0,005	0,004	0,003	0,003	0,003	0,002	0,001	−0,001	−0,003	−0,006	−0,010	−0,014	−0,020	−0,026	−0,032
5,4	0,003	0,003	0,002	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	−0,001	−0,003	−0,006	−0,010	−0,014	−0,020	−0,026
5,6	0,002	0,002	0,000	0,003	0,003	0,002	0,002	0,001	0,001	−0,001	−0,003	−0,006	−0,010	−0,014	−0,020

$\overline{Q}$

0,0	0,000*	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	−0,640	0,295*	0,233	0,175	0,126	0,084	0,051	0,025	0,006	−0,007	−0,015	−0,020	−0,021	−0,021	−0,020
0,4	−0,356	−0,461	0,436*	0,339	0,252	0,177	0,115	0,066	0,028	0,002	−0,016	−0,027	−0,033	−0,035	−0,033
0,6	−0,143	−0,267	−0,390	0,490*	0,377	0,277	0,192	0,122	0,068	0,026	−0,003	−0,022	−0,034	−0,039	−0,040
0,8	0,009	−0,120	−0,248	−0,376	0,500*	0,384	0,281	0,194	0,123	0,067	0,025	−0,004	−0,025	−0,035	−0,041
1,0	0,111	0,172	−0,137	−0,261	−0,385	0,494*	0,381	0,279	0,194	0,124	0,068	0,027	−0,002	−0,022	−0,034

Продолжение табл. 71

ξ	γ														
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
1,2	0,172	0,059	—0,054	0,167	—0,283	—0,400	0,485*	0,377	0,279	0,195	0,127	0,072	0,031	0,001	—0,019
1,4	0,201	0,104	0,008	—0,094	—0,196	—0,302	—0,411	0,480*	0,375	0,281	0,199	0,131	0,077	0,036	0,006
1,6	0,208	0,127	0,045	0,038	—0,125	—0,217	—0,315	—0,417	0,478*	0,377	0,285	0,204	0,137	0,082	0,041
1,8	0,198	0,134	0,069	0,002	—0,069	—0,146	—0,229	—0,321	—0,419	0,480*	0,381	0,290	0,209	0,142	0,087
2,0	0,179	0,130	0,080	0,028	—0,027	—0,088	—0,157	—0,235	—0,322	—0,417	0,484*	0,386	0,295	0,214	0,147
2,2	0,155	0,119	0,082	0,044	0,003	—0,044	—0,099	—0,162	—0,236	—0,320	—0,414	0,488*	0,390	0,299	0,219
2,4	0,128	0,104	0,079	0,052	0,023	—0,012	—0,053	—0,103	—0,163	—0,235	—0,318	0,410	0,492*	0,394	—0,303
2,6	0,102	0,086	0,071	0,054	0,034	0,011	—0,019	—0,056	0,104	—0,162	—0,233	—0,315	—0,407	0,495*	—0,397
2,8	0,078	0,070	0,061	0,052	0,040	0,025	0,005	0,021	—0,057	—0,102	—0,160	—0,231	—0,313	—0,405	—0,497*
3,0	0,056	0,053	0,050	0,046	0,041	0,033	0,021	0,003	—0,022	—0,056	—0,101	—0,159	—0,229	—0,311	—0,403
3,2	0,038	0,039	0,040	0,040	0,039	0,036	0,030	0,020	0,003	—0,021	—0,055	—0,100	—0,158	—0,228	—0,310
3,4	0,024	0,027	0,030	0,033	0,035	0,036	0,035	0,029	0,020	0,003	—0,021	—0,055	—0,100	—0,157	—0,227
3,6	0,012	0,017	0,022	0,026	0,031	0,034	0,035	0,034	0,029	0,020	0,004	—0,020	—0,054	—0,099	—0,156
3,8	0,004	0,009	0,015	0,020	0,025	0,030	0,033	0,035	0,034	0,029	0,020	0,004	—0,020	—0,054	0,099
4,0	—0,002	0,004	0,009	0,015	0,020	0,026	0,030	0,033	0,035	0,034	0,029	0,020	0,004	—0,020	0,054
4,2	0,006	0,000	0,005	0,010	0,015	0,020	0,026	0,030	0,033	0,035	0,084	0,029	0,020	0,004	0,020
4,4	—0,008	0,003	0,001	0,006	0,011	0,016	0,021	0,026	0,030	0,033	0,035	0,034	0,029	0,020	0,004
4,6	—0,009	—0,005	—0,001	0,003	0,007	0,012	0,017	0,021	0,026	0,030	0,033	0,034	0,033	0,029	0,019
4,8	—0,009	—0,005	—0,002	0,001	0,005	0,008	0,012	0,017	0,021	0,026	0,030	0,033	0,034	0,033	0,029
5,0	—0,008	—0,006	—0,003	—0,001	0,002	0,005	0,009	0,013	0,017	0,021	0,026	0,029	0,033	0,034	0,033
5,2	—0,007	0,005	0,003	—0,001	0,001	0,003	0,006	0,009	0,013	0,017	0,021	0,025	0,029	0,032	0,034
5,4	—0,006	—0,005	0,004	—0,002	0,000	0,001	0,004	0,006	0,009	0,013	0,017	0,021	0,025	0,029	0,032
5,6	—0,005	—0,004	—0,003	—0,002	—0,001	0,000	0,002	0,004	0,008	0,009	0,013	0,016	0,021	0,025	0,029

Таблица 72

Безразмерные величины для расчета полубесконечной балки, нагруженной сосредоточенным моментом m по гипотезе коэффициента постели

ξ	γ														
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
	$\bar{p}$														
0,0	—2,000	—1,930	—1,757	—1,526	—1,271	—1,017	—0,780	—0,570	—0,392	—0,247	—0,133	—0,049	0,011	0,051	0,07
0,2	—1,280	—1,288	—1,262	—1,163	—1,020	—0,857	—0,692	—0,536	—0,396	—0,277	—0,178	—0,101	—0,042	0,000	0,02
0,4	—0,713	—0,719	—0,762	—0,795	—0,765	—0,694	—0,602	—0,500	—0,400	—0,306	—0,223	—0,153	—0,096	—0,051	—0,01
0,6	—0,286	—0,291	—0,323	—0,410	—0,495	—0,520	—0,502	—0,457	—0,397	—0,331	0,265	—0,204	—0,149	—0,102	—0,05
0,8	—0,019	0,015	—0,008	—0,072	—0,196	—0,320	0,382	0,399	—0,384	—0,349	—0,302	0,251	—0,201	—0,154	—0,11
1,0	0,222	0,220	0,204	0,160	0,071	—0,079	—0,228	—0,313	—0,349	—0,351	—0,329	—0,293	—0,249	—0,204	—0,16
1,2	0,343	0,342	0,332	0,304	0,245	0,141	—0,024	—0,187	—0,283	—0,330	—0,339	—0,323	—0,292	—0,251	—0,20
1,4	0,402	0,402	0,397	0,382	0,346	0,280	0,168	—0,004	—0,172	—0,274	—0,324	—0,336	—0,323	—0,292	—0,25
1,6	0,415	0,415	0,415	0,408	0,391	0,354	0,286	0,173	0,000	—0,170	—0,272	—0,323	—0,336	—0,323	—0,29
1,8	0,397	0,398	0,399	0,399	0,396	0,381	0,346	0,280	0,169	—0,003	—0,171	—0,273	—0,323	—0,336	—0,32
2,0	0,359	0,359	0,362	0,327	0,373	0,374	0,364	0,333	0,271	0,163	—0,006	—0,173	—0,273	—0,323	—0,33
2,2	0,310	0,310	0,314	0,362	0,333	0,345	0,352	0,347	0,322	0,263	0,158	—0,009	—0,173	0,273	—0,32
2,4	0,256	0,257	0,261	0,270	0,285	0,302	0,321	0,334	0,335	0,313	0,258	0,156	—0,009	—0,173	—0,27
2,6	0,204	0,205	0,208	0,218	0,233	0,255	0,279	0,303	0,321	0,326	0,308	0,256	0,156	—0,008	—0,17
2,8	0,155	0,156	0,160	0,168	0,184	0,206	0,233	0,263	0,291	0,314	0,322	0,306	0,256	0,156	—0,00
3,0	0,113	0,113	0,116	0,124	0,138	0,159	0,186	0,218	0,252	0,285	0,310	0,320	0,306	0,256	0,15
3,2	0,077	0,077	0,080	0,087	0,099	0,117	0,143	0,174	0,210	0,247	0,281	0,308	0,320	0,306	0,25
3,4	0,047	0,048	0,050	0,056	0,066	0,082	0,105	0,133	0,167	0,206	0,244	0,280	0,308	0,320	0,30
3,6	0,025	0,025	0,026	0,031	0,040	0,053	0,072	0,097	0,128	0,164	0,202	0,243	0,280	0,308	0,32
3,8	0,008	0,008	0,009	0,013	0,019	0,030	0,046	0,067	0,093	0,125	0,162	0,202	0,243	0,280	0,30
4,0	—0,004	—0,003	—0,003	0,000	0,005	0,013	0,025	0,042	0,054	0,091	0,124	0,161	0,202	0,243	0,28

ξ \ γ	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
4,2	−0,011	0,001	−0,011	−0,009	−0,006	0,000	0,009	0,022	0,040	0,062	0,090	0,124	0,161	0,202	0,243
4,4	0,016	−0,016	−0,016	−0,015	−0,012	−0,008	−0,002	0,008	0,021	0,039	0,062	0,090	0,124	0,161	0,202
4,6	−0,018	−0,018	−0,017	−0,017	−0,016	−0,013	−0,009	−0,002	0,007	0,021	0,039	0,069	0,090	0,124	0,162
4,8	−0,018	−0,018	0,018	0,017	−0,017	−0,016	−0,013	−0,009	−0,002	0,007	0,021	0,032	0,062	0,090	0,124
5,0	−0,017	−0,017	0,017	−0,017	−0,017	−0,017	0,015	−0,013	−0,009	−0,002	0,007	0,021	0,039	0,062	0,090
5,2	−0,015	−0,015	−0,015	0,015	−0,016	−0,016	−0,016	−0,015	−0,012	−0,009	−0,002	0,007	0,021	0,039	0,082
5,4	−0,013	−0,013	−0,013	−0,014	−0,014	−0,014	−0,015	−0,015	−0,014	−0,012	−0,008	0,002	0,007	0,021	0,039
5,6	0,010	−0,010	−0,011	−0,011	−0,012	−0,013	−0,014	0,014	−0,014	−0,014	−0,012	−0,008	0,002	0,007	0,021

$\bar{M}$

0,0	0,000*	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	0,965	−0,034*	−0,032	0,028	−0,024	−0,019	−0,015	−0,001	−0,008	−0,005	−0,003	−0,001	0,000	0,001	0,001
0,4	0,878	0,880	−0,114*	−0,103	−0,088	−0,073	−0,058	−0,044	−0,032	−0,021	−0,013	−0,007	−0,002	0,001	0,003
0,6	0,763	0,764	0,773	−0,209*	−0,183	−0,154	−0,124	−0,096	−0,071	−0,050	−0,032	−0,018	0,008	0,000	0,005
0,8	0,635	0,637	0,646	0,668	−0,298*	−0,256	−0,211	−0,167	−0,127	−0,091	−0,062	−0,038	−0,019	0,005	0,004
1,0	0,508	0,510	0,519	0,551	0,579	−0,371*	−0,313	−0,254	−0,198	−0,147	−0,103	0,067	−0,039	−0,017	−0,001
1,2	0,390	0,391	0,400	0,422	0,459	0,511	−0,424*	−0,353	−0,282	−0,216	−0,158	−0,109	−0,068	−0,037	−0,013
1,4	0,285	0,286	0,291	0,314	0,348	0,399	0,464	−0,459*	−0,378	−0,299	−0,226	−0,163	−0,110	−0,067	0,034
1,6	0,196	0,197	0,204	0,221	0,251	0,297	0,359	0,434	−0,481*	−0,392	−0,307	−0,230	−0,164	−0,108	−0,064
1,8	0,123	0,124	0,130	0,144	0,170	0,210	0,265	0,334	0,417	−0,492*	−0,399	−0,311	−0,231	−0,162	−0,106
2,0	0,067	0,067	0,071	0,083	0,104	0,137	0,184	0,245	0,320	0,407	−0,498*	−0,402	−0,311	−0,230	0,161
2,2	0,024	0,025	0,028	0,037	0,053	0,080	0,118	0,170	0,235	0,314	0,403	−0,500*	−0,402	−0,311	−0,229
2,4	−0,006	−0,005	−0,003	0,003	0,015	0,036	0,066	0,108	0,163	0,230	0,311	0,402	−0,500*	−0,402	−0,310
2,6	−0,025	−0,025	−0,024	−0,019	−0,011	−0,004	0,027	0,059	0,103	0,159	0,228	0,310	0,402	−0,500*	−0,401
2,8	−0,037	−0,037	−0,036	−0,033	−0,027	−0,017	−0,001	0,023	0,057	0,101	0,158	0,228	0,310	0,402	−0,499*
3,0	−0,042	−0,042	−0,042	−0,040	−0,037	−0,031	−0,020	−0,003	0,022	0,056	0,101	0,158	0,228	0,310	0,402
3,2	−0,043	−0,043	−0,043	−0,043	−0,041	−0,037	−0,031	−0,020	−0,003	0,022	0,056	0,101	0,158	0,228	0,310
3,4	−0,041	−0,041	−0,041	−0,041	−0,041	−0,040	−0,036	−0,030	−0,019	−0,003	0,022	0,056	0,101	0,158	0,228
3,6	−0,037	−0,037	−0,037	−0,037	−0,038	−0,038	−0,038	−0,035	−0,029	−0,019	−0,002	0,022	0,056	0,101	0,158
3,8	−0,031	−0,031	−0,032	−0,032	−0,034	−0,035	−0,036	−0,036	−0,034	−0,028	−0,018	−0,002	0,022	0,056	0,100
4,0	−0,026	−0,026	−0,026	−0,027	−0,029	−0,031	−0,033	−0,034	−0,035	−0,033	−0,028	−0,018	−0,002	0,022	0,055
4,2	−0,020	−0,021	−0,021	−0,022	−0,023	−0,025	−0,028	−0,031	−0,033	−0,034	−0,032	−0,028	−0,018	−0,002	0,022
4,4	−0,016	−0,016	−0,016	−0,017	−0,018	−0,021	−0,023	−0,027	−0,030	−0,032	−0,033	−0,032	−0,028	−0,018	−0,002
4,6	−0,011	−0,011	−0,011	−0,012	−0,014	−0,016	−0,019	−0,022	−0,025	−0,029	−0,032	−0,033	−0,032	−0,028	−0,018
4,8	−0,007	−0,008	−0,007	−0,007	−0,010	−0,012	−0,014	−0,017	−0,021	−0,025	−0,029	−0,032	−0,033	−0,032	−0,028
5,0	−0,004	−0,005	−0,005	−0,005	−0,008	−0,008	−0,010	−0,013	−0,017	−0,021	−0,025	−0,028	−0,032	−0,033	−0,032
5,2	−0,002	−0,002	−0,002	−0,003	−0,004	−0,005	−0,007	−0,009	−0,013	−0,016	−0,020	−0,025	−0,028	−0,032	−0,033
5,4	−0,001	−0,001	−0,001	−0,001	−0,002	−0,003	−0,004	−0,006	−0,009	−0,012	−0,016	−0,020	−0,025	−0,029	−0,032
5,6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	−0,001	−0,002	−0,004	−0,006	−0,009	−0,012	−0,016	−0,020	−0,025	−0,029

$\bar{Q}$

0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	−0,325	−0,322	−0,302	−0,269	−0,229	−0,187	−0,147	−0,111	−0,079	−0,052	−0,031	−0,015	−0,003	0,005	0,010
0,4	−0,522	−0,520	−0,505	−0,465	−0,408	−0,343	−0,276	−0,214	−0,158	−0,111	−0,071	−0,040	−0,017	0,000	0,011
0,6	−0,620	−0,619	−0,611	−0,586	−0,534	−0,464	−0,387	−0,310	−0,238	−0,174	−0,120	−0,076	−0,041	−0,015	0,003
0,8	−0,645	−0,644	−0,642	−0,632	−0,604	−0,549	−0,476	−0,396	−0,317	−0,243	−0,177	−0,122	−0,076	−0,041	−0,015
1,0	−0,619	−0,619	−0,621	−0,622	−0,615	−0,590	−0,538	−0,468	−0,390	−0,313	−0,240	−0,176	−0,121	−0,077	−0,042

Продолжение табл. 72

ξ	η = 0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
1,2	−0,562	0,562	−0,566	−0,574	−0,582	−0,582	−0,564	0,519	−0,454	−0,381	−0,308	0,238	−0,176	0,122	−0,079
1,4	−0,486	−0,487	−0,493	−0,504	−0,521	−0,539	−0,548	−0,539	−0,501	0,442	−0,374	−0,304	−0,237	−0,177	0,125
1,6	−0,404	0,405	−0,411	−0,425	−0,447	−0,474	−0,502	−0,521	−0,519	−0,488	−0,435	−0,371	−0,304	−0,239	−0,180
1,8	−0,322	−0,323	−0,329	0,344	−0,358	−0,400	−0,438	−0,471	−0,501	−0,506	−0,480	−0,431	−0,370	−0,305	−0,241
2,0	−0,246	−0,247	−0,253	−0,266	−0,290	−0,324	−0,366	−0,412	−0,456	−0,489	−0,499	−0,477	−0,430	−0,371	−0,307
2,2	0,179	−0,180	−0,185	−0,198	−0,220	−0,252	0,294	−0,343	−0,396	−0,445	−0,483	−0,496	−0,476	−0,432	−0,373
2,4	−0,123	−0,123	−0,127	−0,138	−0,159	−0,188	−0,227	−0,275	−0,330	−0,387	−0,440	−0,480	−0,495	−0,477	−0,433
2,6	−0,076	0,077	−0,081	−0,089	−0,106	0,131	0,166	−0,211	−0,264	−0,322	−0,383	−0,438	−0,480	−0,496	−0,478
2,8	−0,041	−0,041	−0,044	−0,051	−0,064	−0,085	0,115	0,154	−0,202	−0,258	−0,319	−0,381	−0,438	−0,480	−0,497
3,0	0,014	−0,014	0,016	0,022	−0,032	−0,049	0,073	−0,106	−0,148	0,196	−0,256	−0,318	−0,381	0,438	−0,481
3,2	0,005	0,005	0,003	0,001	−0,008	0,021	−0,040	−0,067	−0,102	−0,145	−0,196	−0,255	−0,318	−0,381	−0,439
3,4	0,017	0,017	0,016	0,013	0,008	−0,001	−0,016	−0,036	−0,064	−0,100	−0,144	−0,196	−0,255	−0,318	0,381
3,6	0,024	0,024	0,024	0,022	0,018	0,012	0,002	−0,013	−0,034	−0,063	−0,099	−0,143	−0,196	−0,256	−0,318
3,8	0,027	0,027	0,027	0,026	0,025	0,020	0,013	0,003	−0,013	−0,034	−0,063	−0,099	−0,143	−0,196	−0,255
4,0	0,028	0,028	0,028	0,027	0,026	0,024	0,020	0,014	0,003	−0,013	−0,034	−0,063	−0,099	−0,143	−0,196
4,2	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,025	0,024	0,020	0,013	0,003	−0,013	−0,034	−0,063	0,099	−0,143
4,4	0,023	0,024	0,024	0,024	0,024	0,025	0,024	0,023	0,019	0,013	0,002	−0,013	−0,034	−0,063	−0,099
4,6	0,020	0,020	0,020	0,021	0,022	0,022	0,023	0,023	0,022	0,019	0,012	0,002	−0,013	−0,034	−0,063
4,8	0,016	0,017	0,017	0,017	0,018	0,020	0,021	0,022	0,022	0,021	0,018	0,012	0,002	−0,013	−0,034
5,0	0,013	0,013	0,013	0,014	0,015	0,016	0,018	0,020	0,021	0,022	0,021	0,018	0,012	0,002	−0,013
5,2	0,010	0,010	0,010	0,011	0,012	0,013	0,015	0,017	0,019	0,021	0,022	0,021	0,018	0,012	0,002
5,4	0,007	0,007	0,007	0,008	0,009	0,010	0,012	0,014	0,016	0,018	0,020	0,021	0,021	0,018	0,012
5,6	0,005	0,005	0,005	0,005	0,006	0,007	0,009	0,011	0,014	0,016	0,018	0,020	0,021	0,021	0,018

Нижний знак относится к противоположным случаям. Момент m считается положительным, если он действует по часовой стрелке.

Значения $\overline{Q}^*$ в табл. 71 и $\overline{M}^*$ в табл. 72 относятся к величине поперечной силы или момента в сечении, расположенного непосредственно левее загруженного (в предположении, что нагрузка расположена вблизи левого конца балки). Значение $\overline{Q}$ для сечения, расположенного непосредственно правее точки приложения силы P, будет $\overline{Q}^*-1$. Аналогичное значение момента при нагрузке $\overline{m}$ будет $\overline{M}^*+1$. При нагрузке вблизи правого конца значения $\overline{Q}^*$ и $\overline{M}^*$ относятся к сечению, лежащему непосредственно правее нагруженного. Для сечений, расположенных непосредственно левее нагруженного, значения $\overline{Q}$ и $\overline{M}$ будут $\overline{Q}^*+1$ и $\overline{M}^*-1$.

Прогибы балки определяются на основе равенства

$$Y = \frac{p}{K} \text{ см.} \tag{399}$$

Здесь p — в *кгс/см*².

Эпюры от сложной нагрузки в виде нескольких сосредоточенных сил устанавливаются при помощи суммирования эпюр, полученных для отдельных нагрузок.

§ 4. УЧЕТ СВЯЗИ КОЛОНН ЖЕСТКИМ ПОЯСОМ (СТЕНОЙ)

При изложении методов расчета ленточных фундаментов в этой части книги мы принимали, что нагрузки, передаваемые фундаменту каждой колонной, заранее известны. Обычно эти нагрузки подсчитывают грубо ориентировочно, так как распределение их по колоннам зависит от сложного взаимодействия между фундаментом и верхним строением.

Проблема учета влияния жесткости верхней конструкции на распределение нагрузки по колоннам очень важна. Дело в том, что, как нами неоднократно отмечалось в этой книге, основные моменты как для фундаментных балок, так и для плит являются положительными. Иначе говоря, как правило, эти фундаменты стремятся изогнуться выпуклостью вниз. Жесткость верхнего строения препятствует этому путем увеличения доли нагрузки, передаваемой крайними колоннами, за счет средних.

Известно, что нагрузка, передаваемая на балку или плиту крайними колоннами, вызывает в конструкции на упругом основании сравнительно небольшие положительные моменты под этими колоннами и значительные отрицательные моменты в остальной конструкции. Таким образом, учет влияния на перераспределение внешней нагрузки жесткости верхнего строения приводит к значительному уменьшению положительных изгиба-

ющих моментов в средней части конструкции на упругом основании, а следовательно, дает большой экономический эффект.

Уточнение доли общей нагрузки от сооружения, передаваемой каждой колонной, сравнительно просто может быть произведено в том случае, когда колонны поверху связаны между собой жестким поясом (например, железобетонной стеной). Приведем общие указания о способе расчета ленточного фундамента в этом случае.

Пусть общая нагрузка, передаваемая поясом на фундамент (включая вес колонн), равна P_0, а момент этой нагрузки относительно середины пояса будет m_0 (рис. 137,*а*). Тогда для определения нагрузок P_i, передаваемых каждой колонной, мы будем иметь следующие два уравнения:

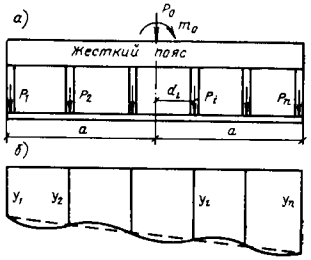


Рис. 137. К расчету ленточного фундамента в случае связи колонн поверху жестким поясом

а — схема нагрузок; *б* — схема осадок фундамента

$$P_1 + P_2 + \ldots + P_n = P_0; \qquad (400)$$

$$-P_1 d_1 - P_2 d_2 + \ldots + P_n d_n = m_0. \qquad (401)$$

В равенстве (401) через d_i обозначены расстояния от середины пояса колонны i; n — число колонн. Колонны, расположенные слева от середины, дают отрицательный момент, колонны, расположенные справа, — положительный.

Кроме двух уравнений статики (400) и (401) для определения неизвестных P_i используем условие, что вследствие абсолютной жесткости верхнего пояса все сечения ленточного фундамента под колоннами должны находиться на одной прямой (рис. 137,*б*). Следовательно, прогибы (осадки) этих сечений должны удовлетворять условию

$$Y_i = A\,\delta_{i\,л} + B, \qquad (402)$$

где A и B — неизвестные постоянные, определяющие указанную прямую; $\delta_{i\,л}$ — расстояние i-й колонны от левого конца ленты, приведенное к упругой характеристике (310).

Осадки Y_i легко могут быть установлены по табл. 57 в зависимости от неизвестных P_i:

$$Y_i = \frac{1-\nu_0^2}{E_0 L}\,(P_1 \overline{Y}_{i\,1} + P_2 \overline{Y}_{i\,2} + \ldots + P_n \overline{Y}_{i\,n}), \qquad (403)$$

где $\overline{Y}_{i\,n}$ — безразмерная осадка сечения i от нагрузки P_k, определенная согласно правилам § 7 и 8 главы I.

На основании равенств (402) и (403) к уравнениям статики (400) и (401) добавляем еще следующие n уравнений:

$$\frac{1-\nu_0^2}{E_0 L}\,(P_i \overline{Y}_{i\,1} + P_2 \overline{Y}_{i\,2} + \ldots + P_n \overline{Y}_{i\,n}) = A\,\delta_{i\,л} + B.$$

$$(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \qquad (404)$$

Система содержит $n+2$ уравнений для определения такого же числа неизвестных: $P_1, P_2, \ldots, P_n, A, B$.

При больших пролетах или большой общей длине ленты в каждое из уравнений (404) будут входить не все неизвестные P_i, а только часть, так как влиянием на осадку i-й колонны нагрузок от далеко расположенных колонн можно будет пренебречь.

После определения всех неизвестных P_i расчет ленты производится обычными методами для длинных балок по указаниям § 14.

Если верхний пояс недопустимо принимать за абсолютно жесткий, доли нагрузок, приходящиеся на каждую колонну, можно определить из расчета пояса как неразрезной балки на упруго смещающихся опорах. Этот расчет, конечно, много сложнее, и мы за недостатком места лишены возможности привести необходимые указания.

Наконец, в тех случаях, когда следует учесть изгиб стоек, вся конструкция совместно с ленточным фундаментом может быть рассчитана как рама на упругом основании. В § 3, главы II, части второй был дан пример расчета простейшей рамы в условиях плоской задачи. Переход к пространственным условиям не вносит никаких принципиальных изменений в этот расчет. Однако вместо того чтобы проводить расчет нижнего ригеля как полосы на упругом основании, решая системы табл. 18 и 19, тот же расчет следует проводить, решая системы табл. 64 и 65 для балок на упругом основании, или пользоваться нашими табличными значениями безразмерных эпюр, приводимыми в главе I этой части. Указания по расчету рам на упругом основании более сложного типа (многопролетных и многоэтажных) приведены в книге В. А. Киселева [76]. Расчет нижнего ригеля, проводимый В. А. Киселевым по гипотезе коэффициента постели, нетрудно заменить расчетом по новой теории, руководствуясь положениями § 5, главы I этой части книги

Последнее время вопросы учета жесткости верхнего строения привлекают внимание многих исследователей. Сошлемся, например, на работу С. А. Ривкина [120]. Тому же вопросу посвящена последняя глава шестой части этой книги.

Следует предостеречь проектировщиков от использования для учета жесткости верхнего строения повышения расчетной жесткости самого фундамента. Такая схема приведет к совершенно неоправданному увеличению изгибающих моментов в фундаменте. Жесткость его не изменяется, изменяется лишь распределение внешней нагрузки, передаваемой колоннами, как за счет увеличения крайних нагрузок, о чем было сказано выше, так и за счет моментов, передаваемых колоннами на фундамент. Одним из сравнительно простых практикующихся методов учета верхнего строения является замена многоярусной рамы рамой одноярусной, в которой жесткость ее верхнего ригеля подобрана таким образом, чтобы перемещения стоек в раме были примерно равными перемещениям при той же нагрузке стоек многоярусной рамы или каркаса.

§ 5. РАСЧЕТ БАЛКИ-СТЕНКИ НА УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Расчет балки-стенки на упругом полупространстве может рассматриваться как первое приближение к решению задачи о расчете совместной работы оснований и сооружения с несущими стенами. Рассмотрим простейший случай прямоугольной балки-стенки без проемов, находящейся под воздействием собственного веса. Эту задачу, используя приведенные в этой части нашей книги данные, решил В. В. Михеев [101].

Будем считать, что рассчитываемая балка-стенка может рассматриваться как прямоугольная пластинка единичной ширины (рис. 138). Жесткость пластинки на изгиб достаточно велика, чтобы реактивные давления практически не отличались от давлений под жестким узким штампом той же площади. Уравнение этих давлений легко найти, решая систему табл. 64 при $t=0$. Примем функцию напряжений для пластинки в виде двойного степенного полинома 10-й степени, четного относительно x.

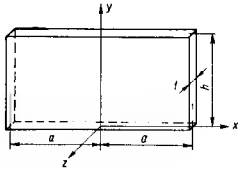


Рис. 138. Схема и обозначения при расчете примера балки стенки

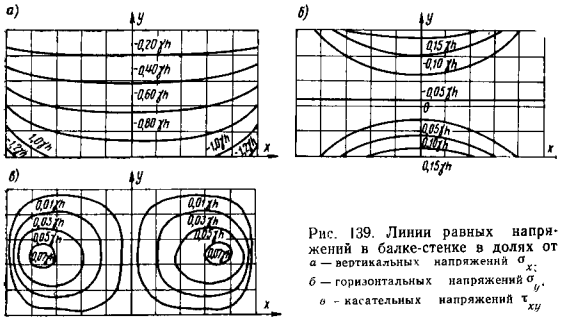


Рис. 139. Линии равных напряжений в балке-стенке в долях от
а — вертикальных напряжений σ_x;
б — горизонтальных напряжений σ_y,
в — касательных напряжений τ_{xy}

Тогда мы можем определить неизвестные коэффициенты этого полинома из условия, что три края пластинки свободны, а четвертый также свободен, но принимает заданную нагрузку в виде контактных давлений. Разумеется, полином 10-й степени не может дать точное решение задачи. Приближенное решение находится при условии, чтобы отклонение соответствующих нормальных и касательных напряжений было минимальным. Задача решалась на основе применения метода наименьших квадратов с объединением всей совокупности минимизируемых величин по способу, изложенному в части второй, главе IV, § 2. На рис. 139 приведены результаты расчета для случая отношения высоты стенки к длине 1 : 2 и отношения длины пластинки к ширине фундамента $\alpha=30$. Объемный вес материала пластинки γ. Сжимающие напряжения считаются отрицательными.

§ 6. ВЛИЯНИЕ БОКОВОЙ ПРИГРУЗКИ НА ЛЕНТОЧНЫЕ ФУНДАМЕНТЫ ПРИ ПОСТОЯННОЙ И ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКАХ

Учет влияния боковой пригрузки изложим применительно к случаю подвижной нагрузки ленты рядом сосредоточенных сил. На практике с этим вопросом приходится сталкиваться, например, при расчете фундаментов путей портальных кранов, где пригрузкой может служить вес железнодорожного состава по одну сторону ленты и вес складируемых грузов по другую сто-

рону[1]. Однако изложенные ниже указания, относящиеся к случаю подвижной нагрузки, можно использовать и для постоянной нагрузки.

Рассмотрим сначала случай, когда пригрузка интенсивностью q (в $тс/м^2$) распределена по одну сторону ленты в средней ее части по прямоугольнику со сторонами $2a$ и $2b$, находящемуся на расстоянии d от ленты (рис. 140,*а*). Соответствующие указания легко обобщаются на случай, когда пригрузка одной и той же или равной интенсивности распределена по обе стороны ленты. Случай, когда пригрузка распределена вблизи конца ленты, рассматривается в конце параграфа.

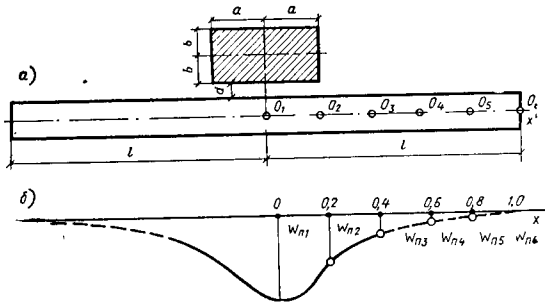


Рис. 140. Боковая пригрузка вблизи средней части ленты

а — обозначения; *б* — эпюра дополнительных осадок основания под влиянием боковой пригрузки

Вычислим дополнительную осадку основания ленты от пригрузки, используя для этой цели табл. 73 Н. А. Цытовича [149].

Значения коэффициентов ω_0 в этой таблице в их непосредственном виде служат для определения по формуле (509) значения осадок центра равномерно нагруженной прямоугольной площадки. Чтобы при помощи тех же коэффициентов определить осадки вне площадки пригрузки, а именно под средней продольной осью ленты, следует использовать метод угловых точек, изложенный в § 5, главы II, части пятой (опустив при этом все указания, относящиеся к приведенной толщине упругого слоя).

[1] Выбирая при расчете фундаментов подкрановых путей наиболее невыгодное сочетание обеих пригрузок, следует иметь в виду, что пригрузка одним паровозом более невыгодна, чем пригрузка товарным составом. Объясняется это тем, что пригрузка паровозом, будучи более сконцентрирована, вызывает бо́льшую крутизну осадок под лентой, хотя сами осадки и будут меньше.

Таблица 73

Значения коэффициентов ω_0 для определения осадок центра равномерно нагруженной прямоугольной площадки на поверхности однородного грунта

$\alpha = a/b$	1	1,5	2	3	4	5	6	7
ω_0	1,12	1,36	1,53	1,78	1,96	2,10	2,23	2,33
$\alpha = a/b$	8	9	10	20	30	40	50	100
ω_0	2,42	2,49	2,53	2,95	3,23	3,42	3,54	4,00

Число точек под продольной средней осью, в которых следует определить значение осадок от пригрузки, и расстояние между ними зависят от ожидаемой кривизны эпюры этих осадок. В качестве минимального числа точек можно принять, например, точки O_1, O_2, O_3 (рис. 140,*а*), расположенные в середине балки и на расстоянии a и $2a$ от середины. Для более удаленных от середины точек осадки можно не вычислять, а приняв приближенно, что под концами ленты они равны нулю, определить остальную часть эпюры при помощи графической интерполяции, как это показано пунктиром на рис. 140,*б*.

Найдем теперь уравнение полученной эпюры осадок от пригрузки, которые в отличие от осадок от основной нагрузки будем обозначать через $w_п$. Это уравнение напишем в виде многочлена шестой степени:

$$w_п = c_0 + c_2 x^2 + c_4 x^4 + c_6 x^6, \tag{405}$$

где $x = x'/l$ — приведенные абсциссы точек основания под средней продольной осью ленты (x' — действительное расстояние точки от середины ленты, l — полудлина ленты).

В уравнение (405) вошли только четные степени x, так как кривая осадок должна быть симметричной относительно точки O_1.

Чтобы кривая, выражаемая уравнением (405), проходила достаточно близко через те значения $w_п$, которые выделены на рис. 140,*б* (для точек $x=0$; $x=0{,}2$; $x=0{,}4$; $x=0{,}6$; $x=0{,}8$ и $x=1$), определим коэффициенты c_0, c_2, c_4 и c_6 способом наименьших квадратов. Для этого приходится решить следующую систему из четырех уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&n c_0 + c_2 \Sigma x_i^2 + c_4 \Sigma x_i^4 + c_6 \Sigma x_i^6 = \Sigma w_{п\,i};\\
&c_0 \Sigma x_i^2 + c_2 \Sigma x_i^4 + c_4 \Sigma x_i^6 + c_6 \Sigma x_i^6 = \Sigma w_{п\,i} x_0^2;\\
&c_0 \Sigma x_i^4 + c_2 \Sigma x_i^6 + c_4 \Sigma x_i^8 + c_6 \Sigma x_i^{10} = \Sigma w_{п\,i} x_i^4;\\
&c_0 \Sigma x_i^6 + c_2 \Sigma x_i^8 + c_4 \Sigma x_i^{10} + c_6 \Sigma x_i^{12} = \Sigma w_{п\,i} x_i^6,
\end{aligned}\right\} \tag{406}$$

где $n=6$ — число точек, для которых задано значение $w_п$; $w_{пi}$ — значения $w_п$ в этих точках; x_i — значения x в этих точках.

Суммирование распространяется на значения x_i, $w_{пi}$ и произведения $w_{пi} x_i^{2m}$ для всех шести точек. После определения из

системы (406) значений коэффициентов c_i решение задачи находится из условия тождества осадок грунта под средней продольной осью ленты $w(x)$ и прогибов ленты $Y(x)$. Осадки грунта будут слагаться из основных осадок $w_{oc}(x)$, вызываемых давлениями от ленты, и из осадок $w_п(x)$ от пригрузки:

$$w(x) = w_{oc}(x) + w_п(x). \tag{407}$$

Таким образом, условие тождества осадок и прогибов в нашем случае напишется так:

$$w_{oc}(x) + w_п(x) = Y(x). \tag{408}$$

Посмотрим, как для случая, когда имеется пригрузка, использовать метод расчета балок на упругом полупространстве, разработанный для случая, когда пригрузка отсутствует (см. главу II, § 1). В этом методе при нагрузке, симметричной относительно середины балки, распределение реактивных давлений определяется через многочлен десятой степени:

$$p_0 = a_0 + a_2 x^2 + a_4 x^4 + a_6 x^6 + a_8 x^8 + a_{10} x^{10}, \tag{409}$$

коэффициенты которого находятся так, чтобы приближенно удовлетворялось требование

$$w_{oc}(x) = Y(x). \tag{410}$$

Для этой цели уравнения осадок w_{oc} и прогибов Y представляются в виде бесконечных рядов (343) и (349). Коэффициенты этих рядов A_i и B_i линейно зависят от неизвестных коэффициентов a_i. Приравнивая на основе тождества (410) коэффициенты при одинаковых степенях x (начиная со второй) в том и другом ряду, получим систему уравнений (350). Присоединяя к этой системе в качестве первого уравнения условие равновесия балки, получим для приближенного решения задачи систему уравнений, приведенную в табл. 64. Следует, однако, указать, что в системе табл. 64 уравнения, стоящие под № 2, 4, 6, 8, 10, являются не непосредственно уравнениями (350), а теми же уравнениями, умноженными на величину

$$\frac{\pi E}{2(1-\nu_0^2)}.$$

Эти замечания позволяют сразу указать метод решения задачи, учитывающий влияние пригрузки. На этот раз общие осадки основания ленты будут

$$w_{oc}(x) + w_п(x) = A_0 + A_2 x^2 + A_4 x^4 + \ldots + \\ + c_0 + c_2 x^2 + c_4 x^4 + c_6 x^6. \tag{411}$$

Следовательно, если принять обозначения

$$\left.\begin{aligned} A_i' &= \frac{\pi E_0}{2(1-\nu_0^2)} A_i; \quad c_i' = \frac{\pi E_0}{2(1-\nu_0^2)} c_i; \\ B_i' &= \frac{\pi E}{2(1-\nu_0^2)} B_i, \end{aligned}\right\} \tag{412}$$

то вместо уравнений (350) при наличии пригрузки получим уравнения

$$\left.\begin{aligned} &A_2' + c_2' = B_2'; \quad A_8' - B_8'; \\ &A_4' + c_4' = B_4'; \quad A_{10}' = B_{10}'; \\ &A_6' + c_6' = B_6'; \ \ldots \end{aligned}\right\} \tag{413}$$

Величины c_2', c_4', c_6' нам заранее известны. Они определяются решением системы (406) и вторым равенством (412). Следовательно, эти величины можно перенести (с переменой знака) в правую часть уравнений — в свободный член. После этого система уравнений для решения задачи при наличии пригрузки ничем не будет отличаться от системы табл. 64 для решения задачи без пригрузки, за исключением свободных членов. В свободные же члены некоторых уравнений войдут добавочные величины. Весь столбец свободных членов при наличии пригрузки будет иметь следующий вид (см. табл. А).

Таблица А

S_0
$R_2 - S_2 - c_2'$
$R_4 - c_4'$
$R_6 - c_6'$
R_8
R_{10}

Отметим при этом, что свободный член в уравнении равновесия № 0 (табл. 64) не меняется, так как никакой внешней нагрузки на самую ленту при наличии пригрузки дополнительно не прикладывается.

Левая часть уравнений системы не зависит от положения подвижной нагрузки (катков). Изменяются лишь свободные члены, которые для каждого частного случая положения сосредоточенных сил могут быть определены на основе правил и равенств (362) для величин S_i и R_i, приведенных в § 2, главы II. Подставляя величины S_i и R_i по табл. А, получим окончатель-

ное значение свободных членов при наличии пригрузки. Если нагрузка на ленту не симметрична относительно ее середины, дополнительно решается система табл. 65 (без всякого ее изменения на учет пригрузки) для определения коэффициентов a_1, a_3, a_5, a_7, a_9 при нечетных степенях x в уравнении реактивных давлений (354).

Однако этот путь решения чрезвычайно трудоемок, так как для каждого частного случая положения подвижной нагрузки пришлось бы определять значения коэффициентов a_i. Расчет можно радикально упростить, если обратить внимание на то обстоятельство, что искомые реактивные давления (409) или (354) можно рассматривать как сумму давлений

$$p(x) = p_{oc}(x) + p_{п}(x), \tag{414}$$

где

$$p_{oc} = a_0' + a_1' x + a_2' x^2 + \ldots + a_{10}' x^{10}; \tag{415}$$

$$p_{п} = a_0'' + a_2'' x + \ldots + a_{10}'' x^{10}, \tag{416}$$

причем p_{oc} — реактивные давления, возникающие от действия только внешней нагрузки на ленту; $p_{п}$ — реактивные давления, возникающие только от действия пригрузки.

Первые из этих давлений получаются при решении системы со свободными членами согласно указаниям § 2, главы II, а вторые — при решении системы со свободными членами, составленными из одних дополнительных величин (табл. Б).

Таблица Б

0
$-c_2'$
$-c_4$
c_6
0
0

Сумма обоих решений будет давать те же значения коэффициентов:

$$a_0 = a_0' + a_0''; \quad a_1 = a_1';$$
$$a_2 = a_2' + a_2''; \quad a_3 = a_3'; \tag{417}$$
$$\ldots \qquad \ldots$$

которые мы получили бы при решении системы без разбивки на отдельные воздействия.

Но решение системы уравнений при свободных членах, определяемых по табл. Б, не зависит от положения подвижной нагрузки. Следовательно, полученное при этих свободных членах

решение системы даст уравнение реактивных давлений (416), возникающих под влиянием пригрузки, и позволит вычислить добавочные изгибающие моменты в ленте от ее дополнительного изгиба пригрузкой вне зависимости от величины и места приложения внешней нагрузки на ленту (правила определения этих моментов даны ниже). Основные же моменты от внешней нагрузки можно определять совершенно независимо, проводя вычисления по готовым таблицам безразмерных моментов для бесконечной балки по правилам, изложенным в § 11, главы I для подвижной нагрузки.

Единственное ограничение области применения независимого учета влияния обоих воздействий заключается в следующем. Суммарное реактивное давление (416) должно быть всюду, особенно в средней части ленты, заведомо положительным. Если эти давления окажутся отрицательными, что, например, может случиться при полном отсутствии внешней нагрузки или при значительном удалении ее от середины ленты, то это будет означать, что лента фактически отстает в этом месте от грунта, так как грунт на растяжение не работает. Отсюда видно, что при учете пригрузки закон независимости действия сил выполняется не во всех случаях.

Чтобы вычислить дополнительный изгибающий момент, возникающий от пригрузки, следует воспользоваться формулами (111) и (115), подставляя в них вместо величин a_i величины a_i'' и полагая $S_2 = 0$, так как внешняя нагрузка отсутствует.

Нетрудно тот же прием применить и для определения добавочных отрицательных моментов в ленте, появляющихся вследствие пригрузки, действующей вблизи конца ленты (или шва).

Для примера будем считать, что пригрузка распределена по площадке тех же размеров, что и в предыдущем случае, но что середина этой площадки совпадает с правым концом ленты (рис. 141,*а*).

Эпюра дополнительных осадок для этого случая представлена на рис. 141,*б*. Эти осадки могут рассматриваться как сумма двух осадок: симметричных (рис. 141,*в*) и обратносимметричных (рис. 141,*г*). Соответственно уравнение осадок можно представить в следующем виде:

$$w_{п} = (c_0 + c_2 x^2 + c_4 x^4 + c_6 x^6) + (c_1 x + c_3 x^3 + c_5 x^5). \tag{418}$$

Первая скобка будет давать значение симметричных осадок, вторая — обратносимметричных.

Для определения коэффициентов c_{2i}, относящихся к симметричным осадкам, остаются в силе уравнения (406), изменяются только свободные члены в этих уравнениях. В соответствии с новыми значениями осадок, согласно рис. 141,*в*, свободные члены будут на этот раз в 2 раза меньше прежних.

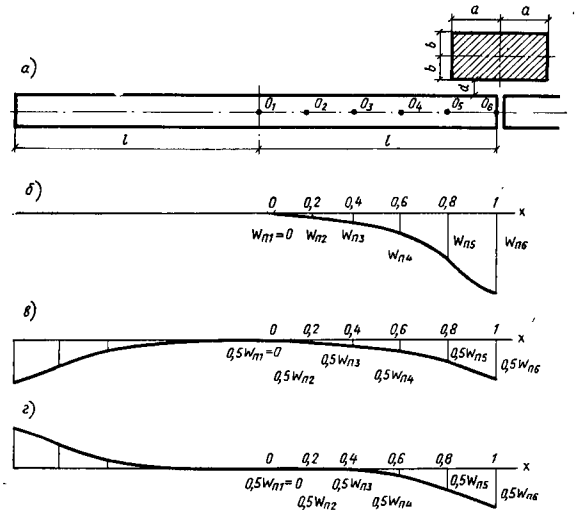


Рис. 141. Боковая пригрузка у края ленты

а — обозначения; *б* — эпюра дополнительных осадок основания под влиянием боковой пригрузки; *в* — симметричная составляющая дополнительных осадок; *г* — обратносимметричная составляющая дополнительных осадок

Для коэффициентов c_{2i+1}, определяющих обратносимметричные осадки, получаем следующую систему уравнений:

$$c_1 \Sigma x_i + c_3 \Sigma x_i^3 + c_5 \Sigma x_i^5 = 0{,}5 \Sigma w_{п,\,i}\, x_i;$$

$$c_1 \Sigma x_i^3 + c_3 \Sigma x_i^3 + c_5 \Sigma x_i^7 = 0{,}5 \Sigma w_{п,\,i}\, x_i^3;$$

$$c_1 \Sigma x_i^5 + c_3 \Sigma x_i^7 + c_5 \Sigma x_i^9 = 0{,}5 \Sigma w_{п,\,i}\, x_i^5. \qquad (419)$$

Все суммы берутся только для одной (правой) половины ленты.

После определения величин c_{2i} и c_{2i+1} решаются: система уравнений табл. 64 со свободными членами, определяемыми табл. Б, и система уравнений табл. 65 со свободными членами,

определяемыми табл. В. Значения c_3' и c_5' в табл. В связаны со значениями c_3' и c_5' на основе среднего равенства (412).

Таблица В

0
$-c_3'$
$-c_5'$
0
0

Решение обеих систем даст значения коэффициентов a''_{2i} a''_{2i+1} для уравнения реактивных давлений (354), которое на этот раз будет выражать добавочные реактивные давления, возникающие под влиянием пригрузки. Эпюра добавочных моментов от пригрузки определяется по формулам (111), (114), (115) части второй, причем в этих формулах величины c_{2i} и c_{2i+1} должны быть заменены величинами a''_{2i} и a''_{2i+1}. Кроме того, следует положить $M(x)=0$; $S_2=0$; $S_3=0$. Построив эпюру добавочных моментов, можно найти как величину максимального отрицательного момента, так и сечение, в котором его следует ожидать.

Расчет прямоугольных плит на упругом основании

Глава I. ОСАДКИ И ДАВЛЕНИЯ НА ГРУНТ ЖЕСТКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ И МАССИВОВ

§ 1. РЕАКТИВНЫЕ ДАВЛЕНИЯ, ОСАДКИ И УГЛЫ ПОВОРОТА ЖЕСТКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ И МАССИВОВ

К категории жестких прямоугольных плит мы относим плиты, жесткость которых достаточно велика, чтобы реактивные давления на них со стороны грунта распределялись практически так же, как под абсолютно жесткими плитами. Критерий, по которому можно определить, относится ли данная плита к категории жестких, приведен в § 2 главы II. Для массивов, имеющих прямоугольную опорную площадь, такой проверки, разумеется, не требуется.

В последующих формулах и графиках для расчета прямоугольных плит приняты обозначения, приведенные на рис. 142.

В расчетах используются не действительные координаты x' и y', а координаты x и y, приведенные к полусторонам плиты $\left(x=\frac{x'}{a}\right.$ и $\left.y=\frac{y'}{b}\right)$ (рис. 142). Координаты x и y изменяются, следовательно, от -1 до $+1$.

Реактивные давления. Ниже приводятся в общем виде уравнения реактивных давлений, выраженные через многочлены пятой, шестой и седьмой степени, и таблицы коэффициентов в этих многочленах для плит с отношением сторон $\alpha=\frac{a}{b}$ от $\alpha=1$ до $\alpha=10$. Жесткие конструкции, имеющие опорную площадь с отношением сторон $\alpha>10$, рассчитываются как жесткие балки по табл. 52 и 53, главы I, части четвертой. Коэффициенты в урав-

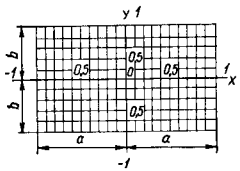


Рис. 142. Схема обозначений при расчете прямоугольных плит

Таблица 74

Значения коэффициентов $a_{2i,2j}$ в уравнении реактивных давлений (420) при нагрузке сосредоточенной силой P_0 (в долях P_0/F)

α	a_{00}	a_{20}	a_{02}	a_{40}	a_{22}	a_{04}	a_{60}	a_{42}	a_{24}	a_{06}
1	0,556	0,267	0,267	0,301	—0,017	0,301	0,501	0,032	0,032	0,501
1,5	0,561	0,223	0,301	0,268	0,015	0,319	0,470	—0,060	0,126	0,530
2	0,565	0,196	0,322	0,234	0,029	0,332	0,433	—0,054	0,129	0,550
3	0,581	0,161	0,339	0,185	0,061	0,345	0,353	0,020	0,130	0,567
5	0,597	0,134	0,355	0,139	0,078	0,356	0,247	0,074	0,118	0,593
7	0,607	0,120	0,363	0,115	0,074	0,363	0,196	0,090	0,113	0,606
10	0,616	0,108	0,369	0,094	0,069	0,370	0,155	0,102	0,105	0,616

нениях реактивных давлений вычислены на основе приближенного метода, изложенного в § 4.

Уравнения реактивных давлений даются раздельно для следующих нагрузок: 1) сосредоточенной силы P_0, приложенной в центре плиты; 2) момента m_x, действующего в вертикальной плоскости, параллельной большей стороне прямоугольника, и 3) момента m_y, действующего в вертикальной плоскости, параллельной меньшей стороне прямоугольника. За положительное направление моментов принимаем направление моментов, при котором половина плиты, отвечающая положительным значениям x или y, стремится повернуться вниз.

Так как любую нагрузку, действующую на абсолютно жесткую плиту, всегда можно заменить эквивалентной ей нагрузкой, состоящей из совокупности нагрузок P_0, m_x и m_y, то приведенных уравнений достаточно, чтобы определить реактивные давления в любой точке плиты при любой нагрузке.

Коэффициенты в уравнениях реактивных давлений вычислены для плит с отношением сторон $\alpha=1$; 1,5; 2; 3; 5; 7; 10. Для случая моментной нагрузки кроме значений коэффициентов для всех этих отношений α, относящихся к уравнению реактивных давлений в виде многочлена пятой степени, приведены также значения коэффициентов для уточненных уравнений реактивных давлений в виде многочленов седьмой степени. Однако коэффициенты для уточненных уравнений вычислены только для значений $\alpha=1$; 2; 5; 10.

Уравнение реактивных давлений при нагрузке силой P_0:

$$p\ (x,\ y)=(a_{00}+a_{20}x^2+a_{02}y^2+a_{40}x^4+a_{22}x^2y^2+a_{04}y^4+ \\ +a_{60}x^6+a_{42}x^4y^2+a_{24}x^2y^4+a_{06}y^6)\ \frac{P_0}{F}\ . \qquad (420)$$

В уравнении (420) F — площадь плиты. Коэффициенты уравнения $a_{2i,2j}$ определяются в зависимости от отношения сторон α по табл. 74.

Более точное уравнение для квадратной плиты ($\alpha=1$) приведено в § 4.

Уравнение реактивных давлений при нагрузке моментом m_x:

$$p\ (x,\ y) = (a_{10}\,x + a_{30}\,x^3 + a_{12}\,xy^2 + a_{50}\,x^5 + a_{32}\,x^3 y^2 + a_{14}\,xy^4 + a_{70}\,x^7 + a_{52}\,x^5 y^2 + a_{34}\,x^3 y^4 + a_{16}\,xy^6)\ \frac{m_x}{a^2 b}\,. \qquad (421)$$

Желая определить реактивные давления по этому уравнению более приближенным способом, следует положить в нем $a_{70}=0$, $a_{52}=0$, $a_{34}=0$, $a_{16}=0$, а остальные коэффициенты определить по табл. 75а. При уточненном способе используются все члены уравнения (421), а коэффициенты $a_{2i+1,\,2j}$ определяются по табл. 75б.

Таблица 75

Значения коэффициентов $a_{2i+1,\,2j}$ в уравнении реактивных давлений (421) при нагрузке моментом m_x (в долях m_x/a^2b)

а) Для многочленов пятой степени

α	a_{10}	a_{30}	a_{12}	a_{50}	a_{32}	a_{14}
1	0,373	0,229	0,118	0,362	—0,047	0,269
1,5	0,371	0,201	0,172	0,333	—0,035	0,318
2	0,376	0,176	0,204	0,305	0,005	0,343
3	0,389	0,145	0,239	0,251	0,061	0,373
5	0,412	0,118	0,268	0,183	0,092	0,406
7	0,426	0,106	0,280	0,149	0,094	0,424
10	0,439	0,094	0,291	0,123	0,090	0,436

б) Для многочленов седьмой степени

α	a_{11}	a_{31}	a_{13}	a_{51}	a_{33}	a_{15}	a_{71}	a_{53}	a_{35}	a_{17}
1	0,345	0,190	0,098	0,200	—0,032	0,149	0,333	0,028	—0,030	0,267
2	0,348	0,146	0,170	0,170	0,002	0,190	0,301	—0,062	0,088	0,315
5	0,380	0,100	0,224	0,103	0,050	0,230	0,190	0,047	0,091	0,378
10	0,412	0,081	0,246	0,074	0,051	0,246	0,117	0,064	0,080	0,410

Уравнение реактивных давлений при нагрузке моментов m_y:

$$p\ (x,\ y) = (a_{01}\,y + a_{03}\,y^3 + a_{21}\,x^2 y + a_{05}\,y^5 + a_{23}\,x^2 y^3 + a_{41}\,x^4 y + a_{07}\,y^7 + a_{25}\,x^2 y^5 + a_{43}\,x^4 y^3 + a_{61}\,x^6 y)\ \frac{m_y}{a\,b^2}\,. \qquad (422)$$

Коэффициенты $a_{2i,\,2j+1}$ в этом уравнении определяются по табл. 76а или по табл. 76б в зависимости от степени используемого многочлена.

Для определения реактивных давлений при $\alpha=1$ и нагрузке в виде сосредоточенной силы P_0 можно также пользоваться гра-

Таблица 76

Значения коэффициентов $a_{2i,\,2j+1}$ в уравнении реактивных давлений (422) при нагрузке моментом m_y (в долях m_y/ab^2)

а) Для многочленов пятой степени

α	a_{01}	a_{03}	a_{21}	a_{05}	a_{23}	a_{41}
1	0,373	0,229	0,118	0,362	—0,047	0,269
1,5	0,382	0,248	0,069	0,378	—0,013	0,188
2	0,388	0,257	0,045	0,386	0,006	0,127
3	0,398	0,265	0,023	0,398	0,013	0,064
5	0,405	0,270	0,011	0,405	0,009	0,025
7	0,407	0,271	0,005	0,407	0,005	0,013
10	0,409	0,272	0,003	0,409	0,003	0,006

б) Для многочленов седьмой степени

α	a_{13}	a_{33}	a_{21}	a_{05}	a_{23}	a_{41}	a_{07}	a_{25}	a_{43}	a_{61}
1	0,345	0,190	0,098	0,200	—0,032	0,149	0,333	0,028	—0,030	0,267
2	0,359	0,214	0,036	0,214	0,000	0,070	0,357	0,034	—0,029	0,170
5	0,378	0,226	0,008	0,226	0,005	0,014	0,377	0,008	0,009	0,034
10	0,382	0,229	0,002	0,229	0,002	0,005	0,382	0,003	0,004	0,009

фиком линий равных реактивных давлений (изобар), построенным для $^1/_4$ квадратной плиты (рис. 143). Более точные изобары для квадратной плиты даны в главе II (на рис. 152).

При той же нагрузке и отношении сторон $\alpha=5$ реактивные давления можно определять по графику изобар на рис. 144. Наконец, для $\alpha=2$ реактивные давления можно определять по графику на рис. 153.

Значения, нанесенные на всех указанных графиках, относятся к безразмерным величинам $\bar{p}$. Для перехода от безразмер-

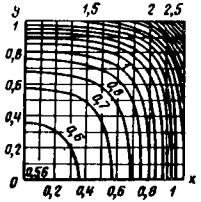


Рис. 143. Линии равных реактивных давлений для жесткой квадратной плиты (в долях от средних давлений)

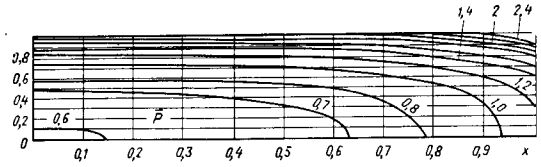


Рис. 144. Линии равных реактивных давлений для жесткой плиты с отношением сторон $\alpha=5$ (в долях от средних давлений)

ных величин $\bar{p}$ к действительным следует пользоваться формулой

$$p = \bar{p}\,\frac{P_0}{F}\ \text{тс/м}^2.$$

Сравнение между данными графиков рис. 143 и 144, а также между графиками рис. 153 и 144 показывает, что при переходе от $\alpha=1$ к $\alpha=2$ и от $\alpha=2$ к $\alpha=5$ реактивные давления для одних и тех же значений x и y изменяются незначительно. Поэтому приведенными графиками можно пользоваться и для промежуточных значений α на основе интерполяции или используя график, относящийся к более близкому значению α.

Рассмотрение графика рис. 144 для $\alpha=5$ и сопоставление его с графиком рис. 143 для $\alpha=1$ показывает, что чем более вытянутую форму имеет прямоугольная плита, тем резче изменяются реактивные давления в поперечном направлении и тем более равномерным становится их распределение в продольном направлении. Хотя и на меньших сторонах плиты реактивные давления теоретически должны быть равными бесконечности, область резко повышенных давлений вблизи этих сторон настолько незначительна, что при приближенном решении здесь не выявляется такого же сгущения изобар, как вблизи продольных сторон плиты.

В случае если при расчете необходимо знать не величину реактивных давлений в каждой точке, выраженную в *тс/м²*, а суммарное значение реактивных давлений, приходящихся на данное ее поперечное сечение (в *тс/м*), при нагрузке P_0 могут быть использованы уравнения реактивных давлений и таблицы, приведенные в § 2, главы II.

Линии равных безразмерных реактивных давлений $\bar{p}$ при действии момента m_x приведены для квадратной плиты на рис. 145 и для прямоугольной плиты при отношении сторон $\alpha=5$ на рис. 146. При действии момента m_y и отношении сторон $\alpha=1$ можно также пользоваться графиком на рис. 145, переменив

на нем взаимно оси x и y. Для случая действия момента m_y и отношения сторон $\alpha=5$ график безразмерных реактивных давлений приведен на рис. 147.

Переходные формулы от безразмерных давлений $\bar{p}$ к действительным p при моментной нагрузке m_x и m_y соответственно будут

$$p = \bar{p}\,\frac{m_x}{a^2 b}; \quad p = \bar{p}\,\frac{m_x}{a b^2}.$$

Сопоставляя графики на рис. 145, 146 и 147, можно убедиться, что и при моментной нагрузке реактивные давления при каких-либо заданных значениях x и y мало изменяются в связи с изменением отношения сторон плиты. Отсюда следует, что графиками на рис. 145, 146 и 147 можно пользоваться и при промежуточных значениях α.

Осадки и углы поворота. Осадки и углы поворота жестких прямоугольных плит могут быть определены:

а) по таблицам значений безразмерных величин осадок и углов поворота, вычисленных по методу, изложенному ниже в § 4, в соответствии с приведенными в п. 1 уравнениями реактивных давлений пятой, шестой и седьмой степеней;

б) по графикам уточненных значений тех же величин в соответствии с данным α.

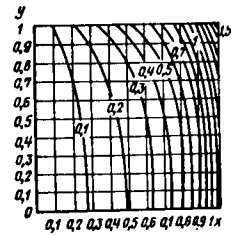


Рис. 145. Линии равных безразмерных реактивных давлений для жесткой квадратной плиты при нагрузке моментом m_x

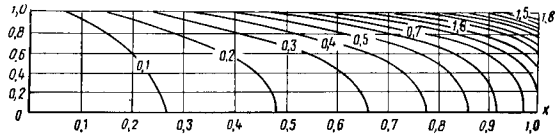


Рис. 146. Линии равных безразмерных реактивных давлений для жесткой прямоугольной плиты с отношением сторон $\alpha=5$ при нагрузке моментом m_x

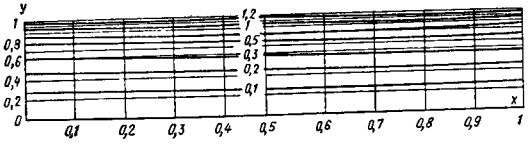


Рис. 147. Линии равных безразмерных реактивных давлений для жесткой прямоугольной плиты с отношением сторон $\alpha=5$ при нагрузке моментом m_y

При первом способе определения осадка от действия центральной сосредоточенной силы P_0 определяется по формуле

$$w = \frac{1-\nu_0^2}{E_0} K_0 \frac{P}{\sqrt{F}}. \qquad (423)$$

Коэффициент K_0 в формуле (423) устанавливается в зависимости от отношения сторон прямоугольника α по табл. 77.

Угол поворота от действия моментов m_x и m_y определяется соответственно по формулам:

$$\operatorname{tg}\varphi_x = \frac{1-\nu_0^2}{E_0} K_1 \frac{m_x}{a^3};$$

$$\operatorname{tg}\varphi_y = \frac{1-\nu_0^2}{E_0} K_2 \frac{m_y}{b^3}, \qquad (424)$$

причем коэффициенты K_1 и K_2 в этих формулах устанавливаются по табл. 78,*а*, *б*, вычисленным первая на основании уравнений реактивных давлений пятой степени, а вторая — седьмой степени.

При втором способе определения осадки углы поворота определяются по тем же формулам (423) и (424), но коэффициенты K_0, K_1, K_2 в этих формулах устанавливаются по графикам уточненных значений этих величин (рис. 148, 149, 150).

Составленные нами графики, определяющие поворот жестких прямоугольных фундаментов (рис. 149 и 150), вошли в

Таблица 77

Значения коэффициента K_0 в формуле осадок (423) при нагрузке сосредоточенной силой P_0

α	1	1,5	2	3	5	7	10
K_0	0,92	0,92	0,90	0,87	0,81	0,76	0,71

Таблица 78

Значения коэффициентов K_1 и K_2 в формулах углов поворота (424) при нагрузке моментами m_x и m_y

а) При уравнении давлений пятой степени

α	1	1,5	2	3	5	7	10
K_1	0,60	0,81	0,99	1,28	1,70	2,00	2,37
K_2	0,60	0,43	0,339	0,236	0,145	0,105	0,074

б) При уравнении давлений седьмой степени

α	1	2	5	10
K_1	0,57	0,96	1,62	2,24
K_2	0,57	0,322	0,139	0,070

СНиП II-Б.1-62 [134]. Следует подчеркнуть, что эти графики применимы одинаково для жестких фундаментных плит как малого, так и большого размера. В части первой указывалось, что при расчете осадок формулы, относящиеся к расчету осадок малых фундаментных плит, становятся неприменимыми к расчету фундаментов больших размеров в плане. Поэтому приходится вводить либо повышенный модуль деформации, определяемый по формуле (66), либо схему условного сжимаемого слоя. Разумеется, что эти положения остаются справедливыми и для расчета осадок по формуле (423) с применением табл. 77 или графика рис. 148. Однако для углов поворота фундаментных плит (крена) те положения, которые вынуждают вводить активную зону для расчета осадок при переходе к пли-

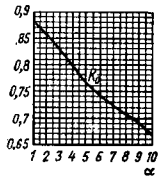


Рис. 148. График для определения по формуле (423) осадок жестких прямоугольных плит при действии центрированной нагрузки P_0

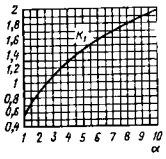


Рис. 149. График для определения по формуле (424) углов поворота жесткой прямоугольной плиты при действии момента m_x

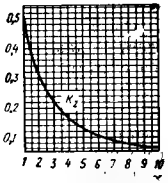


Рис. 150. График для определения по формуле (424) углов поворота жесткой прямоугольной плиты при действии момента m_y

там большого размера, в значительной мере теряют свое значение. Дело в том, что если при центрированной нагрузке под большими плитами вступают в работу глубокие слои грунта (см. рис. 19), то при моментной нагрузке работают только слои, близкие к поверхности, так как моментная нагрузка вызывает под одной стороной фундамента сжимающие напряжения, а под другой — растягивающие[1]. Так как в сумме эти нагрузки взаимно погашаются, согласно принципу Сен-Венана, уже на сравнительно небольшой глубине давления от фундамента практически отсутствуют. Поэтому особенности деформаций глубоких слоев грунта, о которых неоднократно говорилось в части первой, незначительно влияют на величину крена. Только при очень больших размерах плиты в плане расчетный крен может оказаться завышенным.

§ 2. КОЭФФИЦИЕНТЫ УПРУГОГО РАВНОМЕРНОГО И НЕРАВНОМЕРНОГО СЖАТИЯ

При определении осадок фундаментов в случае динамических нагрузок широко пользуются так называемым методом местных деформаций [5,149]. Этот метод является не чем иным, как методом коэффициента постели, так как он исходит из того, что давление на грунт вызывает только «местную» деформацию под самой нагрузкой; соседние же элементы поверхности грунта остаются несмещенными (см. рис. 2,*а*). Методу местных деформаций противопоставляется метод общих деформаций. Последний основан на применении к определению деформаций грунта теории упругости. Поскольку речь идет об осадках, вызываемых многократно повторяющимися динамическими нагрузками, деформации, рассматриваемые методом общих деформаций, являются упругими, и поэтому в соответствующих расчетах участвует не модуль деформации грунта E_0, а модуль упругости грунта E (см. часть первую).

Согласно гипотезе коэффициента постели (см. часть первую, главу 1) давление на грунт в данной точке p и осадка в той же точке грунта w связаны между собой равенством

$$p = Cw, \tag{425}$$

где C — коэффициент постели, или, как его называют при использовании метода местных деформаций, коэффициент упругого сжатия грунта.

При действии на жесткую плиту центральной силы P_0 осадки грунта под плитой постоянные и, следовательно, согласно равенству (425), давления тоже постоянные.

[1] Разумеется, что эти рассуждения ни в какой мере не противоречат тому, что в действительности растягивающих напряжений под фундаментом не будет, так как они будут погашены бо́льшим сжимающим давлением от центрированной нагрузки P_0.

В случае если на плиту действует момент m_x или m_y, нетрудно вывести, исходя из условия равновесия и связи между давлениями и осадками, изменяющимися на этот раз по линейному закону, следующие формулы для определения углов поворота фундамента:

$$\operatorname{tg}\varphi_x = \frac{3}{4}\cdot\frac{m_x}{a^3 b C}; \quad \operatorname{tg}\varphi_y = \frac{3}{4}\cdot\frac{m_y}{a b^3 C}. \tag{426}$$

Сопоставим формулы для осадок жестких плит, основанные на теории упругости (методе общих деформаций), (423) и (424) с соответствующими формулами метода местных деформаций.

Рассмотрим сначала случай центральной нагрузки, т. е. случай равномерного упругого сжатия. Чтобы сравнить формулы (423) и (425), перепишем первую из них, положив $P = pF$, в следующем виде:

$$w = \frac{1-\nu_0^2}{E} K_0 \sqrt{F}\, p \tag{427}$$

(у Н. А. Цытовича [149] в этой формуле вместо K_0 применяется обозначение w).

Из формул (425) и (427) следует, что для получения при центральной нагрузке по методу местных деформаций того же значения осадки, что и по методу общих деформаций, нужно принять

$$C = \frac{E}{(1-\nu_0^2) K_0 \sqrt{F}}. \tag{428}$$

Н. А. Цытович при пользовании этой формулой для определения осадок абсолютно жесткой плиты рекомендует брать вместо действительных значений K_0 (ранее надежно не установленных) значения K_0, соответствующие точно вычисленным средним осадкам абсолютно гибкой равномерно нагруженной плиты. Эти значения K_0 примерно на 7% больше значений, устанавливаемых графиком рис. 148. Следует заметить, что значения графика никак не могут считаться заниженными (см. § 4).

Формула (428) показывает, что вопреки положениям гипотезы коэффициента постели значение последнего зависит от площади штампа и его формы. Чем больше штамп, тем меньше коэффициент постели, т. е. тем больше осадка штампа при одной и той же интенсивности нагрузки p*.

Чем больше длина фундамента, тем больше при одной и той же нагрузке и площади подошвы коэффициент постели, т. е. тем меньше осадка фундамента.

* Осадки реального грунта при фундаментных плитах очень большого размера не следуют точно закону площадей (428), так как с увеличением размеров плит в работу вступают глубокие, менее деформирующиеся слои грунта (см. часть первую и конец § 1 настоящей главы).

В случае моментной нагрузки (неравномерного упругого сжатия), сопоставляя равенства (426) и (424) и пользуясь соотношениями

$$b = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{\alpha}}; \quad a = \frac{1}{2}\sqrt{\alpha F}, \tag{429}$$

приходим к выводу, что для получения эквивалентных результатов по обоим методам необходимо выполнять условия

$$C = \frac{3E\sqrt{\alpha}}{2(1-\nu_0^2)K_1\sqrt{F}}; \tag{430}$$

$$C = \frac{3E}{2(1-\nu_0^2)K_2\sqrt{\alpha F}}. \tag{431}$$

Формулы (430) и (431) показывают, что вопреки гипотезе Винклера при неравномерном сжатии коэффициент постели не равен тому же коэффициенту при равномерном сжатии. Этот факт устанавливается и экспериментально [5]. Поэтому при применении метода местных деформаций принято различать коэффициенты упругого равномерного и неравномерного сжатия. В дальнейшем мы будем обозначать коэффициент равномерного сжатия, определяемый формулой (428), через C_0 и коэффициенты неравномерного сжатия, определяемые формулами (430) и (431), соответственно через C_1 и C_2.

Д. Д. Баркан [5] сделал попытку связать значения коэффициента равномерного сжатия с коэффициентами неравномерного сжатия с той целью, чтобы, установив экспериментальным путем один из этих коэффициентов, можно было определить и остальные. Сопоставляя формулы (428) с (430) и (431), нетрудно получить искомые соотношения

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{3}{2}\sqrt{\alpha}\,\frac{K_0}{K_1};$$

$$\frac{C_2}{C_0} = \frac{3}{2}\,\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\cdot\frac{K_0}{K_2}. \tag{432}$$

Так как действительные значения величин K_1 и K_2 были Д. Д. Баркану неизвестны, он использовал взамен их найденные Д. Е. Польшиным средние значения углов наклона абсолютно гибкой плиты вдоль оси x (при действии m_y) или вдоль оси y (при действии m_x). При этом вместо сосредоточенного момента m плита нагружалась сплошной нагрузкой, распределенной по линейному закону, с нулевым ее значением на оси y или на оси x.

Поскольку при этом значения углов наклона осреднялись не по всей плите (как это было сделано в отношении осадок при равномерном сжатии), а только по осям y или x, то они оказались превышенными уже не на 7%, а примерно на 45%. Погрешность в работе Баркана в определении значений отношений C_1/C_0 и C_2/C_0 получилась немного меньше, так как она сглади-

Таблица 79

Отношение коэффициентов неравномерного сжатия к коэффициенту равномерного сжатия

Отношение	α	1	1,5	2	3	5	10
C_1/C_0	По Баркану	1,87	—	1,57	1,46	—	1,26
	По автору	2,58	2,32	2,14	1,97	1,78	1,60
C_2/C_0	По Баркану	1,87	2,11	2,31	2,63	3,04	3,53
	По автору	2,58	2,89	3,14	3,56	4,11	4,90

лась упомянутым преуменьшением в значениях C_0 на 7% против действительности. Все же отношения C_1/C_0 и C_2/C_0 оказываются, по Баркану, преуменьшенными на 35—40% против действительных, как это видно из табл. 79.

§ 3. ГРАНИЦЫ ЯДРА СЕЧЕНИЯ ЖЕСТКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ

Приведенные в § 1 уравнения реактивных давлений при нагрузке центральной силой P_0 и моментами m_x и m_y позволяют осветить вопрос о границах ядра сечения жестких прямоугольных плит на упругом полупространстве. Под ядром сечения мы здесь подразумеваем ту часть плиты, в которой можно приложить сосредоточенную силу, не вызывая в какой-либо другой ее части отрицательных реактивных давлений, или, точнее (поскольку грунт на растяжение не работает), отставание плиты от грунта.

Пусть сила P приложена на расстоянии e от оси y. Действие этой силы эквивалентно действию силы $P_0=P$, приложенной в центре плиты, и момента $m_x=Pe_x=P\varepsilon_x a$, где $\varepsilon_x = \frac{e_x}{a}$.

Рассмотрим сначала случай квадратной плиты ($\alpha=1$). Взяв уравнение реактивных давлений в виде многочлена шестой степени для нагрузки P_0 и многочлена пятой степени для нагрузки m_x, получим значение давлений в середине более удаленного от нагрузки края ($x=-1$, $y=0$):

$$p = (1{,}63 - 3{,}84\,\varepsilon)\,\frac{P}{F}.$$

Приравнивая правую часть нулю, получим уравнение для определения предельного эксцентрицитета, при превышении которого плита начнет отставать от грунта.

Предельный эксцентрицитет в случае квадратной плиты $\varepsilon=0{,}425$.

Значение реактивных давлений у края, определяемое многочленом давлений, является, как неоднократно объяснялось, фиктивной величиной, поскольку в пределе при возрастании степени

многочлена оно должно обратиться в бесконечность. Однако отношение давлений у края плиты при силовой и моментной нагрузках является величиной устойчивой, быстро приближающейся к своему предельному значению с возрастанием степени многочлена. Так, при многочленах соответственно восьмой и седьмой степени получим значение $\varepsilon=0{,}429$, почти не отличающееся от приведенного выше значения $\varepsilon=0{,}425$.

Если провести тот же анализ в отношении угловой точки квадрата ($x=-1$, $y=-1$), то получим

$$p=(2{,}74-5{,}20\,\varepsilon)\,\frac{P}{F},$$

откуда $\varepsilon=0{,}527$.

Таким образом, точка края, лежащая на оси x, является более опасной в отношении отставания плиты, чем угловая точка.

Проводя подобное исследование при других значениях для точек $x=-1$, $y=0$, получим значение предельного эксцентриситета, приведенное в 1-й строке табл. 80.

Совершенно аналогично получаются значения предельного эксцентриситета ε_y при нагрузках, приложенных на оси y на расстоянии $e_y=\varepsilon_y b$ от центра плиты (см. строку 2 в табл. 80).

Табл. 80 показывает, что, согласно теории упругости, квадратная плита имеет границы ядра сечения, значительно более широкие, чем это вытекает из гипотезы коэффициента постели. Согласно последней, для плит с любым отношением сторон $\varepsilon_x=\varepsilon_y=1/3$. Как и следовало ожидать, с увеличением α предельный эксцентриситет ε_x стремится к границе ядра сечения по Винклеру ($\varepsilon_x=1/3$), а ε_y — к границе ядра сечения для жесткой полосы в условиях плоской задачи ($\varepsilon_y=1/2$). Это согласуется с положениями части четвертой, главы III, § 3 и 4, а также части второй, главы III, § 3.

Вопрос о возможности появления отрицательных реактивных давлений не следует смешивать с вопросом о возможности появления отрицательных осадок. Как уже отмечалось в отношении жестких балок (см. часть четвертую, главу III, § 3), отрицательные осадки появляются при значительно меньшем эксцентриситете, чем тот эксцентриситет, который определяет границы ядра сечения. Иначе говоря, и при положительных осадках

Таблица 80

Границы ядра сечения жесткой плиты под давлением

α	1	2	3	5	10
ε_x	0,425	0,413	0,405	0,394	0,377
ε_y	0,425	0,429	0,437	0,440	0,452

Таблица 81

Границы ядра сечения жесткой плиты по осадкам

α	1	2	3	5	10
ε_x	0,86	0,71	0,60	0,59	0,52
ε_y	0,86	1,05	1,19	1,38	1,70

давления могут принять отрицательные значения, в этом случае плита отойдет от грунта.

Для анализа этого вопроса обратимся к формулам (423) и (424), положив по-прежнему в последней $m_x=P\varepsilon_x a$ и $m_y=P\varepsilon_y b$. Тогда, например, для квадратной плиты на основе равенств (423) и (424) и графиков на рис. 148 и 149 получаем

$$w=\frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,(0{,}88-1{,}02\,\varepsilon_x)\,\frac{P}{\sqrt{F}},$$

откуда предельное значение эксцентриситета $\varepsilon_x=0{,}86$.

Результаты подобных подсчетов предельных значений ε_x и ε_y по осадкам для нескольких значений отношения сторон сведены в табл. 81.

Табл. 81 показывает, что с возрастанием α значение ε_x очень медленно падает и стремится к своему значению по гипотезе коэффициента постели $\varepsilon_x=1/3$ (см. табл. 67).

Напротив, ε_y с возрастанием α возрастает и при значении $\alpha>2$ становится больше единицы, т. е. при силовой нагрузке, приложенной в любой точке оси y, плиты с отношением сторон $\alpha\geqslant 2$ имеют всюду положительные осадки.

§ 4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕАКТИВНЫХ ДАВЛЕНИЙ И ОСАДОК ПОД ЖЕСТКИМИ ШТАМПАМИ И ПЛИТАМИ

Предлагаемый нами метод определения реактивных давлений и осадок носит аналитический характер и, подобно тому как решались задачи расчета в предыдущих частях книги, основан на применении степенных рядов для выражения закона реактивных давлений и осадок грунта под плитой.

Итак, предполагаем, что неизвестный закон распределения реактивных давлений выражается в виде двойного степенного ряда:

$$p\,(x,\,y)=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}a_{ij}\,x^i\,y^j, \qquad (433)$$

где x и y — приведенные к полусторонам прямоугольника координаты (см. § 1, рис. 142).

Значения коэффициентов a_{ij} определяются:

1) из условия равновесия плиты под действием внешней нагрузки и реактивных давлений;

2) из контактного условия о плотном прилегании плиты к грунту, т. е. о равенстве вертикальных перемещений грунта и плиты в каждой точке опорной площади (трением между плитой и грунтом пренебрегаем).

Для приближенного решения задачи будем пользоваться вместо бесконечного ряда (433) двойным многочленом степени $2n$ или $2n+1$. В приведенных в § 1 уравнениях было принято при симметричной нагрузке $2n=6$, при обратносимметричной $2n+1=5$ и $2n+1=7$. Для квадратной плиты симметричную задачу удалось решить при $2n=8$ (см. ниже). Использование многочленов более высоких степеней связано с очень большими вычислительными трудностями.

Как уже указывалось в § 1, при решении задачи об определении давлений и осадок жестких плит мы имеем возможность заменить любую внешнюю нагрузку эквивалентной ей системой нагрузок, состоящей в общем случае из центральной силы P_0 и двух моментов m_x и m_y.

Будем решать задачу отдельно для каждой нагрузки. Решение для действительной нагрузки найдется суммированием решений, полученных для каждого из компонентов в отдельности.

Покажем, как использовать приведенные выше условия для определения неизвестных a_{ij}.

При нагрузке силой P_0 из условия симметрии относительно осей x и y следует, что многочлен для реактивных давлений может содержать только четные степени относительно x и y:

$$p_P(x, y) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} a_{2i,\,2j}\, x^{2i}\, y^{2j}. \tag{434}$$

При нагрузке моментом m_x в силу обратной симметрии относительно оси y и симметрии относительно оси x имеем

$$p_{m_x}(x, y) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j}^{n-i} a_{2i+1;\,2j}\, x^{2i+1}\, y^{2j}. \tag{435}$$

Аналогично при нагрузке моментов m_y:

$$p_{m_y}(x, y) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=1}^{n-i} a_{2i,\,2j+1}\, x^{2i}\, y^{2j+1}. \tag{436}$$

Условие равновесия для плиты при нагрузке ее в центре силой P_0 можно написать в виде равенства интеграла от реактивных давлений внешней нагрузке:

$$ab \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} p_P(x, y)\, dx\, dy = P_0 \tag{437}$$

(множитель ab появляется вследствие замены действительных координат, по которым должно производиться интегрирование, приведенными).

Подставив в (437) выражение (434) и проинтегрировав, получим

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} \frac{a_{2i,\,2j}}{(2i+1)(2j+1)} = \frac{P}{4ab}. \tag{438}$$

Условие равновесия для плиты, находящейся под действием момента m_x, состоит в том, что момент от реактивных давлений относительно оси y должен равняться внешнему моменту:

$$a^2 b \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} x\, p_{m_x}(x, y)\, dx\, dy - m_x. \tag{439}$$

Подставляя сюда (435), получим

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} \frac{a_{2i+1,\,2j}}{(2i+3)(2j+1)} = \frac{m_x}{4a^2 b}. \tag{440}$$

Аналогично при действии момента m_y:

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} \frac{a_{2i,\,2j+1}}{(2i+1)(2j+3)} = \frac{m_y}{4ab^2}. \tag{441}$$

Переходим к контактному условию.

Как было показано в части четвертой (глава II, § 1), уравнение осадок грунта при реактивных давлениях, заданных в виде ряда (433) или многочлена степени $2n$ или $2n+1$, может быть выражено в виде двойного степенного ряда

$$w(x, y) = \sum_{u=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} A_{uv}\, x^u y^v, \tag{442}$$

причем коэффициенты этого ряда A_{uv} линейно зависят от неизвестных коэффициентов a_{ij}. Если через $\bar{n}$ обозначить степень многочлена давлений ($\bar{n}=2n$ или $\bar{n}=2n+1$), эту зависимость можно написать в следующей форме:

$$A_{uv} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0} \sum_{i=0}^{\bar{n}} \sum_{j=0}^{\bar{n}-1} \delta_{uv_{ij}}\, a_{ij}, \tag{443}$$

где i и j принимают только четные или только нечетные значения в зависимости от характера нагрузки.

Общие формулы для определения величин $\delta_{uv,ij}$ при любых значениях u, v, i, j и при любом отношении сторон плиты $\alpha=\frac{a}{b}$

даны в части четвертой под номерами (339) и (341). В нашей книге [35] приведены числовые значения безразмерных величин

$$\sigma_{uv}^{ij} = \frac{1}{b} \cdot \delta_{uv,\,ij}, \tag{444}$$

для тех значений α ($\alpha=1$; 1,5; 2; 3; 5; 7; 10), для которых в § 1 приводятся окончательные численные данные о давлениях и осадках. Одна из этих таблиц (для случая симметричной нагрузки) приведена в первом издании. Общие формулы в виде алгебраических многочленов для определения $\delta_{uv,ij}$ при любых α приведены в нашей статье [33].

Симметрия и обратная симметрия осадок грунта относительно осей x и y сопряжены с симметрией и обратной симметрией относительно тех же осей, действующих на грунт давлений. Это совершенно очевидно с механической точки зрения. Положение подтверждается упомянутыми выше формулами (339) и (341), согласно которым:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_{2u,\,2v,\,2i+1,\,2j} = 0; & \delta_{2u,\,2v,\,2i,\,2j+1} = 0; \\ \delta_{2u+1,\,2v,\,2i,\,2j+1} = 0; & \delta_{2u,\,2v+1,\,2i+1,\,2j} = 0. \\ \delta_{2u+1,\,2v+1,\,2i,\,2j} = 0; & \end{array}\right\} \tag{445}$$

Из контактного условия следует, что при нагрузке центральной сосредоточенной силой осадки под жесткой плитой должны быть постоянными

$$w\,(x,\ y) = A_{00}. \tag{446}$$

Следовательно, в уравнении (442) коэффициенты во всех членах, где x и y входят в степени выше нулевой, должны обратиться в нуль. На основании формул (434), (443), (444), (445) это условие при $\bar{n}=2n$ приводит к следующей системе уравнений:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} \sigma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}\, a_{2i,\,2j} = 0 \tag{447}$$

($u=0, 1, 2, \ldots$; $v=0, 1, 2, \ldots$; $u+v>0$).

Уравнение равновесия (438) и контактные уравнения (447) позволяют определить все неизвестные коэффициенты $a_{2i,2j}$. Этих неизвестных $1/2\ n(n+3)+1$; следовательно, система для определения неизвестных должна состоять из уравнения (438) и первых $1/2\ n(n+3)$ уравнений системы (447), отобранных на основе условия $u+v<n$. Таким образом, в нашем приближенном решении в уравнении осадок (442) окажутся приравненными нулю все члены (кроме постоянного) до $2n$-го порядка включительно.

При $n=2$, $u=6$ и неквадратной форме фундамента система состоит из 10 уравнений относительно 10 неизвестных. В случае квадрата в силу равенства $a_{2i,2j}=a_{2i,2j}$ число уравнений и

неизвестных сокращается до 6. Случай квадратной плиты нами решен и при $\bar{n}=8$. Число уравнений и неизвестных в этом случае равнялось 9.

В случае нагрузки моментом m_x поверхность грунта под жесткой плитой должна представлять наклонную плоскость, определяемую уравнением

$$w\,(x,\ y) = A_{1,0}\, x. \tag{448}$$

Следовательно, аналогично предыдущему случаю при $\bar{n}=2n+1$ имеем систему для определения неизвестных $a_{2i+1,2j}$, состоящую из уравнения (440) и $1/2\ n(n+3)$ уравнений:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-1} \sigma_{2u+1,\,2v}^{2i+1,\,2j}\, a_{2i+1,\,2j} = 0 \tag{449}$$

($u=0, 1, 2, \ldots$; $v=0, 1, 2, \ldots$; $0<u+v<n$).

При $\bar{n}=2n+1=7$ число уравнений и неизвестных равно 10.

Аналогично при нагрузке моментом m_y на основе условия

$$w\,(x,\ y) = A_{0,1}\, y \tag{450}$$

получаем уравнения

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} \sigma_{2u,\,2v+1}^{2i,\,2j+1}\, a_{2i,\,2j+1} = 0, \tag{451}$$

которые совместно с уравнением (441) определяют неизвестные $a_{2i,2j+1}$.

Подставив найденные значения $a_{2i,2j}$, $a_{2i+1,2j}$, $a_{2i,2j+1}$ соответственно в уравнения (434), (435) и (436), получим уравнения для определения давлений, возникающих от действия каждого из компонентов нагрузки.

Осадка плиты A_{00} (при действии силы P_0) и углы поворота $A_{1,0}/a$ и $A_{0,1}/b$ (при действии моментов m_x и m_y) определяются на основе уравнения (443).

Вычисленные указанным способом осадки и углы поворота прямоугольных плит (см. табл. 77 и 78) оказываются заведомо несколько преувеличенными против их точного значения. Это явствует, например, из сравнения величин K_1 и K_2, полученных при $\bar{n}=5$ (табл. 78 а) и при $n=7$ (см. табл. 78 б). По мере уточнения решения осадки и углы поворота непрерывно уменьшаются.

Попробуем оценить погрешность приведенных в таблицах значений K_0, K_1, K_2 по сравнению с их точным значением.

Для этого рассмотрим, во-первых, с какой скоростью убывают значения K_0 с увеличением степени многочлена давлений. Для примера возьмем квадратную плиту, доведя последнее при-

ближение до степени $n=2n=8$ (это приближение в дальнейшем будет нами неоднократно использоваться):

$$2n=0;\quad p=\frac{P}{F};\quad K_0=1{,}12;$$

$$2n=2;\quad p=[0{,}651+0{,}523\ (x^2+y^2)]\ \frac{P}{F};\quad K_0=0{,}986;$$

$$2n=4;\quad p=[0{,}587+0{,}319\ (x^2+y^2)+0{,}523\ (x^4+y^4)-$$

$$-0{,}023\,x^2y^2]\ \frac{P}{F};\quad K_0=0{,}945;$$

$$2n=6;\quad p=[0{,}556+0{,}267\ (x^2+y^2)+0{,}301\ (x^4+y^4)-$$

$$-0{,}017\,x^2y^2+0{,}501\ (x^4+y^6)+0{,}032\ (x^4y^2+x^2y^4)]\ \frac{P}{F};$$

$$K_0=0{,}925;$$

$$2n=8;\quad p=[0{,}541+0{,}248\ (x^2+y^2)+0{,}251\ (x^4+y^4)-$$

$$-0{,}008\,x^2y^2+0{,}280\ (x^6+y^6)+0{,}042\ (x^4y^2+x^2y^4)+$$

$$+0{,}499\ (x^8+y^4)+0{,}079\ (x^6y^2+x^2y^6)-0{,}186\,x^4y^4]\ \frac{P}{F};$$

$$K_0=0{,}913.$$

Каждое последующее приближение дает по сравнению с предыдущими уменьшение коэффициента K_0 соответственно на 13,6; 4,3; 2,2; 1,3%. При этом результаты решения для квадратного штампа становятся очень близкими к решению задачи для круглого штампа, согласно которому [см. формулы (188) и (190)] значение давления в центре $p=0{,}5\ P/F$, а коэффициент $K_0=0{,}89$. Покажем, что последнее из выписанных выше приближений для K_0 должно превышать точное значение K_0 примерно на 4%. Для этой цели воспользуемся следующей, как нам кажется, весьма правдоподобной, гипотезой.

Будем считать, что средняя осадка абсолютно гибкой квадратной плиты (при равномерной нагрузке) так относится к осадке абсолютно жесткой квадратной плиты, как средняя осадка абсолютно гибкой круглой плиты относится к осадке абсолютно жесткой круглой плиты. Поскольку точное значение K_0 для трех из упомянутых случаев известно [137, 187], то из соответствующей пропорции $0{,}95:K_0=0{,}96:0{,}89$ определяем наиболее вероятное значение для абсолютно жесткой квадратной плиты $K_0=0{,}88$. Это значение на 3,7% меньше, чем значение, полученное при $2n=8$, и на 5,1% меньше, чем при $2n=6$. Такой же

вывод получается и при проверке другого предельного случая $\alpha=10$.

Эти соображения заставили нас уменьшить помещенные в табл. 77 данные на 5% и составить на этой основе график уточненных значений K_0 (см. рис. 148), которым мы рекомендуем пользоваться для определения этого коэффициента при всех значениях $1\leqslant\alpha\leqslant10$.

Оценивая погрешности в значениях K_1 и K_2 для моментной нагрузки, можно прежде всего отметить, что значения этих величин, полученные при степени многочлена $2n+1=7$ (табл. 78 б), примерно на 5% меньше соответствующих значений при $2n+1=5$ (табл. 78 а).

Далее, для случая $\alpha=10$ можно произвести сравнение решения для абсолютно жесткой плиты с решением для абсолютно жесткой балки, найденным при $2n+1=11$ (часть четвертая, табл. 53).

Преувеличение для K, полученное расчетом для плиты, оказывается 7% (при $2n+1=7$) и 13,5% (при $2n+1=5$).

Для жесткой балки момент m_y будет крутящим моментом. Угол поворота жесткой балки под воздействием крутящего момента определяется формулой (387) главы IV, части четвертой, в которой следует положить $m_k=\varepsilon-m_y$. Формула (387) части четвертой легко привести ко второй формуле (424) настоящей главы, если положить

$$K_2=\frac{2}{\pi\alpha}.$$

При $\alpha=10$ по этой формуле получаем для балки $K_2=0{,}064$.

Преувеличение K_2, даваемое расчетом для плиты, составляет 9% при $2n+1=7$ и 15% при $2n+1=5$.

Заметим теперь, что значения K_1 и K_2, соответствующие случаю $\alpha=10$, можно рассматривать как два предельных значения какой-либо одной из этих величин (при действии момента одного фиксированного направления) при непрерывном изменении отношения сторон плиты от $\alpha=10$ до $\alpha=1/10$. Поэтому, установив величину ошибки для этих пределов при $2n+1=5$ примерно в 15%, а при $2n+1=7$ в 10%, можно исправить и промежуточные значения, помещенные в табл. 78, соответственно их уменьшив. На основе такого исправления и построены графики уточненных величин K_1 и K_2 (см. рис. 149 и 150).

В заключение выскажем несколько замечаний, связанных с видом приведенных в § 1 уравнений реактивных давлений при симметричной нагрузке для прямоугольных плит и тех же уравнений в настоящем параграфе для квадратных плит.

1. Анализ хода изменений первого (свободного) члена в уравнениях давлений a_{00} для квадратных плит при возрастании со степени многочлена позволяет утверждать, что точное значе-

ние давлений в центре квадратной плиты равно 0,5 P/F (как и для круглого штампа) или очень близко к этой величине.

2. Весьма малые значения в тех же уравнениях коэффициентов при произведениях $x^{2i}y^{2j}$, где $i>0$, $j>0$, а также падение их значения с возрастанием степени многочлена позволяют предполагать, что точное решение для $p\ (x,y)$ в случае квадратной плиты имеет форму суммы двух функций — только от x и только от y.

Соображения, приведенные в пп. 1 и 2, могут помочь при поисках этого, до сих пор не найденного точного в математическом отношении решения.

3. Очень интересной является тенденция к совпадению значений коэффициентов при различных степенях x и y, проявляющаяся при возрастании α во всех случаях нагрузки. Так, при нагрузке P и $\alpha=10$ совпадают в пределах двух значащих цифр свободный член и член при y^6, коэффициент при x^2 и при x^2y^4 и т. д.

Если при $\alpha=10$ воспользоваться предельными значениями $\sigma_{2u,\,2u}^{2i,\,2j}$ (см. строку $\alpha>10$ в табл. 126 первого издания книги), то мы получим точное совпадение указанных коэффициентов:

$$p\ (x,\ y)=\left[0{,}6121\left(1+\frac{3}{5}\ y^2+\frac{3}{5}\ y^4+y^6\right)+\right.$$

$$+0{,}1008\,x^2\left(1+\frac{2}{3}\ y^2+y^4\right)+0{,}1086\,x^4\ (1+y^2)+$$

$$\left.+\ 0{,}1994\,x^6\right]\frac{P}{\sqrt{F}}\ .$$

Отмеченное явление находится в прямой связи с подобным же явлением, наблюдающимся при решении плоской задачи; его анализ дан нами в статье [24].

4. Как видно из приведенного в предыдущем пункте уравнения для $p\ (x,y)$, переход к предельным формулам при $\alpha=10$ почти не отражается на законе реактивных давлений [сравни это уравнение с уравнением (420) и табличными данными к нему в последней строке табл. 74]. Еще меньше этот переход отражается на осадках (по предельной формуле $K_0=0{,}7062$ вместо действительного значения, вычисленного нами с меньшим числом значащих цифр, $K_0=0{,}71$). То же самое можно было бы констатировать и в случае моментных нагрузок. Это обстоятельство может служить одним из доказательств обоснованности того пренебрежения величинами порядка $1/\alpha^2$ и меньшими в коэффициентах ряда осадок, на котором построена теория расчета балок в пространственных условиях [см. (348)].

Глава II. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ГИБКИХ И ЖЕСТКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ ПРИ НАГРУЗКАХ СПЛОШНОЙ И СИЛОВОЙ ПО КРАЯМ

А. ОБЩИЙ МЕТОД РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Расчет на прочность прямоугольных плит на упругом основании является наиболее сложным из всех расчетов, рассматриваемых в этой книге. Конечно, и этот расчет может быть радикально упрощен при помощи составления таблиц или графиков безразмерных расчетных величин, которые в настоящее время имеются лишь для небольшого числа расчетных случаев. В остальных случаях приходится проводить расчет на основе составления и решения большого числа уравнений (10 уравнений с 10 неизвестными) и вычисления значений расчетных величин по довольно громоздким формулам. Эта работа может быть оправдана только в случае таких, например, ответственных и дорогостоящих конструкций, какими являются коробчатые фундаменты многоэтажных зданий. В иных случаях рекомендуется пользоваться упрощенными схемами, о которых будет сказано ниже.

Чтобы не затруднять читателя усвоением сложных общих методов расчета в тех случаях, когда имеется возможность использовать те или иные готовые данные, мы придерживаемся в этой главе такого порядка изложения, при котором различные случаи расчета излагаются в порядке возрастающей сложности.

Использование готовых данных (графиков безразмерных величин, ряда вспомогательных таблиц и т. д.) возможно и без ознакомления с общей теорией расчета прямоугольных плит на упругом полупространстве, излагаемой в § 4. Однако с основными положениями теории изгиба прямоугольных плит читатель должен быть заранее знаком, так как иначе ему будет непонятен смысл проводимого им расчета. Эти краткие сведения мы и даем в настоящем параграфе.

При расчете на прочность гибких плит при сплошной нагрузке, распределенной по всей плите, мы будем пользоваться дифференциальным уравнением изгиба тонкой плиты, имеющим в приведенных к ее полусторонам координатах x и y следующий вид:

$$\frac{D}{a^2b^2}\left(\beta\ \frac{\partial^4}{\partial x^4}+2\ \frac{\partial^4}{\partial x^2\,\partial y^2}+\alpha^2\ \frac{\partial^4 Y}{\partial y^4}\right)=q\ (x,\ y)-p\ (x,\ y),\quad (452)$$

где

$$\alpha=\frac{a}{b}\ ;\qquad \beta=\frac{1}{\alpha}.$$

Здесь: Y — прогиб плиты; $D = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_1^2)}$ — цилиндрическая жесткость плиты; E_1 и ν_1 — соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала плиты; h — ее толщина; $g(x,y)$ — интенсивность внешней нагрузки; $p(x,y)$ — реактивные давления грунта.

Уравнение (452) играет при расчете прямоугольных плит, изгибающихся в двух направлениях x и y, ту же роль, какую играет дифференциальное уравнение изгиба балки:

$$\frac{E_1 I}{a^4} \cdot \frac{d^4 Y}{d x^4} = q(x) - p(x), \tag{453}$$

работающей только в одном направлении x*.

Несмотря на то что уравнение (452) называется уравнением изгиба тонких плит, оно применимо для расчета подавляющего большинства прямоугольных плит на упругом основании, встречающихся в расчетной практике: акад. Б. Г. Галеркиным было показано [16], что это уравнение может быть использовано даже в том случае, если толщина плиты относится к ее ширине, как 1:3. Вот почему даже расчет коробчатых фундаментов высотных зданий, где высота коробки, принимаемой в целом за плиту, достигает 6—8 *м*, исходит из применения формулы (452).

Напомним, что под жесткими плитами мы понимаем такие плиты, которые, передавая на грунт внешнюю нагрузку, вызывают реактивные давления, практически не отличающиеся от давлений, вызываемых при той же нагрузке абсолютно жесткой плитой. Это отнюдь не противоречит тому, что такие плиты все же будут работать на изгиб и что их толщина может быть настолько небольшой, что к ним применимы теория тонких плит, и, следовательно, уравнение (452).

Изгибающие моменты в прямоугольной плите, стремящиеся изогнуть плиту в продольном направлении $x(M_x)$ и в поперечном направлении $y(M_y)$, определяются по формулам:

$$M_x = -\frac{D}{a^2}\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + \nu_1 \alpha^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}\right); \tag{454}$$

$$M_y = -\frac{D}{b^2}\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \nu_1 \beta^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right). \tag{455}$$

Моменты M_x имеют различные значения в каждой точке $M(x_0, y_0)$ плиты; они изменяются также и в пределах одного и того же поперечного сечения плиты (см. прямую AA на рис. 151).

Так как моменты M_x и M_y определяются для отдельных точек плиты, а не для отдельных поперечных сечений (как это

* Наличие величины a^4 в уравнении (453), где a — полудлина балки, связано с тем, что уравнение написано не в действительных, а в приведенных координатах.

имеет место для балок), размерность их выражается в тоннах. Иначе говоря, значения M_x и M_y можно рассматривать как значения моментов, отнесенные к полосе шириной, равной единице, выделенной из плиты в том направлении, в котором действует вычисленный момент.

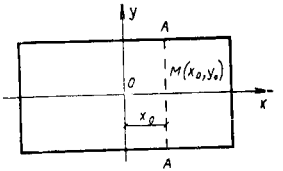


Рис. 151. Схема, поясняющая определение изгибающих моментов в точках плиты

Поперечные силы в плите, действующие в направлениях x и y, определяются по формулам

$$N_x = -\frac{D}{a^3}\left(\frac{\partial^3 Y}{\partial x^3} + \alpha^2 \frac{\partial^3 Y}{\partial x\, \partial y^2}\right); \tag{456}$$

$$N_y = -\frac{D}{b^3}\left(\frac{\partial^3 Y}{\partial y^3} + \beta^2 \frac{\partial^3 Y}{\partial x^2\, \partial y}\right). \tag{457}$$

В отношении поперечных сил справедливы те же замечания, что были сделаны и для изгибающих моментов. Размерность поперечных сил при расчете плит — *тс/м*.

В отличие от балок в прямоугольных плитах при любой вертикальной нагрузке возникают еще крутящие моменты, определяемые формулой

$$H_x = -H_y = -\frac{D(1-\nu_1)}{ab} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial x\, \partial y}. \tag{458}$$

Размерность крутящих моментов в плите та же, что и изгибающих моментов, т. е. в тоннах.

В формулах расчетных величин (454)—(458) приняты приведенные координаты.

Как и при расчете балки на упругом основании (в случае, если ее концы свободны), где накладываются условия на концах $x=1$ и $x=-1$, так и при расчете плит накладываются условия на ее краях. Этих условий четыре:

1) условие, согласно которому изгибающий момент M_x обращается в нуль вдоль малых (поперечных) краев плиты, или

$$(M_x)_{x=\pm 1} = 0; \tag{459}$$

2) аналогичное условие для изгибающих моментов M_y:

$$(M_y)_{y=\pm 1} = 0; \tag{460}$$

3) условие, накладываемое на поперечные силы N_x и на крутящие моменты H_x вдоль малых (поперечных) краев плиты:

$$\left(N_x + \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)_{x=\pm 1} = 0; \qquad (461)$$

4) аналогичное условие, накладываемое на поперечные силы N_y и на крутящие моменты H_y*:

$$\left(N_y + \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial x}\right)_{y=\pm 1} = 0. \qquad (462)$$

Обращаем внимание на то, что в отличие от расчета балок при расчете плит поперечные силы у краев плиты, свободной от краевой нагрузки, не равны нулю, хотя обычно и получаются очень небольшими. Но суммарное значение (интеграл) всех поперечных сил N_x на краях $x=+1$ и $x=-1$ обращается в этом случае в нуль; аналогичное положение справедливо и для N_y.

Особенное значение имеет следующее принципиальное отличие расчета плит от расчета балок.

При расчете балок, если известны внешние и реактивные силы, действующие на балку, можно простейшим приемами определить изгибающий момент в любом сечении балки. Для этого достаточно использовать статические условия равновесия, не прибегая к уравнению (453) и известному уравнению сопротивления материалов, связывающих прогибы балки с величиной изгибающего момента. Например, при нагрузке балки несколькими сосредоточенными силами P_i можно определить момент в каком-либо сечении x на основе равенства

$$M_x = S_x\, a_x - \sum_i P_i\, d_{ix}. \qquad (463)$$

В этом равенстве через S_x обозначена площадь части эпюры реактивных давлений, находящейся левее данного сечения; a_x — расстояние от центра тяжести этой части эпюры до сечения x; d_{ix} — расстояния от сосредоточенных сил P_i до того же сечения. Знак суммы распространяется только на силы, приложенные левее сечения x.

При расчете плит, даже в тех случаях, когда помимо распределения внешней нагрузки заранее известно и распределение реактивных давлений, определить непосредственно по этим нагрузкам изгибающие моменты в плите нельзя. Чтобы вычислить значения моментов M_x и M_y, необходимо определить уравнение изгиба плиты путем интегрирования уравнения (452), затем, дифференцируя уравнение изгиба, установить моменты по формулам (454) и (455). Разумеется, это положение относится и к определению поперечных сил.

Эти соображения показывают практическую невозможность использования для расчета на прочность грубо приближенных способов определения реактивных давлений на жесткую плиту, при которых они устанавливаются в виде отдельных сосредоточенных сил или в виде пространственной ступенчатой эпюры [69, 149, 187]. Реактивные давления должны быть обязательно определены в виде некоторого аналитического выражения $p=p\,(x, y)$ (см. главу I, § 4), которое можно было бы подставить в дифференциальное уравнение (452); решение уравнения (452) и дает возможность определить изгибающие моменты.

Единственное, что можно установить непосредственно из распределения внешних и реактивных нагрузок, это суммарное значение момента, приходящегося на какое-либо сечение плиты ($M_{x\Sigma}$). Например, для сечения AA, находящегося на расстоянии $x=x_0$ от середины плиты (см. рис. 151), мы не можем установить значение M_x в каждой точке этого сечения, но можем определить его суммарное значение:

$$M_{x\Sigma} = b \int_{-1}^{1} M\,(x_0\, y)\; d\,y \qquad (464)$$

[полуширина b вошла в формулу (464) вследствие соотношения $dy' = b\,dy$].

Величину $M_{x\Sigma}$ можно установить и без применения формулы (464) — непосредственно статическим расчетом по равенству (463), положив в этом равенстве $M_x = M_{x\Sigma}\,(x)$. Разумеется, что при использовании для плит в этих целях равенства (463) придется рассматривать не реактивные давления, действующие в каждой точке плиты $p\,(x,y)$ (в $тс/м^2$), а реактивные давления $p\,(x)$, приходящиеся на каждое поперечное сечение плиты:

$$p\,(x) = b \int_{-1}^{1} p(x,\; y)\; d\,y \;\; тс/м, \qquad (465)$$

подобно тому как делается и при расчете балок.

Аналогично можно определять и значение суммарных поперечных сил, приходящихся на все сечение плиты.

Такой расчет плит, при котором расчетные величины устанавливаются не для отдельных точек плиты, а для отдельных сечений, будем называть балочным расчетом плит. Этот расчет позволяет устанавливать суммарное количество арматуры, необходимое для всего сечения плиты, но не дает возможности правильно распределить ее в пределах сечения. Так, например, обычно значения моментов M_x оказываются на прямой AA (см. рис. 151) большими вблизи оси x и меньшими (хотя и отличными от нуля) вблизи продольных краев плиты. Поэтому равномерное распределение продольной арматуры в плите может не обеспе-

* При наличии силовой нагрузки интенсивностью P_1', $тс/м$ на поперечных краях и P_2', $тс/м$ на продольных краях в уравнениях (461) и (462) появятся в правой части соответственно члены $\pm P_1'$ и $\pm P_2'$, двойной знак в которых сопряжен с двойным знаком в левой части тех же уравнений.

чить прочности отдельных участков плиты, если даже общего ее количества достаточно. Чтобы правильно сгустить арматуру в средней части сечения за счет армирования вблизи края, необходимо знать значения M_x, полученные по плитному расчету.

Аналогичные соображения можно высказать и по поводу армирования на скалывание по поперечным силам. Крутящие же моменты в плите, требующие дополнительного армирования, вообще не могут быть установлены по балочному расчету.

В приводимых в следующих параграфах рекомендациях и таблицах для расчета жестких и гибких плит мы ограничиваемся случаями, когда внешняя нагрузка симметрична по отношению каждой из осей x и y. Кроме того, следует оговорить, что все числовые значения в формулах и таблицах этих параграфов относятся к случаю, когда коэффициент Пуассона материала плит $\nu_1 = 1/6$, т. е. к случаю железобетонных плит.

§ 2. РАСЧЕТ ЖЕСТКИХ ПЛИТ

К расчетной категории жестких плит мы относим плиты, показатель гибкости которых r (величина отвлеченная)

$$r = \frac{\pi a^2 b E_0}{D(1-\nu_0^2)} = \frac{3\pi F a E_0 (1-\nu_1^2)}{E_1 h^0 (1-\nu_0^2)} \qquad (466)$$

удовлетворяет неравенству

$$r < \frac{4}{\alpha}. \qquad (467)^*$$

Для облегчения расчета можно пользоваться данными, относящимися к жестким плитам, и при значениях r, бо́льших тех, которые определяются условием [467]. Но в этом случае расчет будет давать некоторый излишек запаса прочности, тем больший, чем сильнее r отступает от значений, определяемых условием (467).

Наиболее просто расчет может быть выполнен в случае, когда сплошная нагрузка равномерна ($q = const$), силовая нагрузка отсутствует и плита имеет отношение сторон либо $\alpha = 1$ (квадрат), либо $\alpha = 2$. Для этих случаев составлены графики безразмерных расчетных величин, приведенные на рис. 152 ($\alpha = 1$) и рис. 153 ($\alpha = 2$). График для $\alpha = 1$ построен на основе решения задачи при помощи полинома восьмой степени для реактивных давлений (см. главу I, § 4). График для $\alpha = 2$ построен на основе менее точного решения при помощи полинома шестой степени (см. главу I, § 1).

* В первом издании нашей книги в критерий r (467) вкралась ошибка. Значение r устанавливается (см. главу I, § 4) из рассмотрения аналогичных величин для равновеликой жесткой круглой плиты (часть третья, глава I, § 1) и для балок конечной длины (часть четвертая, глава I, § 3).

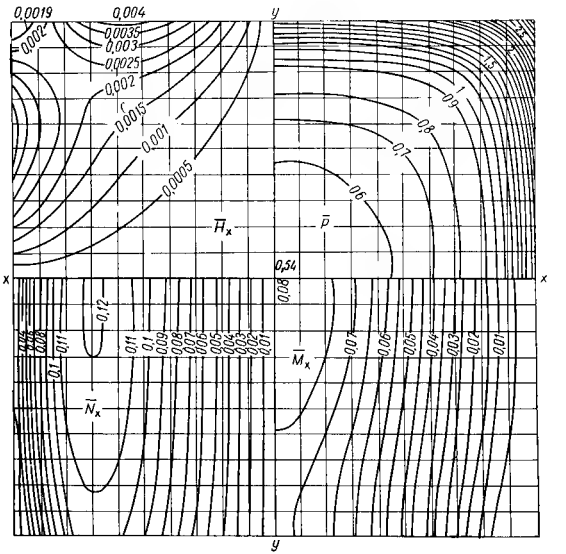


Рис. 152. Графики безразмерных расчетных величин для жесткой равномерно нагруженной квадратной плиты

Проставленные на графиках рис. 152 и 153,*а* значения безразмерных величин реактивных давлений p, изгибающих моментов $\overline{M}_x$, поперечных сил $\overline{N}_x$ и крутящих моментов H_x позволяют определить действительные значения тех же величин при помощи формул перехода

$$p = pq; \quad M_x = \overline{M}_x a^2 q; \quad N_x = \overline{N}_x a q; \quad H_x = \overline{H} a b q. \qquad (468)$$

Каждой из перечисленных расчетных величин отведено по $1/4$ площади каждой плиты. Нанесенные квадратная или прямоугольные сетки через 0,1 a и 0,1 b позволяют установить значение расчетных величин в любой точке плиты с точностью, достаточной для практических целей.

Чтобы определить значения M_y и N_y для квадратной плиты, достаточно произвести перемену осей x и y. Кроме того, при поль-

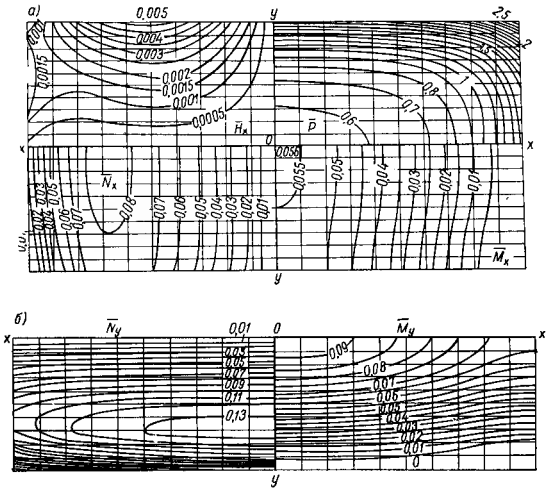


Рис. 153. Графики безразмерных расчетных величин для жесткой нагруженной прямоугольной плиты с отношением сторон $\alpha=2$

зовании графиком рис. 152 следует помнить, что знак величины $\bar{N}_x$ относится к точкам левой (для $\bar{N}_y$ — нижней) половины квадрата. Для другой половины — знак обратный. Величина $\bar{H}_y$ определяется равенством $\bar{H}_y = -\bar{H}_x$.

Для прямоугольной плиты при $\alpha=2$ значения M_y и N_y определяются при помощи графика на рис. 153, *б*. Переходные формулы для величин M_y и N_y такие же, как и для M_x и (468), но с заменой в них *a* на *b*. Крутящие моменты H_y для прямоугольной плиты, как и для квадратной, определяются равенством $H_y = -H_x$.

Уравнения изгиба плиты, на основе которых с использованием формул (454)—(458) были получены уравнения безразмерных величин для построения графиков на рис. 152 и 153, были опубликованы в первом издании нашей книги. В уравнение прогибов для плиты с отношением сторон $\alpha = 2$ вкралась опечатка. Коэффициент в последнем члене этого уравнения должен быть не $-2706 \cdot 10^{-7}$, а $-2706 \cdot 10^{-8}$.

На рис. 154, *а* приведен полученный на основе последнего уравнения график равных безразмерных относительных прогибов Y для $^1/_4$ плиты. Переходная формула к действительным относительным прогибам

$$Y^* = \bar{Y}^* \frac{a^2 b^2}{D} q. \qquad (468')$$

Действительные общие прогибы (осадки) плиты можно получить, принимая, что осадка центра жесткой плиты определяется согласно положениям § 1, главы I. Смещения же точек плиты относительно ее центра определяются приведенными данными для относительных прогибов. Величина относительных прогибов жестких плит очень мала по сравнению с их общими осадками.

График, изображенный на рис. 154, *а*, может служить для проверки неравномерности осадок конструкций, опирающихся на одну и ту же фундаментную плиту. Распределение реактивных давлений, соответствующие предположению, что плита является абсолютно жесткой, наиболее невыгодное из всех возможных в отношении величины относительных прогибов плиты при заданной жесткости. Поэтому при положительном результате проверки, проведенной по рис. 154, *а*, может утверждать следующее. Для любого значения показателя гибкости плиты r при действительных давлениях, соответствующих конечной жесткости плиты и образованию пластических деформаций в грунте у краев плиты, неравномерность осадок конструкций тем более будет в пределах допустимых.

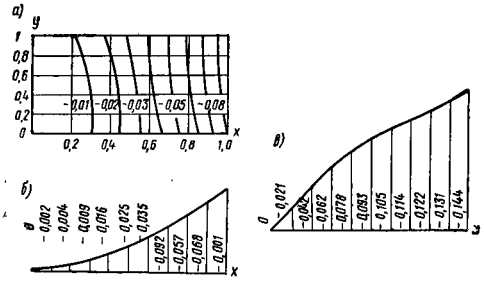


Рис. 154. Безразмерные прогибы и углы наклона жесткой прямоугольной плиты при отношении сторон $\alpha=2$

а относительные прогибы плиты Y^*, *б* — относительные прогибы Y^* вдоль оси x; *в* — углы наклона плиты $\overline{tg\,\varphi_x}$ вдоль оси x

Относительные осадки Y^* вдоль оси x приведены на рис. 154,*б*. Отрицательные значения их означают, что средняя часть плиты претерпевает бо́льшие осадки, чем края.

В некоторых случаях проектировщика интересует не столько величина стрелы прогиба плиты, сколько углы наклона плиты к горизонту. В частности, с этим вопросом приходится сталкиваться при проектировании фундаментов высотных зданий, где отдельные элементы каркаса, опирающиеся на фундамент, не должны иметь перекос больше заданной величины. В нашем случае при $\alpha=2$ угол наклона плиты (вдоль оси x) можно определить из уравнения для Y^* (x,y), продифференцировав его по $x'-ax$.

Соответствующая эпюра углов наклона изображена на рис. 154, *в*. Формула перехода от значений $\operatorname{tg}\varphi_x$ к действительным углам наклона $\operatorname{tg}\varphi_x$:

$$\operatorname{tg}\varphi_x = \overline{\operatorname{tg}\varphi_x}\,\frac{ab^2}{D}\,q. \qquad (468'')$$

Переходим теперь к случаю, когда отношение сторон плиты α не совпадает с теми значениями, для которых построены графики на рис. 152 и 153, или когда нагрузка на плиту не равномерна, а распределена по некоторому закону $q\ (x,y)$.

Разумеется, что в случае, если значение α является промежуточным между $\alpha = 1$ и $\alpha = 2$, значения расчетных величин с некоторым приближением могут быть установлены при помощи интерполяции по графикам на рис. 152 и 153. Кроме того, в порядке приближения при равномерной нагрузке допустимо использовать график 153 и при значениях α, несколько превышающих значение $\alpha = 2$, например до $\alpha = 2{,}5$.

Во всех других случаях приходится обращаться либо к менее достоверным, либо к более сложным способам расчета.

В качестве менее достоверного расчета можно воспользоваться упомянутым в § 1 балочным расчетом жестких плит. Для значений $\alpha>2$ этот расчет следует проводить для продольного направления плиты. Для расчета в поперечном направлении из плиты в этом же направлении должны выделяться полоски шириной 1 *м*, которые рассчитываются как жесткие полосы в условиях плоской задачи по правилам п. 6, § 2, главы I, части второй. Этот расчет в поперечном направлении будет тем менее точен, чем неравномернее распределение внешней нагрузки в продольном направлении и чем ближе расположена выделенная полоска к меньшему краю плиты.

Что же касается балочного расчета в продольном направлении, то он проводится в соответствии с уравнениями распределения суммарных реактивных давлений $p\ (x)$, приходящихся на каждое поперечное сечение плиты в *тс/м* и определяемых на основе равенства (465). Если выражение для реактивных давлений $p\ (x,\ y)$ представляло собой двойной многочлен шестой степени [см главу I, формулу (420)], то, проведя интегрирование

этого выражения по y', получим выражение для $p\ (x)$ в виде одинарного многочлена относительно x также шестой степени:

$$p\ (x) = (a_0 + a_2 x^2 + a_4 x^4 + a_6 x^6)\ q, \qquad (469)$$

где $q = P_0/2a$ — средняя нагрузка на 1 *пог. м* плиты в *тс/м*.

Значение коэффициентов a_{2i} в уравнении (469) определяется для жестких плит в зависимости от отношения сторон по табл. 82.

Таблица 82

Значения коэффициентов a_{2i} в уравнении реактивных давлений под жесткими плитами $p(x)$ на 1 *пог. м* плиты

α	a_0	a_2	a_4	a_6
1	0,777	0,268	0,312	0,501
1,5	0,801	0,253	0,248	0,470
2	0,817	0,231	0,216	0,433
3	0,844	0,207	0,192	0,353
5	0,871	0,181	0,163	0,247

Если внешняя нагрузка задана в виде уравнения $q = q\ (x)$, то значение суммарного изгибающегося момента, приходящегося на все поперечное сечение плиты, может быть получено на основании обычных правил сопротивления материалов при помощи двукратного интегрирования разности $p\ (x) - q\ (x)$*. Так же просто может быть проведен расчет при нагрузке плиты рядами сосредоточенных сил. В этом случае определяется суммарная нагрузка, передаваемая плите каждым рядом сил, и плита рассчитывается как балка, нагруженная несколькими силами P_i. Четырехкратное интегрирование дает возможность определить прогибы плиты в продольном направлении.

Можно избежать интегрирования уравнения реактивных давлений (469) при определении изгибающих моментов, если воспользоваться таблицей безразмерных реактивных давлений p (приходящихся на погонный метр плиты) в зависимости от отношения сторон α (табл. 83).

Для перехода от табличных значений $\bar{p}$ к действительным значениям p служит равенство

$$p = \bar{p}\,q,$$

где $q = \dfrac{P_0}{2a}$ — средняя нагрузка на 1 *пог. м* плиты.

Построив эпюру действительных реактивных давлений, можно без труда определить значение суммарного изгибающего мо-

* При интегрировании не следует забывать, что уравнение (469) написано в приведенных координатах. Поэтому само интегрирование тоже должно проводиться при пределах, соответствующих приведенным абсциссам, и окончательный результат должен умножаться на a^2.

Таблица 83

Безразмерные реактивные давления $\bar{p}$ под жесткими плитами (на 1 *пог. м* плиты)

α	ξ										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	0,777	0,780	0,788	0,804	0,830	0,871	0,937	1,042	1,208	1,465	1,858
1,5	0,801	0,804	0,812	0,826	0,850	0,887	0,946	1,040	1,188	1,418	1,772
2	0,817	0,819	0,827	0,840	0,861	0,895	0,948	1,036	1,167	1,376	1,697
3	0,844	0,846	0,853	0,864	0,883	0,913	0,960	1,033	1,148	1,325	1,596
5	0,871	0,873	0,879	0,889	0,905	0,930	0,969	1,026	1,118	1,256	1,462

мента, приходящегося на каждое поперечное сечение плиты. Для этого эпюра разбивается на ряд участков, и момент от давлений в пределах каждого участка определяется как произведение площади участка на расстояние от центра тяжести до рассматриваемого сечения. Сумма этих элементарных моментов и будет представлять собой момент в сечении от реакций грунта. Так же элементарно определяются и поперечные силы.

Переходим к изложению плитного расчета в случае неравномерного распределения внешней нагрузки.

Рассмотрим два наиболее характерных случая, для которых нами составлены таблицы, освобождающие от необходимости решать системы уравнений.

1. Жесткая квадратная плита несет сплошную нагрузку, симметричную относительно обеих координатных осей. Предположим, что уравнение распределения этой нагрузки можно представить в виде двойного многочлена шестой степени

$$q\ (x,\ y) = b_{00} + b_{20}\ (x^2 + y^2) + b_{40}\ (x^6 + y^4) + b_{22}\, x^2 y^2 + \\ + b_{60}\ (x^6 + y^6) + b_{42}\ (x^4 y^2 + x^2 y^4). \qquad (470)$$

Все коэффициенты b_{2i2j} предполагаем выраженными в *тс/м*^{2}.

Обычно такая точность в установлении приближенного уравнения распределения внешней нагрузки не требуется, и достаточно обходиться меньшим числом членов в уравнении (470). Если, например, достаточно представить уравнение распределения так, чтобы по осям x и y реактивные давления распределялись по закону квадратной параболы, то в уравнении (470) нужно положить $b_{40} = b_{22} = b_{60} = b_{42} = 0$.

Уравнения прогибов квадратной плиты при нагрузке, симметричной относительно обеих координат, будут иметь вид

$$Y\ (x,\ y) = B_{00} + B_{20}\ (x^2 + y^2) + B_{40}\ (x^6 + y^4) + B_{22}\, x^2 y^2 + \\ + B_{60}\ (x^6 + y^6) + B_{42}\ (x^6 y^2 + x^2 y^4) + B_{60}\ (x^6 + y^4) + \\ + B_{62}\ (x^6 y^2 + x^2 y^6) + B_{44}\, x^4 y^4 + B_{10,0}\ (x^{10} + y^{10}) + \\ + B_{82}\ (x^8 y^2 + x^2 y^8) + B_{64}\ (x^6 y^4 + x^4 y^4). \qquad (471)$$

Свободный член этого многочлена B_{00} выражает осадку центра жесткой квадратной плиты. Эта осадка определяется по формуле (423) (глава I), причем, согласно графику на рис. 148, в этой формуле $K = 0{,}88$.

Для определения остальных коэффициентов $B_{2u,2v}$ в уравнении (471) введем обозначения

$$\left.\begin{aligned} \bar{a}_{00} &= a_{00} - b_{00}; & \bar{a}_{60} &= a_{60} - b_{60}; \\ \bar{a}_{20} &= a_{20} - b_{20}; & \bar{a}_{42} &= a_{42} - b_{42}. \\ \bar{a}_{40} &= a_{40} - b_{40}; \end{aligned}\right\} \qquad (472)$$

Если часть из коэффициентов $b_{2i,2j}$ равна нулю, соответствующие значения $\bar{a}_{2i,2j}$ совпадают с $a_{2i,2j}$. Например, при $q = \text{const}$ все $\bar{a}_{2i,2j}$, кроме $\bar{a}_{00} = a_{00} - q$.

Коэффициенты $a_{2i,2j}$ устанавливаются на основе данных строки для $\alpha = 1$ табл. 74, причем эти данные умножаются на величину p/F. Коэффициенты $a_{0,2}$, $a_{0,4}$, $a_{0,6}$, $a_{0,4}$ в расчет не входят, так как они всюду заменены равными им (в силу симметрии) величинами $a_{0,2} = a_{20}$, $a_{0,4}$ и т. д.

При этих обозначениях коэффициенты $B_{2u,2v}$ определяются на основе равенств следующего типа:

$$B_{20} = \lambda\ (\gamma_{20}^{00}\bar{a}_{00} + \gamma_{20}^{20}\bar{a}_{20} + \gamma_{20}^{40}\bar{a}_{40} + \gamma_{20}^{22}\bar{a}_{22} + \gamma_{20}^{60}\bar{a}_{60} + \gamma_{20}^{42}\bar{a}_{42}), \qquad (473)$$

где $\lambda = \dfrac{a^4}{D}$.

Величины $\gamma_{2u,2v}^{2i,2j}$ в равенствах типа (473) определяются при помощи табл. 84. При этом они должны быть разделены на 10^5.

Уравнение изгибающих моментов M_x определяется по формуле (454). Уравнение моментов M_y в силу симметрии совпадает с уравнением моментов M_x. В раскрытом виде уравнение моментов M_x приведено в формуле (481) для более общего случая прямоугольной плиты при отсутствии симметрии. Для нашего случая в этой формуле нужно положить $\alpha = 1$, $B_{0,2} = B_{20}$, $B_{0,4} = B_{40}$ и т. д.

Поперечные силы в плите определяются по формуле (456), а крутящие моменты — по формуле (458). Для определения тангенса углов наклона плиты вдоль оси x можно воспользоваться формулой

$$\operatorname{tg} \varphi_x = \frac{2x}{a}\ (B_{20} + 2\, B_{40}\, x^2 + 3\, B_{60}\, x^4 + 4\, B_{80}\, x^6 + 5\, B_{10}\, x^8). \qquad (474)$$

Вычисление уравнений и значений эпюр рекомендуется проводить при помощи арифмометра. Для определения значений степеней x и y используется таблица степеней ξ, помещенная во второй части (см. табл. 26—27).

Таблица 84

Значения величин $\gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}\cdot 10^5$ для определения коэффициентов в уравнении прогибов (471) квадратной плиты при сплошной неравномерной нагрузке, симметричной относительно обеих координатных осей

$B_{2u,\,2v}$	$a_{2i,\,2j}$					
	a_{00}	a_{22}	a_{44}	a_{33}	a_{66}	a_{42}
$B_{2,0}$	19 577	9233	4826	1049	3192	990
$B_{4,0}$	—4545	—1636	—982	—131	—701	—126
$B_{2,2}$	14 773	9818	5891	783	4208	753
$B_{6,0}$	110	—190	58	—61	38	—48
$B_{4,2}$	—549	—439	—263	305	—188	239
$B_{8,0}$	15	12	—52	10	5	2
$B_{6,2}$	—426	—342	—204	—135	—146	—42
$B_{4,4}$	1064	852	511	—9	365	106
$B_{10,0}$	1	0	0	0	—19	3
$B_{8,2}$	—40	—32	0	0	—19	3
$B_{6,4}$	63	50	30	44	22	6

2. Жесткая прямоугольная плита принимает внешнюю нагрузку, распределенную по закону в виде многочлена шестой степени:

$$q = b_{00} + b_{20}x^2 + b_{02}y^2 + b_{40}x^4 + b_{22}x^2y^2 + b_{04}y^4 + b_{60}x^6 + b_{42}x^2y^2 + b_{24}x^2y^4 + b_{06}y^6. \qquad (475)$$

Все коэффициенты $b_{2i,2j}$ предполагаем выраженными в $тс/м^2$.

Как и в случае квадратной плиты, на практике обычно закон распределения можно изобразить в виде более простого уравнения, поэтому бо́льшую часть коэффициентов $b_{2i,2j}$ в уравнении (475) можно положить равными нулю. В частности, если, например, нагрузка изменяется только в направлении x, а в направлении y она постоянна, следует считать:

$$b_{02} = b_{22} = b_{04} = b_{42} = b_{24} = b_{06} = 0.$$

Предположим для общности, что кроме сплошной нагрузки по всей плите имеются еще силовые нагрузки, равномерно распределенные по краям. Пусть P_1 (в $тс$) — суммарная силовая нагрузка, распределенная по меньшему краю, и P_2 (в $тс$) — суммарная силовая нагрузка, распределенная по большему краю. Для обозначения интенсивности этих нагрузок введем обозначения

$$\frac{P_1}{2b} = p_1' \ тс/м; \qquad \frac{P_2}{2a} = p_2' \ тс/м.$$

Описанная схема нагрузок хорошо отвечает обычному характеру нагрузок на коробчатые фундаменты высотных зданий (см. § 7).

Расчет при этой схеме в трех случаях отношения сторон плиты ($\alpha=1{,}5$, $\alpha=2$ и $\alpha=3$) облегчается при помощи вспомогательных таблиц, освобождающих от решения систем уравнений. Разумеется, что при всех промежуточных значениях α можно пользоваться одной из этих таблиц, отвечающей ближайшему значению α.

Уравнение прогибов плиты будет следующим:

$$Y(x, y) = B_{00} + B_{20}x^2 + B_{02}y^2 + B_{40}x^4 + B_{22}x^2y^2 + B_{04}y^4 + B_{60}x^6 + B_{42}x^4y^2 + B_{24}x^2y^4 + B_{06}y^6 + B_{80}x^8 + B_{62}x^6y^2 + B_{44}x^4y^6 + B_{26}x^2y^6 + B_{08}y^8 + B_{10,0}x^{10} + B_{82}x^8y^2 + B_{64}x^6y^4 + B_{46}x^4y^6 + B_{28}x^2y^8 + B_{0,10}y^{10}. \qquad (476)$$

Свободный член B_{00} определяется как осадка центра прямоугольной плиты по формуле (423) главы I и графику на рис. 148.

Для определения остальных величин $B_{2u,2v}$ введем обозначения

$$\bar{a}_{2i,\,2j} = a_{2i,\,2j} - b_{2i,\,2j}. \qquad (477)$$

Тогда коэффициенты B_{20}, B_{02}, B_{40}, B_{04}, B_{60}, B_{06}, B_{80}, B_{10}, $B_{0,10}$ в уравнении (476) определяются на основании равенств следующего типа:

$$B_{20} = \lambda\left(\gamma_{20}^{00}\bar{a}_{00} + \gamma_{20}^{20}\bar{a}_{20} + \gamma_{20}^{02}\bar{a}_{02} + \gamma_{20}^{40}\bar{a}_{40} + \gamma_{20}^{22}\bar{a}_{22} + \gamma_{20}^{04}\bar{a}_{04} + \gamma_{20}^{60}\bar{a}_{60} + \gamma_{20}^{42}\bar{a}_{24} + \gamma_{20}^{24}\bar{a}_{24} + \gamma_{20}^{06}\bar{a}_{80} + \gamma_{20}'\frac{P_1'}{b} + \gamma_{20}\frac{P_2'}{a}\right), \qquad (478)$$

где

$$\lambda = \frac{a^2b^3}{D}. \qquad (479)$$

Значения величин $\gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}$, входящих в формулу типа (478), определяются при $\alpha=1{,}5$ по таблицам, приведенным в первом издании нашей книги. Табличные значения должны быть умножены на величины, проставленные в конце каждой строки таб-

лиц. Остальные коэффициенты $B_{2u,2v}$ определяются по формулам

$$
\left.
\begin{aligned}
B_{22} &= -3\beta^2 B_{40} - 3\alpha^2 B_{04} - \frac{\lambda}{8}\bar{a}_{00};\\
B_{42} &= -10\beta^2 B_{60} + 5\alpha^4 B_{06} - \frac{\lambda}{36}\bar{a}_{20} + \frac{\lambda\alpha^2}{72}\bar{a}_{02};\\
B_{62} &= -21\beta^2 B_{80} - 7\alpha^6 B_{08} - \frac{\lambda}{80}\bar{a}_{40} + \frac{\lambda\alpha^2}{720}\bar{a}_{22} - \frac{\lambda\alpha^4}{240}\bar{a}_{04};\\
B_{44} &= 35\beta^4 B_{60} + 35\alpha^4 B_{08} + \frac{\lambda\beta^2}{48}\bar{a}_{40} - \frac{\lambda}{144}\bar{a}_{22} + \frac{\lambda\alpha^2}{48}\bar{a}_{04};\\
B_{82} &= -36\beta^2 B_{10,0} + 9\alpha^8 B_{0,10} - \frac{\lambda}{140}\bar{a}_{60} + \frac{\lambda\alpha^2}{2800}\bar{a}_{42} -\\
&\quad - \frac{\lambda\alpha^4}{4200}\bar{a}_{24} + \frac{\lambda\alpha^6}{560}\bar{a}_{06};\\
B_{6,4} &= 126\beta^4 B_{10,0} - 84\alpha^6 B_{0,10} + \frac{\lambda\beta^2}{40}\bar{a}_{60} - \frac{\lambda}{300}\bar{a}_{42} +\\
&\quad + \frac{\lambda\alpha^2}{450}\bar{a}_{24} - \frac{\lambda\alpha^4}{60}\bar{a}_{06}.
\end{aligned}
\right\} \quad (480)
$$

В формулах (480) $\beta = 1/\alpha$.

Для коэффициентов B_{24}, B_{26}, B_{28}, B_{46} будут верны аналогичные равенства, полученные из равенств (480) при помощи замен: B_{42} — на B_{24}, B_{60} — на B_{06} и т. д.; $\bar{a}_{20}$ — на $\bar{a}_{02}$, $\bar{a}_{40}$ — на $\bar{a}_{04}$, $\bar{a}_{60}$ — на $\bar{a}_{06}$ и т. д. и α на β, а также обратных замен: B_{06} — на $B_{60}, \ldots$; $\bar{a}_{02}$ — на $\bar{a}_{20}$; β — на α.

Уравнения изгибающих моментов M_x и M_y определяются соответственно по формулам (454) и (455). Приведем для примера уравнение моментов M_x в раскрытой форме:

$$
\begin{aligned}
M_x = -\frac{2D}{a^2}\Big[&B_{20} + 6B_{40}x^2 + B_{22}y^2 + 15B_{60}x^4 + 6B_{42}x^2y^2 +\\
&+ B_{24}y^4 + 28B_{80}x^6 + 15B_{62}x^4y^2 + 6B_{44}x^2y^4 + B_{26}y^4 + 45B_{10,0}x^8 +\\
&+ 28B_{8,2}x^4y^2 + 15B_{64}x^4y^4 + 6B_{46}x^2y^6 + B_{28}y^8 +\\
&+ \frac{\alpha^2}{6}(B_{02} + 6B_{04}y^2 + B_{22}x^2 + 15B_{06}y^4 + 6B_{24}x^2y^2 +\\
&+ B_{42}x^6 + 28B_{08}y^6 + 15B_{26}x^2y^4 + 6B_{44}x^4y^2 + B_{62}x^4 + 45B_{0,10}y^8 +\\
&+ 28B_{28}x^2y^6 + 15B_{46}x^4y^4 + 6B_{64}x^6y^2 + B_{82}x^8)\Big]. \qquad (481)
\end{aligned}
$$

Поперечные силы определяются по формулам (456) и (457), крутящие моменты — по формуле (458) и из соотношения $H_y = -H_x$.

Тангенсы угла наклона вдоль x вычисляются по формуле (474).

Проверкой правильности изложенных расчетов как для квадратной, так и для прямоугольной плиты служит выполнение при $x = \pm 1$ равенств (459) и при $y = \pm 1$ равенств (460).

За счет приближенного характера решения задачи в середине краев допустимо отклонение от этих равенств на 5% соответствующих максимальных значений M_x и M_y (в центре плиты) и до 10% в других точках (за исключением углов, где ошибка может быть большей).

Поперечные силы на краях плиты не должны обращаться в нуль, хотя должны быть малыми. При наличии на краях нагрузок P_1' или P_2' суммарные значения поперечных сил на краю должны равняться суммарной внешней нагрузке на тот же край (P_1 или P_2).

Для значения $\alpha > 3$ проводить плитный расчет не рекомендуется, так как в этом случае и балочный расчет может дать достаточно удовлетворительный результат.

§ 3. РАСЧЕТ ГИБКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ НА СПЛОШНУЮ НАГРУЗКУ

Если прямоугольная плита не удовлетворяет условию (467), то ее приходится рассчитывать как гибкую[1]. Этот расчет, согласно разработанному нами методу, требует в случае неквадратной плиты решения системы из десяти неизвестных, а при расчете квадратной плиты — системы из шести неизвестных.

1. Рассмотрим сначала простейший случай квадратной гибкой плиты при равномерной нагрузке q (в $тс/м^2$).

В этом случае для определения коэффициентов в уравнении реактивных давлений в виде многочлена шестой степени

$$
\begin{aligned}
p(x, y) = a_{00} + a_{20}(x^2 + y^2) + a_{40}(x^4 + y^4) + a_{22}x^2y^2 +\\
+ a_{60}(x^6 + y^6) + a_{42}(x^4y^2 + x^2y^4) \qquad (482)
\end{aligned}
$$

приходится решить следующую систему уравнений (см. табл. 85). В уравнениях этой системы величина r — показатель гибкости плиты, устанавливаемый по формуле (466).

После подстановки в уравнения системы значений r и q все коэффициенты системы округляются до целых. Систему решают либо на ЭВМ, либо при помощи арифмометра.

После определения коэффициентов $a_{2i,2j}$ расчет гибкой квадратной плиты проводится так же, как расчет жесткой

[1] Плиты с очень большим показателем гибкости (примерно при $r \geqslant 150\alpha$) могут при сплошной равномерной нагрузке рассматриваться как имеющие неограниченные размеры и рассчитываться в условиях плоской задачи по табл. 15 и указаниям § 19, главы I, части второй. При краевой силовой нагрузке и значениях $r \geqslant 100\alpha$ плиты могут рассчитываться как полубесконечные полосы, нагруженные вначале, по табл. 13 и указаниям § 17, главы I, части второй.

Таблица 85

Система уравнений для определения коэффициентов в уравнении реактивных давлений под гибкой квадратной плитой (482)

Номер уравнения	a_{00}	a_{20}	a_{40}	a_{22}	a_{60}	a_{42}	Свободный член (в правой части)
1	1000	667	400	111	286	133	$1000\,q$
2	$-1414-195{,}77\,r$	$1762-92{,}33\,r$	$533-48{,}26\,r$	$116-10{,}49\,r$	$308-31{,}92\,r$	$107-9{,}90\,r$	$-195{,}77\,r\,q$
3	$-383+45{,}45\,r$	$-1001+16{,}36\,r$	$1017+9{,}82\,r$	$-147+1{,}31\,r$	$348+7{,}01\,r$	$-98+1{,}26\,r$	$45{,}45\,r\,q$
4	$530-147{,}73\,r$	$-354-98{,}18\,r$	$-294-58{,}91\,r$	$1945-7{,}83\,r$	$-224-42{,}08\,r$	$1082-7{,}53\,r$	$-147{,}73\,r\,q$
5	$-138-1{,}10\,r$	$-221+1{,}90\,r$	$-664-0{,}58\,r$	$10+0{,}61\,r$	$670-0{,}38\,r$	$-33+0{,}48\,r$	$-1{,}10\,r\,q$
6	$56+5{,}49\,r$	$-96+4{,}39\,r$	$-66+2{,}63\,r$	$-563-3{,}05\,r$	$-47+1{,}88\,r$	$905-2{,}39\,r$	$5{,}49\,r\,q$

квадратной плиты при нагрузке, симметричной относительно обеих осей. Однако при определении прогибов по формуле (471) осадка центра плиты B_{00} устанавливается не по формуле для осадки жестких плит (423), а по общей формуле осадки центра квадратных плит любой жесткости:

$$B_{00} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0}\, a\, [7{,}051\, a_{00} + 3{,}060\, a_{20} + 1{,}656\, a_{40} + 0{,}426\, a_{22} + 1{,}130\, a_{60} + 0{,}480\, a_{42}]. \qquad (483)$$

Остальные коэффициенты в этом уравнении определяются, как и ранее, на основе равенств типа (473) и табл. 84. При этом под величиной $\bar{a}_{00}$ понимается величина $a_{00}-q$. Все остальные значения $\bar{a}_{2i,2j}$ (с чертой сверху) совпадают со значениями $a_{2i,2j}$ (без черты), полученными из решения системы табл. 85.

Определение моментов и поперечных сил для гибкой плиты ничем не отличается от определения тех же величин для жесткой плиты.

Результаты расчета гибкой квадратной плиты при равномерной нагрузке и показателе гибкости $r=10$ приведены в § 4.

Переходим к случаю расчета гибкой квадратной плиты на неравномерную нагрузку, симметричную относительно обеих осей. Пусть закон распределения этой нагрузки выражается многочленом шестой степени (470), как это было в рассмотренном ранее случае жесткой квадратной плиты.

Коэффициенты в уравнении реактивных давлений (482) определяются на этот раз из системы уравнений, левые части которой полностью совпадают с левыми частями системы табл. 85. Свободный член в уравнении № 1 будет также прежним, причем под величиной q мы будем понимать среднюю интенсивность внешней нагрузки $q=P/4ab$ $тс/м^2$, где P — суммарная нагрузка на плиту. Вычисление остальных свободных членов поясним на примере вычисления свободного члена в уравнении № 2. Он (в правой части) будет равен величине

$$r\,(-195{,}77\, b_{00} - 92{,}33\, b_{20} - 48{,}26\, b_{40} - 10{,}49\, b_{22} - 31{,}92\, b_{60} - 9{,}90\, b_{42}).$$

Если сравнить значения коэффициентов при $b_{2i,2j}$ в этом выражении со значениями вторых слагаемых в коэффициентах при неизвестных $a_{2i,2j}$ в уравнении № 2, то окажется, что они полностью совпадают.

Руководствуясь этим положением, определяют свободные члены и в уравнениях № 3—6.

Весь дальнейший расчет совпадает с расчетом жесткой плиты при неравномерной нагрузке. Единственным исключением является и здесь определение величины B_{00}, которое производится по формуле (483).

2. При изложении способа расчета неквадратной прямоугольной гибкой плиты будем исходить из столь же общих предположений о характере распределения внешней нагрузки, что и при изложении способа расчета жестких неквадратных плит под неравномерную нагрузку. Иначе говоря, будем считать, что закон распределения внешней сплошной нагрузки выражается через многочлен (475) и что, кроме того, плита по краям принимает силовую нагрузку интенсивностью P_1' и P_2'.

Как отмечалось в § 2, при более простых схемах нагрузки значения $b_{2i,2j}$ при излишних степенях x и y в уравнении (475) следует положить равными нулю. При отсутствии силовых нагрузок по краям $P_1'=0$ и $P_2'=0$. В случае равномерной нагрузки q все $b_{2i,2j}$ равны нулю, кроме $b_{00}=q$; равны также нулю P_1' и P_2'.

Будем определять уравнение реактивных давлений под гибкой прямоугольной плитой в виде многочлена шестой степени

$$p\ (x,\ y) = a_{00} + a_{20}\,x^2 + a_{02}\,y^2 + a_{40}\,x^4 + a_{22}\,x^2\,y^2 + a_{04}\,y^4 + \\ + a_{60}\,x^6 + a_{42}\,x^4\,y^2 + a_{24}\,x^2\,y^4 + a_{06}\,x^6. \qquad (484)$$

Для определения десяти коэффициентов $a_{2i,\,2j}$, входящих в это уравнение, приходится решать систему из десяти уравнений относительно десяти неизвестных $a_{2i,\,2j}$. Уравнения этой системы, будучи написаны в общем виде, слишком громоздки. Поэтому мы выпишем здесь только первое уравнение системы (уравнение равновесия) и одно уравнение из остальных девяти (контактных уравнений). По приведенному образцу читатель легко напишет и остальные восемь уравнений системы.

Уравнение равновесия не зависит от значения отношения сторон. Оно имеет следующий вид:

$$a_{00} + \frac{1}{3}\,a_{20} + \frac{1}{3}\,a_{0,2} + \frac{1}{5}\,a_{40} + \frac{1}{9}\,a_{22} + \frac{1}{5}\,a_{04} + \frac{1}{7}\,a_{60} + \\ + \frac{1}{15}\,a_{42} + \frac{1}{15}\,a_{24} + \frac{1}{7}\,a_{06} = q. \qquad (485)$$

Через q здесь обозначена, как всегда, средняя величина внешней нагрузки: $q=P/4ab$ *тс/м*^{2}, где P — суммарная внешняя нагрузка на плиту, включающая как сплошную, так и силовую нагрузку.

Выпишем теперь для образца второе уравнение системы, получающееся от приравнивания коэффициентов при степенях $x^2\,y^0$ в уравнениях изгиба плиты и осадок грунта. Оно имеет следующий вид:

$$(\sigma_{20}^{00} - r\,\gamma_{20}^{00})\ a_{00} + (\sigma_{20}^{20} - r\,\gamma_{20}^{20})\ a_{20} + (\sigma_{20}^{02} - r\,\gamma_{20}^{02})\ a_{02} + \\ + (\sigma_{20}^{40} - r\,\gamma_{20}^{40})\ a_{40}\ (\sigma_{20}^{22} - r\,\gamma_{20}^{22})\ a_{22} + (\sigma_{20}^{04} - r\,\gamma_{20}^{04})\ a_{04} + \\ + (\sigma_{20}^{60} - r\,\gamma_{20}^{60})\ a_{60} + (\sigma_{20}^{42} - r\,\gamma_{20}^{42})\ a_{42} + (\sigma_{20}^{24} - r\,\gamma_{20}^{24})\ a_{24} +$$

$$+ (\sigma_{20}^{06} - r\,\gamma_{20}^{06})\ a_{06} = -r\ \Big(\gamma_{20}^{00}\,b_{00} + \gamma_{20}^{20}\,b_{20} + \gamma_{20}^{02}\,b_{02} + \\ + \gamma_{20}^{40}\,b_{40} + \gamma_{20}^{22}\,b_{22} + \gamma_{20}^{04}\,b_{04} + \gamma_{20}^{60}\,b_{60} + \gamma_{20}^{42}\,b_{42} + \gamma_{20}^{24}\,b_{24} + \\ + \gamma_{20}^{06} - \gamma_{20}^{1}\,\frac{P_1'}{b} - \gamma_{20}^{2}\,\frac{P_2'}{a}\Big). \qquad (486)$$

Как видно из этого уравнения, нижние индексы всех коэффициентов соответствуют приравниваемым степеням x и y, верхние же индексы отвечают индексам при неизвестных $a_{2i,\,2j}$ или известных $b_{2i,\,2j}$, при которых эти коэффициенты стоят. Верхние индексы в коэффициентах γ_{20}^{1} и γ_{20}^{2} относятся к той силовой нагрузке P_1' или P_2', на которую они множатся. В большинстве случаев выражение для свободного члена в уравнении (486) гораздо проще, так как бо́льшая часть величины $b_{2i,2j}$ и P_1' и P_2' бывает равна нулю.

Таблицы величины $\sigma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}$, $\gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}$, $\gamma_{2u,\,2v}^{1}$, $\gamma_{2u,\,2v}^{2}$ при $\alpha=1{,}5$, при $\alpha=2$ и при $\alpha=3$, как указывалось, приведены в первом издании этой книги.

Совершенно аналогично составляются остальные уравнения системы, имеющие последовательно номера 0,2; 4; 2,2; 0,4; 6; 2,4; 0,6, соответствующие показателям степеней x^0y^2, x^4y^0, x^2y^2, x^0y^4, x^6y^0, x^2y^4, x^0y^6, коэффициенты которых приравниваются. Их составление облегчается тем, что во всех таблицах величин γ и σ нужные горизонтальные графы (или строки) идут в том же порядке, что и приведенные выше степени.

Для упрощения рекомендуется все уравнения системы умножить на 1000 и проводить решение в целых числах.

После определения из системы коэффициентов $a_{2i,\,2j}$ расчет гибкой плиты проводится совершенно по тем же правилам, формулам и таблицам, что и расчет жесткой плиты при неравномерной нагрузке (см. § 2). Единственное отличие состоит в том, что величина B_{00} в уравнении прогибов (476) определяется не как осадка жесткой плиты, а по формуле

$$B_{00} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi\,E_0}\ b\ (\sigma_{00}^{00}\,a_{00} + \sigma_{00}^{20}\,a_{20} + \sigma_{00}^{02}\,a_{02} + \sigma_{00}^{40}\,a_{40} + \sigma_{00}^{22}\,a_{22} + \\ + \sigma_{00}^{04}\,a_{04} + \sigma_{00}^{60}\,a_{60} + \sigma_{00}^{42}\,a_{42} + \sigma_{00}^{24}\,a_{24} + \sigma_{00}^{06}\,a_{06}). \qquad (487)$$

В § 7 приведены результаты расчета гибкой плиты при $\alpha=3$ и $r=100$ для случая неравномерной сплошной нагрузки и силовой нагрузки P_1' на поперечных краях.

Для плит с отношением сторон $\alpha>3$ нет табличных значений $\gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}$, необходимых для составления систем уравнений. Они могут быть определены на основе общего решения задачи,

Задаем теперь условия на краях плиты, считая, что она свободно лежит на упругом основании (третье требование, приведенное в начале параграфа). При этом:

а) моменты, действующие в направлении к краю, должны быть равны нулю [см. (459) и (460)];

б) для поперечных сил N_x и N_y и крутящих моментов H_x и H_y должны выполняться условия (461) и (462). В правой части их при отсутствии краевой силовой нагрузки стоит нуль, а при наличии ее в равенстве (461) будет стоять величина $\pm P_1'$, а в равенстве (462) — величина $\pm P_2'$, P_1' и P_2' — соответственно интенсивность распределения силовой нагрузки (в *тс/м*) вдоль поперечных сторон плиты. Знак плюс относится к значению $x = \pm 1$ в (461) и к значению $y = +1$ в (462), знак минус — к противоположному значению x и y.

Вследствие четности функции (493) каждое из четырех условий (495), (460), (461) и (462) дает по одному уравнению (например, при $x = +1$ и $y = +1$); при вторых значениях аргументов ($x = -1$, $y = -1$) условия будут удовлетворяться автоматически.

Исходя из выражения для изгибающих моментов M_x (454), условие (459) можно записать в такой форме:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + \nu_1 \alpha^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = 0 \quad (x = 1). \tag{495}$$

Условие (460) запишется симметрично при замене x на y, y на x, α на β.

Далее, на основе выражений для поперечных сил N_x (456) и крутящих моментов H_x (458) условие (461) можно записать в такой форме:

$$\frac{\partial^3 Y}{\partial x^3} + (2 - \nu_1)\, \alpha^2 \frac{\partial^3 Y}{\partial x\, \partial y^2} = 0 \quad (x = 1). \tag{496}$$

Условие (462) напишется симметрично.

Подставим в уравнение (495) выражение (493). Чтобы уравнение (495) выполнялось тождественно (для всех значений y), необходимо, чтобы в получающемся в левой части выражении коэффициенты при всех степенях y были равны нулю. Отсюда получаем новую систему уравнений относительно коэффициентов $B_{2u,\,2v}$:

$$\sum_{u=1}^{n+2} 2u\,(2u-1)\, B_{2u,\,2v} + \nu_1 \alpha^2 (2v+2)(2v+1) \sum_{u=0}^{n-v+1} \times$$
$$\times B_{2u,\,2v+2} = 0 \quad (v = 0,\ 1,\ 2, \ldots,\ n+1). \tag{497}$$

Также равенство (496) приводит еще к одной системе:

$$\sum_{u=2}^{n+2} 2u\,(2u-1)(2u-2)\, B_{2u,\,2v} + (2-\nu_1)\, \alpha^2 (2v+2)(2v+1) \times$$
$$\times \sum_{u=1}^{n-v+1} B_{2u,\,2v+1} = 0 \quad (v = 0,\ 1,\ 2, \ldots,\ n+1). \tag{498}$$

Кроме систем (497) и 498), исходя из уравнений (460) и (462), получим еще две системы, симметричные выписанным.

Установим, какое число уравнений нужно взять из систем (497) и (498) и им симметричным, для того чтобы эти уравнения совместно с полной системой (494) дали решение поставленной задачи об определении коэффициентов $B_{2u,\,2v}$ через $a_{2i,\,2j}$.

В многочлене (493) при $m = n+2$ содержится всего $1/2\,(n+2)\,(n+5)+1$ неизвестных $B_{2u,\,2v}$. Отбросим временно коэффициент B_{00} (который представляет собой прогиб-осадку центра плиты), не входящий в системы (494), (497) и (498); этот коэффициент будет определен в дальнейшем из рассмотрения осадок грунта. Для определения оставшихся $1/2\,(n+2)\,(n+5)$ неизвестных система (494) дает $1/2\,n(n+3)+1$ уравнений. Системы (497) и (498) совместно с симметричными им дают $2[(n+2)+(n+1)] = 4n+6$ уравнений. Таким образом, мы будем иметь $1/2\,n(n+3)+1+4n+6-1/2\,(n+2)(n+5) = 2(n+1)$ лишних уравнения. Поэтому оставим в системе (497) и симметричной ей при n четном $1/2\,(n+2)$, а при n нечетном $1/2\,(n+1)$ первых уравнений. Соответственно в системе (498) и ей симметричной оставим по $1/2\,(n+2)$ или по $1/2\,(n+3)$ уравнений[1]. Тогда число уравнений будет равно числу неизвестных.

Таким образом, в нашем решении будут точно удовлетворяться система (494) и приближенно системы (497) и (498) и им симметричные. Это значит, что будут выполнены первое и третье требования, изложенные в начале параграфа.

Задаваясь числом $n = 3$, получаем следующие два уравнения системы (497):

$$\left.\begin{aligned} &B_{20} + 6\,B_{40} + 15\,B_{60} + 28\,B_{80} + 45\,B_{10,0} + \nu_1 \alpha^2 (B_{02} + B_{22} + \\ &\qquad + B_{42} + B_{62} + B_{82}) = 0; \\ &B_{22} + 6\,B_{42} + 15\,B_{62} + 28\,B_{82} + 6\,\nu_1 \alpha^2 \times \\ &\qquad \times (B_{04} + B_{24} + B_{44} + B_{64}) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{499}$$

Система (498) даст три уравнения:

$$\left.\begin{aligned} &B_{40} + 5\,B_{60} + 14\,B_{80} + 30\,B_{10,0} + \frac{1}{6}(2-\nu_1)\, \alpha^2 (B_{22} + 2\,B_{42} + \\ &\qquad + 3\,B_{62} + 4\,B_{82}) = 0; \\ &B_{42} + 5\,B_{62} + 14\,B_{82} + (2-\nu_1)\, \alpha^2 (B_{24} + 2\,B_{44} + 3\,B_{64}) = 0; \\ &B_{44} + 5\,B_{64} + \frac{5}{2}(2-\nu_1)\, \alpha^2 (B_{26} + 2\,B_{44}) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{500}$$

К пяти уравнениям (499) и (500) следует прибавить пять уравнений, им симметричных.

[1] При n нечетном в системе (498) берется больше уравнений, так как эта система относится к ряду (многочлену) (496), медленнее сходящемуся, чем ряд (495), к которому относится система (496).

При больших значениях α (примерно при $\alpha > 2$) мы рекомендуем для обеспечения большей точности накладывать на решение требование выполнения равенства суммарного момента M_{xz}, распределенного вдоль оси y, моменту внешних и реактивных сил, приложенных в левой половине плиты, относительно той же оси и аналогичное требование относительно суммарного момента M_{yz}.

Первое из этих требований приводит к уравнению

$$\sum_{i=0}^{4} \frac{B_{2i,\,2j}}{2i+1} + \nu_1 a_2 \sum_{j=1}^{5} j B_{0,2j} =$$

$$= \frac{\lambda \alpha}{4} \left(2 \frac{P_1'}{b} + \alpha^2 \frac{P_2'}{a} - \alpha \sum_{i=0}^{3} \frac{1}{i+1} \sum_{j=0}^{3-i} \frac{\bar{a}_{2i,\,2j}}{2j+1} \right). \quad (501)$$

Второе требование дает симметричное уравнение.

Уравнение (501) и симметричное ему следует добавить к системе (499) и (500), отбросив из нее для сохранения прежнего числа уравнений последнее из выражений (500) и ему симметричное.

При меньших значениях α это условие (как и вообще условие равенства для каждого сечения плиты суммарных внутренних «балочных» моментов моментам внешних и реактивных сил, приложенных по одну сторону от этого сечения) выполняется с достаточной точностью автоматически, как следствие приближенного выполнения условий на краях (459)—(462)*.

Уравнения (480), (499), (500) [с добавлением или без добавления выражений (501)] совместно с симметричными им дают все необходимые уравнения для определения всех $B_{2u,\,2v}$ (кроме B_{00}) как линейных функций от разности коэффициентов $a_{2i} = a_{2i} - b_{2i}$ и интенсивностей силовых нагрузок P_1 и P_2':

$$B_{2u,\,2v} = \lambda \times$$

$$\times \left(\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j} \bar{a}_{2i,\,2j} + \gamma_{2u,\,2v}' \frac{P_1'}{b} + \gamma_{2u,\,2v}^{2} \frac{P_2'}{a} \right), \quad (502)$$

где $\gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}$, $\gamma_{2u,\,2v}'$, $\gamma_{2u,\,2v}^{2}$ — некоторые отвлеченные числа. Для случаев $\alpha = 1{,}5$; 2; 3 при $\nu_1 = 1/6$, как уже указывалось, значения γ приведены в первом издании нашей книги. Для железобетонной квадратной плиты при нагрузке, симметричной

* Несколько сложнее, но более точно было бы обеспечить приближенное выполнение краевых условий на основе способа наименьших квадратов. В то время как при использовании метода, изложенного в настоящем параграфе, краевые условия хорошо удовлетворяются вблизи осей x и y и значительно хуже вблизи углов плиты, способ наименьших квадратов обеспечивает равномерную точность в выполнении условий по всему краю. Дополнительные условия (501) в этом случае не требуются.

относительно обеих осей координат, и при отсутствии силовой нагрузки на краях значения γ даны в табл. 84.

Найти значения величин γ в общем виде было бы слишком сложно. Поэтому для каждого частного случая расчета указанные уравнения необходимо решать отдельно, подставив численные значения α и ν_1.

Переходим ко второй (основной) части задачи — определению неизвестных коэффициентов $a_{2i,\,2j}$. Будем исходить из второго и четвертого требований. Равновесие плиты в силу симметричности нагрузки сводится к одному уравнению сил

$$\int_0^1 \int_0^1 p(x, y)\, dx\, dy = q, \quad (503)$$

где $q = \dfrac{P}{4ab}$ — средняя интенсивность внешней нагрузки (включая силовую) в $тс/м^2$.

В раскрытом виде уравнение (503) будет иметь вид уравнения (438) главы I.

Четвертое требование (тождество прогибов плиты Y и осадок грунта w)

$$Y(x, y) = w(x, y) \quad (504)$$

влечет за собой равенство коэффициентов при одинаковых степенях в уравнении прогибов плиты (493) и в уравнении осадок грунта, которое, согласно § 4 главы I, может быть представлено в виде двойного бесконечного ряда (442) с коэффициентами $A_{2u,\,2v}$. Следовательно:

$$B_{2u,\,2v} = A_{2u,\,2v} \begin{pmatrix} u = 0, 1, \ldots, n+2; \\ v = 0, 1, \ldots, n+2-u \end{pmatrix}. \quad (505)$$

Но значения $A_{2u,\,2v}$, так же как и $B_{2u,\,2v}$, линейно зависят от коэффициентов $a_{2i,\,2j}$. Эта зависимость выражается равенствами (443), в которых коэффициенты линейной зависимости $\delta_{2u,\,2v,\,2i,\,2j}$ заранее известны.

Взяв первое из равенств (505), т. е. приравняв свободные члены в уравнениях (493) и (442), получим

$$B_{00} = \frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} b_{0,\,0,\,2i,\,2j}\, a_{2i,\,2j}. \quad (506)$$

Равенство (506) позволяет определить оставшееся неизвестным значение прогиба (осадки) центра плиты.

Для того чтобы приравнять коэффициенты при степенях x и y, отличных от нуля, введем отвлеченную величину r, формула которой приведена в § 2 под номером (466). Эту величину назовем **показателем гибкости плиты**

Теперь систему уравнений, получающую от приравнивания коэффициентов, можно написать в следующей форме:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i}\left(\sigma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}-r\,\gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}\right)a_{2i,\,2j}=$$

$$=-r\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i}\gamma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}\,b_{2i,\,2j}+r\left(\gamma_{2u,\,2v}^{1}\frac{P_1'}{b}+\gamma_{2u,\,2v}^{2}\frac{P_2'}{a}\right)$$

$$\begin{pmatrix}u=0,\ 1,\ \ldots,\ n+2;\\ v=0,\ 1,\ \ldots,\ n+2-u;\quad u+v>0\end{pmatrix}. \qquad (507)$$

Величины $\sigma_{2u,\,2v}^{2i,\,2j}$, определяемые равенством (444), находят по табл. 126 первого издания книги, а коэффициенты $\gamma_{2u,\,2v}$ — по табл. 122—124 там же. Для $\alpha=1$ см. табл. 84.

Для определения $1/2\ n(n+3)+1$ неизвестных коэффициентов $a_{2i,\,2j}$ в многочлене (484) составляем систему, первым уравнением которой будет уравнение равновесия (438), а остальными — первые $1/2\ n(n+3)$ уравнений системы (507). Таким образом, в решении приравнены члены в выражениях прогибов плиты и осадок грунта до $2n$-й степени включительно. Следовательно, все четыре требования, введенные при постановке задачи, будут выполнены, а задача — полностью разрешена.

Детали составления систем уравнений и определение эпюр расчетных величин подробно разъяснены в § 3.

* * *

В случае, если показатель гибкости плиты $r<4/\alpha$, ее можно, как это будет показано в конце параграфа, принимать при определении реактивных давлений за абсолютную жесткую, т. е. считать, что $r=0$. При расчете жестких плит нет необходимости определять коэффициенты $a_{2i,\,2j}$ из решения систем уравнений, приводимых в § 3, поскольку уравнения реактивных давлений в виде многочленов пятой, шестой, седьмой и восьмой степеней приведены в готовом виде в § 1 и 4, главы I. Значения коэффициентов $a_{2i,\,2j}$ в этих многочленах получены на основе решения систем уравнений для жестких плит при $r=0$. Следовательно, остается только определить коэффициенты $B_{2u,\,2v}$ по известным значениям $a_{2i,\,2j}$, воспользовавшись формулами (502) и (506) и проведя вычисление всех расчетных величин по тем же правилам, что и для гибких плит.

Этим путем нами и были получены решения тех частных случаев расчета жестких плит, которые приведены в § 2.

* * *

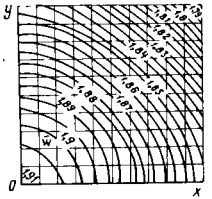


Рис. 155. График безразмерных прогибов (осадок) Y равномерно нагруженной квадратной плиты с показателем гибкости $r=10$

Для обоснования критерия, по которому можно относить плиты к расчетной категории жестких, приведем пример расчета гибкой квадратной плиты под равномерной нагрузкой q при $r=10$. Этот показатель гибкости соответствует, например, следующему случаю.

Полусторона плиты $a=1$ *м*, толщина $h=20$ *см*, модуль деформации грунта $E_0=490$ *кгс/см*^{2}, коэффициент Пуассона грунта $\nu_0=0{,}4$, модуль упругости и коэффициент Пуассона материала плиты (железобетон) $E_1=26{,}5\cdot10^4$ *кгс/см*^{2}, $\nu_1=1/6$.

Решая систему табл. 85, находим следующее уравнение реактивных давлений:

$$p\ (x,\ y)=[0{,}630+0{,}169\ (x^2+y^2)+0{,}308\ (x^4+y^4)-$$
$$-\ 0{,}037\ x^2y^2+0{,}486\ (x^6+y^6)-0{,}002\ (x^6y^2+x^2y^4)]\ q.$$

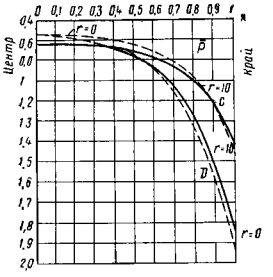


Рис. 156. Эпюры безразмерных реактивных давлений для гибкой (при $r=10$) и для жесткой (при $r=0$) равномерно нагруженной квадратной плиты

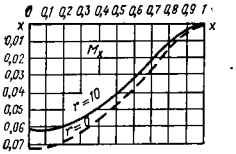


Рис. 157. Эпюра безразмерных изгибающих моментов M_x

Уравнение прогибов (осадок) плиты на основе формул (473), уравнения (476), а также соотношения

$$\lambda = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0} a r$$

будет

$$Y(x, y) = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0} a q \, [5{,}998 - 0{,}269 (x^2+y^2) + 0{,}077 (x^4+y^4) + 0{,}001 x^2 y^2 - 0{,}005 (x^4 y^2 + x^2 y^4) - 0{,}002 (x^8+y^8) - 0{,}003 (x^6 y^2 + x^2 y^6) + 0{,}008 x^4 y^4 - 0{,}001 (x^{10}+y^{10})].$$

На рис. 155 приведен график для определения линий равных прогибов плиты $\overline{Y}$. Действительные значения прогиба для любой железобетонной плиты под равномерной нагрузкой и с показателем гибкости $r=10$ могут быть определены по этому графику при помощи формулы

$$Y = \overline{Y} \frac{1-\nu_0^2}{E_0} a q.$$

На рис. 156 даны эпюры безразмерных реактивных давлений: эпюра C — давлений вдоль средних линий (координатных осей), эпюра D — давлений вдоль диагоналей квадрата. При этом для сравнения пунктиром показаны те же эпюры для абсолютно жесткой плиты. На рис. 157 приведены подобные сравнительные безразмерные эпюры изгибающих моментов M_x вдоль оси x. Формулами перехода к действительным значениям расчетных величин служат равенства (468).

Из графиков видно, что практически без большого ущерба для точности расчета значение $r=10$ можно выбрать в качестве предельного для гибких плит. Более осторожный вывод можно сделать исходя из сопоставления нашего критерия с критерием жесткости для равновеликих круглых плит, с одной стороны, и с критерием жесткости для балок при $\alpha=10$, с другой стороны. Тогда получаем формулу, определяющую расчетную категорию прямоугольных плит, которая приведена в § 2 под номером (467).

Б. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА

§ 5. УЧЕТ СКАЛЬНОГО ПОДСТИЛАЮЩЕГО СЛОЯ

Как указывалось в § 2, главы II, части первой, схема сжимаемого слоя конечной толщины используется не только в случае, когда имеется реальный подстилающий скальный (несжимаемый) слой, но и для приближенного учета при расчете фундаментов большой опорной площади малой деформируемости

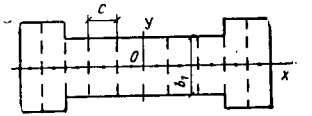


Рис. 158. Разбивка фундаментной плиты для расчета по балочному способу Б. Н. Жемочкина

нижних слоев, даже в случае однородного грунта. В качестве приближенного способа учета подстилающего слоя может быть использован обычный расчет прямоугольных плит, основанный на предположении об однородности всего грунта (см. § 2, 3), но при повышенном значении условного модуля деформации грунта E_0, определяемом формулой (66) части первой.

Можно указать еще другой, приближенный способ расчета, который не пользуется условной схемой однородного грунта, а исходит непосредственно из схемы основания в виде упругого слоя конечной толщины. В этом отношении второй способ точнее первого. Однако во втором способе при расчете плиты в продольном направлении условно принимается, что реактивные давления в поперечном направлении распределяются равномерно и вместо плитного расчета проводится балочный расчет (см. § 1). Для расчета в поперечном направлении выделяются полосы шириной 1 *м* и к ним применяются условия плоской задачи. Впервые этот способ, который мы назовем смешанным способом, был применен инж. В. А. Авраменко для расчета коробчатого фундамента высотного здания на Смоленской площади в Москве. В связи с этим следует указать, что смешанный способ применим также для расчета плит, имеющих в плане те или иные отступления от прямоугольной формы.

Для проведения расчета плиты на упругом слое грунта конечной мощности смешанным способом в основном использован метод Б. Н. Жемочкина для расчета балок на упругом основании [69]. Однако в этом способе вместо того, чтобы использовать значение деформаций однородного основания бесконечной мощности, как это делается в расчете по Жемочкину, используются значения деформаций упругого слоя конечной мощности, определяемые по таблице автора настоящей книги [30].

Подробности общего метода Жемочкина мы здесь излагать не будем, отсылая к книге этого автора [69]. Укажем только, как провести замену деформаций основания бесконечной мощности, с которыми оперирует Жемочкин, деформациями упругого слоя конечной мощности.

В балочном расчете Жемочкина плита разбивается в продольном направлении на несколько элементарных прямоугольников (рис. 158). Обозначим размеры их в направлении, продольном для всей плиты через c и в поперечном через b'. Как явствует из рис. 158, в случае необходимости значения b' и c для различных прямоугольников могут быть различны. Внутри

Таблица 86

Значения коэффициентов w_0 в формуле (509) для определения осадки центра равномерно нагруженной прямоугольной или круглой площадки поверхности упругого слоя грунта конечной толщины

γ	Прямоугольник α, равный					Круг
	1	2	3	10	(лента)	
0	0	0	0	0	0	0
0,25	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
0,5	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
0,75	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39
1	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,50
1,5	0,68	0,73	0,74	0,74	0,74	0,64
2	0,78	0,88	0,89	0,89	0,89	0,73
2,5	0,84	0,99	1,02	1,03	1,03	0,78
3	0,88	1,08	1,13	1,14	1,14	0,81
4	0,94	1,18	1,27	1,31	1,31	0,86
6	0,98	1,25	1,36	1,46	1,46	0,89
7	1,02	1,33	1,48	1,67	1,67	0,92
10	1,05	1,39	1,57	1,89	1,89	0,94
20	1,09	1,46	1,67	2,19	2,34	0,97
50	1,11	1,50	1,74	2,40	2,92	0,99
∞	1,12	1,53	1,78	2,53	∞	1,00

каждого прямоугольника считаем распределение давлений на грунт постоянным.

Для расчета необходимо знать величины F_{ki}, называемые Жемочкиным единичными осадками упругого полупространства.

Эти величины определяются равенством:

$$F_{ki} = \frac{\pi E_0 c}{1-\nu_0^2} w_{ki}, \qquad (508)$$

где w_{ki} — осадка центра прямоугольника k от давлений единичной интенсивности, распределенных по прямоугольнику i.

Б. Н. Жемочкиным составлены специальные таблицы, определяющие величины F_{ki} в зависимости от отношения b'/c и расстояния между центрами прямоугольников ([69], табл. II и III).

Чтобы перейти от расчета, относящегося к упругому основанию бесконечной мощности, к основанию конечной мощности, следует величины F_{ki} заменить величинами F^*_{ki}, соответствующими деформациям упругого слоя. Для этого используется наша таблица (табл. 86), позволяющая вычислить значение осадки центра O (рис. 159,*а*) равномерно нагруженной площадки поверхности упругого слоя, подстилаемого скальным основанием, по формуле:

* При круглой площадке величина b обозначает радиус.

$$w = \frac{2bp\,w_0\,(1-\nu_0^2)}{E_0}, \qquad (509)$$

где p — интенсивность давлений на площадку, а коэффициент w_0 определяется в зависимости от мощности слоя H, приведенной к полуширине площадки b: $\gamma = H/b$*, и отношения полусторон прямоугольника $\alpha = a/b$.

Покажем, как при помощи данных табл. 86 и формулы (509) установить осадку не только центра нагруженной прямоугольной площадки, но и любой другой точки поверхности упругого слоя. Для этого используем так называемый метод угловых точек, изложение которого можно найти, например, в [149].

Начнем с определения осадки угловой точки нагруженного прямоугольника. Из рис. 159,*б* видно, что ее можно рассматривать как $^1/_4$ осадки центра прямоугольной площадки с тем же отношением сторон, но при величине их, в 2 раза большей, чем в исходном прямоугольнике. Поэтому осадку угловой точки можно определить по формуле

$$w = \frac{bp\,w_0\,(1-\nu_0^2)}{E_0}. \qquad (510)$$

Но в этой формуле значение w_0 следует устанавливать по значению приведенной мощности слоя не H/b, а $H/2b$.

В случае, если точка M, для которой определяется осадка, лежит на контуре нагруженного прямоугольника (рис. 159, *в*), этот прямоугольник разбивается на два других (I и II) так, чтобы точка M была угловой для каждого из них. Тогда осадка точки M определится как сумма осадок угловых точек прямо-

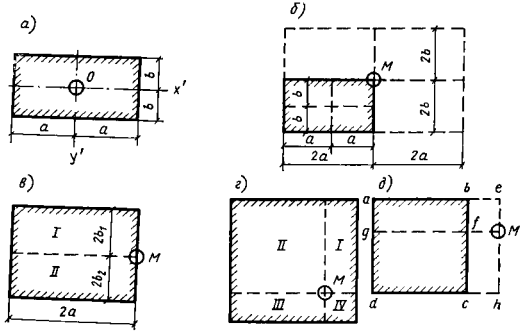


Рис. 159. Схемы для расчета осадок по методу угловых точек

угольников I и II по формуле

$$w = \frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,(b_1\,\omega_0^{I} + b_2\,\omega_0^{II})\,p, \qquad (511)$$

где значения ω_0^{I} и ω_0^{II} устанавливаются по табл. 86, согласно значениям

$$\alpha_1 = \frac{a}{b_1}; \quad \gamma = \frac{H}{2\,b_1} \quad \text{и} \quad \alpha_2 = \frac{a}{b_2}; \quad \gamma_2 = \frac{H}{2\,b_2}.$$

В случае, если точка M лежит внутри загруженного прямоугольника, ее осадка определяется как сумма осадок угловых точек четырех прямоугольников I, II, III и IV (см. рис. 159, *а*):

$$w_M = \frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,(b_1\,\omega_0^{I} + b_2\,\omega_0^{II} + b_3\,\omega_0^{III} + b_4\,\omega_0^{IV})\,p, \qquad (512)$$

причем величины b_i в этой формуле равны половине меньших сторон прямоугольников I, II, III и IV, а соответствующие значения γ_i устанавливаются по табл. 86, согласно отношениям бо́льших сторон в этих прямоугольниках к меньшим и приведенным толщинам к полной ($2b$) ширине прямоугольников.

В случае, если точка M лежит вне нагруженного прямоугольника (см. рис. 159,*д*), ее осадка складывается из сумм осадок угловых точек загруженных прямоугольников *aeMq* (*I*) и *gMhd* (*II*), взятых со знаками плюс, и осадок угловых точек прямоугольников *beMf* (*III*) и *fMhc* (*IV*), взятых со знаком минус. Таким образом:

$$w_M = \frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,(b_1\,\omega_0^{I} + b_2\,\omega_0^{II} - b_3\,\omega_0^{III} - b_4\,\omega_0^{IV})\,p. \qquad (513)$$

Значения ω_0 устанавливаются здесь так же, как и в случае, изображенном на рис. 159, *г*.

Руководствуясь этими правилами, и определяют значения осадок центров прямоугольников, изображенных на рис. 158, а затем, подставив эти значения в формулу (508), находят нужные для расчета величины F_{ki}^{*}.

Полосу шириной в поперечном направлении 1 *м* рассчитывают тем же путем, используя данные для ω_0, помещенные в столбце табл. 86 с пометкой $\alpha = \infty$. При этом следует пользоваться следующими переходными формулами от табличных значений ω_0 к значениям w_M:

1) в случае определения осадок непосредственно в центре самой загруженной площадки

$$w_M = \frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,c\,\omega_0\,p, \qquad (514)$$

где ω_0 определяется по приведенной толщине слоя $\gamma = H/0{,}5c$, причем c — длина участка, на которые разбивается полоса;

2) в случае определения осадок в точке, находящейся на расстоянии b_1 от края элементарной загруженной площадки:

$$w_M = \frac{1-\nu_0^2}{E_0}\,[(b_1 + c)\,\omega_0^{I} - b_1\,\omega_0^{II}]\,p, \qquad (515)$$

причем ω_0^{I} определяется по приведенной толщине слоя:

$$\gamma_1 = \frac{H}{(b_1 + c)}, \quad \text{а} \quad \omega_0^{II} \text{ — по } \gamma = \frac{H}{b_1}.$$

При пользовании табл. 86 в случае, если в ней нет необходимых значений отношения сторон прямоугольников или значений приведенной мощности слоя, следует применять интерполяцию.

§ 6. РАСЧЕТ КОРОБЧАТЫХ ФУНДАМЕНТОВ

Как указывалось в § 1, расчет коробчатых фундаментов (рис. 160) проводится во всех случаях, когда это возможно, на основе теории изгиба прямоугольных гибких плит. В случае, если плита незначительно отклоняется в своих очертаниях в плане от прямоугольной формы, она может быть заменена равновеликой прямоугольной плитой, причем отношение сторон этой фиктивной плиты следует выбрать равным тому из значений $\alpha = 1$; 1,5; 2; 3, которое лучше отвечает форме реальной плиты. В соответствии с критерием (467) коробчатые фундаменты высотных зданий в Москве оказались частью жесткими, а частью гибкими. Соответственно при плитном расчете этих фундаментов либо удавалось использовать готовые графики расчетных величин для жестких плит (см. рис. 152 и 153), либо приходилось проводить довольно трудоемкую для того времени работу по решению десяти уравнений относительно десяти неизвестных для гибких плит.

В случае если форма фундамента в плане резко отличается от прямоугольной, приходится пользоваться балочным расчетом по Жемочкину, о котором были даны сведения в предыдущем параграфе. Балочный расчет можно проводить и при наличии скального подстилающего слоя, хотя для взаимного контроля и дополнения лучше в этом случае проводить как балочный, так и плитный расчет (§ 5). Наконец, к балочному расчету приходится прибегать во всех тех случаях, когда для плитного расчета требуется составлять и решать системы десяти уравнений с последующими вычислениями расчетных величин по сложным формулам, а у проектирующей организации нет для этого возможностей. Если при этом фундамент жесткий, балочный расчет проводится по указаниям § 2 настоящей главы и по табл. 82 и 83.

При определении жесткости коробчатого фундамента не следует принимать во внимание жесткость надфундаментного стро-

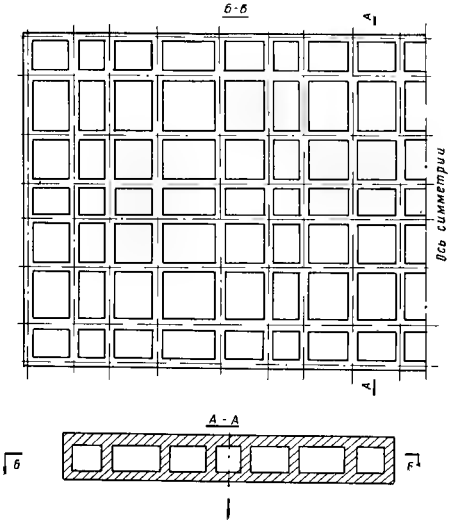


Рис. 160. Коробчатый фундамент

ения. Последняя влияет на деформацию фундамента не непосредственно, а через перераспределение внешней нагрузки на плиту. Это обстоятельство имеет существенное значение: увеличивая при вычислении показателя гибкости плиты r по формуле (466) жесткость фундамента за счет жесткости верхнего строения, мы уменьшаем значение величины r и тем самым в результате расчета приходим к завышенным значениям положительных изгибающих моментов, так как чем жестче плита, тем резче возрастают реактивные давления к краям плиты.

В действительности же благодаря жесткости надфундаментного строения нагрузка перераспределяется таким образом, чтобы препятствовать изгибу фундамента, который происходит всегда выпуклостью вниз. Учет жесткости верхнего строения должен увеличивать расчетные значения нагрузок, передаваемых внутренними колоннами. Такое перераспределение нагрузок приводит к снижению значения изгибающих моментов

В настоящее время еще не разработаны достаточно четкие методы правильной разбивки нагрузок по колоннам, хотя в этом

направлении и ведется большая работа (см., например, [120]). Но из приведенных соображений явствует важный практический вывод, что обычный упрощенный способ разбивки по колоннам дает запас прочности.

Нагрузка, передаваемая на фундамент каркасом, не является сплошной нагрузкой, о которой шла выше речь в этой главе, а распределяется в виде очень большого числа сосредоточенных сил, передаваемых колоннами, расположенными, как правило, в углах прямоугольной сетки.

Такое распределение, однако, не является препятствием для использования применительно к коробчатым фундаментам методов, относящихся к сплошной нагрузке[1]. Дело в том, что по отношению к толщине (высоте) коробки сосредоточенные силы приложены настолько часто, что при передаче на условную нейтральную плоскость плиты обращаются уже в сплошную нагрузку. Если бы мы даже провели расчет, сохранив схему нагрузок из сосредоточенных сил, то в результате получили бы почти совершенно плавные эпюры без относительных максимумов под колоннами, причем эти эпюры хорошо совпадали бы с эпюрами для схемы сплошной нагрузки.

Переходя к схеме сплошной нагрузки, ее можно принять за равномерную в сравнительно редких случаях. Большей частью неравномерность настолько значительна, что учет ее необходим. В связи с этим приходится решить задачу, как выразить распределение внешней нагрузки в виде многочлена $q(x, y)$ (470), позволяющего провести расчет по изложенным в настоящей главе методам[2].

Разумеется, нет никакого смысла аппроксимировать действительное распределение нагрузки в виде полного многочлена (470). Обычно, если нагрузка равномерно возрастает к центру плиты, ее можно выразить по параболическому закону, оставив в многочлене (470) только свободный член и члены второй степени. При более сложном характере распределения нагрузки можно ограничиться степенями до четвертой включительно. При этом большей частью приходится учитывать неравномерность в распределении нагрузки в одном направлении, а в другом считать распределение постоянным.

Покажем, например, как получить аналитическое выражение для распределения нагрузки в том случае, если пренебрегать ее неравномерностью в поперечном направлении, а в продоль-

[1] Приближенный способ расчета плит под сетку колонн, изложенный в части III, не может быть применен к расчету коробчатых фундаментов из-за их большой высоты по сравнению с размерами в плане О программах для ЭВМ, относящихся к расчету плит под сплошную нагрузку, см часть шестую.

[2] Переход к аналитическому закону распределения внешней нагрузки бывает полезен и при балочном расчете жестких плит для определения четырехкратным интегрированием стрелы прогиба плиты и трехкратным углом наклона плиты.

ном направлении закон распределения приходится аппроксимировать в виде многочлена четвертой степени:

$$q(x) = b_{00} + b_{20}x^2 + b_{40}x^4 \ тс/м^2. \qquad (516)$$

В этом случае коэффициенты b_{00}, b_{20}, b_{40} (в $тс/м^2$) в уравнении (516) устанавливаются из решения системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} b_{00} + \frac{1}{3}b_{20} + \frac{1}{5}b_{40} &= \frac{1}{4ab}\Sigma P_i; \\ \frac{1}{3}b_{00} + \frac{1}{5}b_{20} + \frac{1}{7}b_{40} &= \frac{1}{4ab}\Sigma P_i x_i^2; \\ \frac{1}{5}b_{00} + \frac{1}{7}b_{20} + \frac{1}{9}b_{40} &= \frac{1}{4ab}\Sigma P_i x_i^4. \end{aligned}\right\} \qquad (517)$$

В уравнениях (517) под величинами P_i подразумеваются суммарные нагрузки (в тоннах), приходящиеся на каждый поперечный ряд колонн, расположенный на приведенном расстоянии $x_i = x_i'/a$ от середины фундамента (рис. 161,*а*).

В случае, если один из поперечных рядов колонн расположен непосредственно у края плиты (при консольном выступе, меньшем $^1/_4$ среднего продольного шага колонн) и при нагрузке на этот край, составляющей не менее 75% средней нагрузки на каждый ряд, следует считать, что плита нагружена у этого края еще добавочной нагрузкой

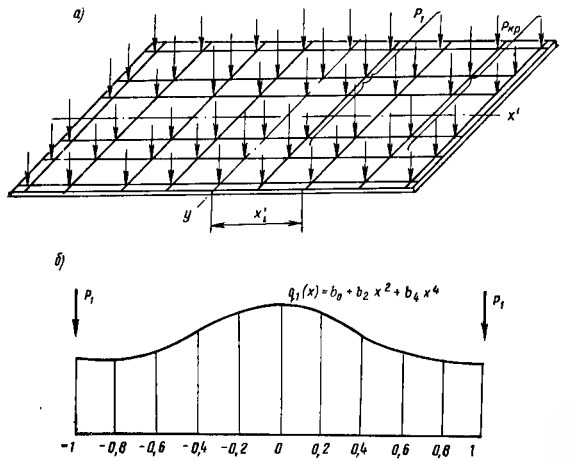


Рис. 161. Схема перехода от нагрузки сосредоточенными силами к сплошной нагрузке с уравнением распределения в виде многочлена четвертой степени

$$P_1 = \frac{1}{2}P_{кр}, \qquad (518)$$

где $P_{кр}$ — суммарная нагрузка, передаваемая крайним рядом колонн (рис. 161, *б*). Соответственно этой схеме при установлении коэффициентов в уравнении (516) за величину нагрузки крайнего ряда следует принимать только половину действительной величины этой нагрузки.

Для того чтобы перейти к закону распределения внешней нагрузки на 1 *пог. м* плиты, что требуется при балочном расчете жестких плит, выражение (516) следует умножить на ширину плиты $2b$.

Если достаточно обойтись параболическим выражением распределения нагрузки, то в формулах (516) и (517) следует положить $b_{40}=0$ и отбросить третье уравнение системы (517).

При неравномерном распределении нагрузки в обоих направлениях соответствующие уравнения для определения $b_{2i,2j}$ легко могут быть получены на основе обобщения для этого случая уравнений (517), установленных способом наименьших квадратов.

* * *

При балочном расчете коробчатых фундаментов, когда для поперечного направления рассчитываются полосы шириной 1 *м* в условиях плоской задачи, следует иметь в виду, что этот расчет будет давать несколько преувеличенное значение поперечных моментов M_y, причем это преувеличение будет (при прочих равных условиях в полосах) вблизи края больше, чем во внутренних полосах. Это явствует хотя бы из рассмотрения результатов плитного расчета жесткой плиты на моменты для случая $\alpha=2$, изображенного на рис. 153,*б*. Из графика видно, что вдоль оси y значения моментов M_y примерно на 20% выше, чем у края $x=1$. Отсюда вытекает, что широко распространенное мнение о том, что резкому возрастанию реактивных давлений к краю соответствует возрастание изгибающих моментов в направлении, параллельном краю, совершенно необоснованно.

Приведем в качестве примера эпюры расчетных величин (кроме поперечных сил и крутящих моментов), полученные при плитном расчете фундаментов одного из высотных зданий в Москве (рис. 162). Размеры этого фундамента в плане показаны в верхней правой части рисунка. Отношение сторон фундамента $\alpha=3$. Модуль деформации грунта $E_0=2000$ *кгс/см²* был определен вследствие наличия близко расположенного подстилающего

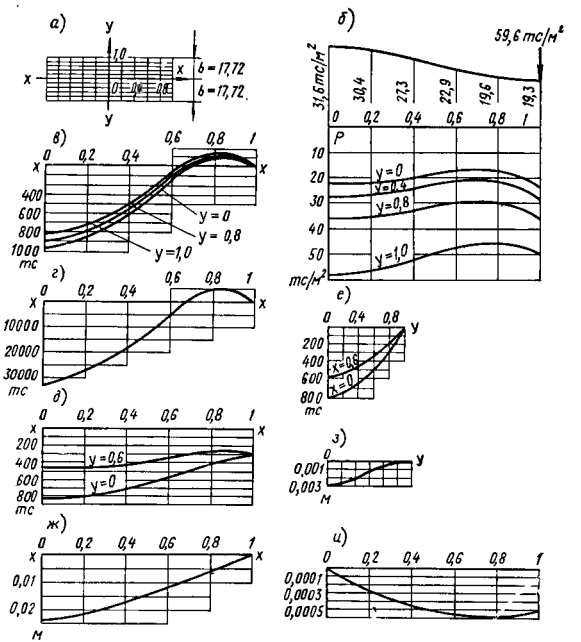


Рис. 162. План, нагрузки и расчетные эпюры для коробчатого фундамента высотного здания

а — координатная сетка; *б* — внешняя нагрузка *q* и реактивные давления *p* (эпюра в продольном направлении); *в* — изгибающие продольные моменты M_x; *г* — суммарные продольные моменты, приходящиеся на все сечение ΣM_x; *д* — изгибающие поперечные моменты M_y (эпюры в продольном направлении); *е* — моменты M_y, эпюра в поперечном направлении; *ж* — прогибы плиты *Y* вдоль оси *x*; *з* — прогибы вдоль оси *y*; *и* — углы поворота плиты ($tg\,\varphi_x$) вдоль оси *x*)

скального слоя по формуле (66). В этих условиях показатель гибкости плиты получился $r=100$.

Распределение внешней нагрузки, установленное по способу, изложенному в § 5, показано в верхней левой части рисунка. Как явствует из эпюр реактивных давлений, показанных ниже для продольных сечений плиты, давления распределяются равномерно в продольном направлении. Происходит это потому, что условия работы плиты в поперечном направлении приближаются к условиям плоской задачи, а в плоских условиях, как неоднократно нами отмечалось, неравномерность в распределении давлений (в виде концентрации к краям) имеет значительно более резкий характер, чем в пространственных условиях. Следует, впрочем, заметить, что резкая неравномерность распределения давлений в поперечном направлении не настолько влияет на работу плиты в продольном направлении, чтобы исключить возможность в порядке приближения пользоваться балочным расчетом, когда плитный расчет невозможен. Разумеется, что различие в характере распределения реактивных давлений в продольном и поперечном направлениях будет тем больше, чем больше отношение сторон α.

Резкая неравномерность распределения давлений в поперечном направлении приводит к тому, что значения изгибающих моментов M_y оказываются примерно того же порядка, что и продольных моментов M_x, несмотря на то что продольные размеры плиты могут быть в несколько раз больше поперечных (в данном случае в 3 раза).

Значительная величина поперечных изгибающих моментов заставляет обратить внимание на возможность снижения их расчетного значения за счет учета пластических деформаций, возникающих под продольными краями плиты. Пластические деформации снижают неравномерность в распределении реактивных давлений в поперечном направлении, вследствие чего уменьшаются и поперечные моменты. Так как условия работы плит с отношением сторон $\alpha>2$ приближаются к условиям плоской задачи, учет пластических деформаций под коробчатыми фундаментами высотных зданий в ряде случаев можно проводить согласно указаниям § 3, главы II, части первой. Что касается продольного направления, то здесь учет пластических деформаций не может иметь сколько-нибудь серьезного значения.

Глава III. РАСЧЕТ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ НА НАГРУЗКУ, БЛИЗКУЮ К СОСРЕДОТОЧЕННОЙ

А. РАСЧЕТ ЦЕНТРАЛЬНО-НАГРУЖЕННЫХ ПЛИТ

§ 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Расчет центрально-нагруженных прямоугольных плит применяется главным образом к плитам под отдельные колонны (фундаментные подушки). Такой расчет имеет значительные

преимущества перед обычным балочным расчетом подушек, особенно в том его варианте, при котором плита мысленно разбивается по диагоналям до углов колонны, причем каждую из четырех выделенных таким образом трапеций принимают за консольную балку, защемленную у края колонны и равномерно нагруженную поннзу реакциями грунта (рис. 163). Как было нами показано [32, 35], этот расчет должен считаться не приближенным, а просто статически неверным.

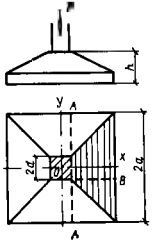


Рис. 163. Квадратная железобетонная фундаментная подушка

Однако и излагаемый в настоящей главе способ расчета[1], при котором фундаментная подушка рассматривается как тонкая плита, лежащая на поверхности упругого полупространства, обладает также рядом существенных недостатков. Часть из них имеет второстепенное значение. Например, может вызвать возражение применение теории тонких плит к расчету подушек, имеющих значительную толщину. Однако с точки зрения критерия применимости теории тонких плит, данного акад. Б. Г. Галеркиным [16], согласно которому плиты могут считаться гибкими даже при толщине, всего в 3 раза меньшей ширины, значительная часть так называемых «упругих» или «плоских» подушек может быть отнесена к разряду гибких плит.

Далее может показаться необоснованным использование предложения о постоянной жесткости плиты, в то время как пирамидальные и ступенчатые подушки имеют в центральной части резко повышенную жесткость. По этому поводу можно указать, что тот эффект, который вносит переход от балочного расчета к плитному — концентрация значений изгибающих моментов в центральной части плиты, — лишь усилился бы при учете изменения жесткости. Следовательно, плитный расчет является, с точки зрения теории упругости, шагом, приближающим результаты расчета к действительности.

Можно, наконец, возразить, что вследствие развития пластических деформаций грунта у краев подушек, имеющих сравнительно небольшую площадь, действительный закон распределения реактивных давлений не будет достаточно точно отображаться теорией упругости. Поэтому нет смысла отказываться при расчете от гипотезы коэффициента постели. Однако можно указать, что эксперименты на песчаном основании при штампах даже с шириной, приближающейся к 1 *м*, уже выявляют характерное для теории упругости седлообразное распределение реактивных давлений; для глинистого основания можно ожидать еще лучшего соответствия с теорией упругости (см. главу II, часть первую).

Кроме того, как это вытекает из графиков § 2, то или иное предположение о распределении реактивных давлений мало влияет на величину изгибающих моментов в центральной части плиты. Плитный расчет, использующий для грунта теорию упругости, оказывается нисколько не сложнее такого же расчета по гипотезе коэффициента постели и, исходя из наиболее неблагоприятного предположения о распределении реактивных давлений, заведомо обеспечивает в этом отношении прочность фундамента.

Существует, однако, значительно более серьезный недостаток, не позволяющий считать предлагаемый расчет исчерпывающим решением вопроса. Он заключается в том, что плитный расчет устанавливает, как мы уже упомянули, резкую концентрацию моментов (а также поперечных сил) в центральной части плиты под нагрузкой. Назначение толщины плиты или армирование по этим моментам и поперечным силам привело бы к непомерному увеличению толщины плиты или сгущению арматуры в центральной части. Поэтому изгибающие моменты в центральной части, установленные по плитному расчету теории упругости, приходится в какой-то мере осреднять, возвращаться тем самым отчасти к балочному расчету. Отсюда ясно, что исчерпывающее решение задачи о расчете фундаментных подушек может быть получено только из расчета по предельному состоянию. Эти вопросы в настоящее время активно изучаются (см., например [85]). Излагаемый ниже способ расчета может быть рекомендован как наиболее обоснованный в рамках теории упругости и как, по-видимому, дающий необходимый материал для разработки расчета по предельному состоянию.

Числовые результаты относятся к жестким плитам, так как фундаментные подушки, имея значительную толщину сравнительно с размерами в плане, почти всегда удовлетворяют критерию жестких плит (467). Использование схемы абсолютно жесткой плиты имеет и то удобство, что при этом отпадает необходимость учитывать влияние, оказываемое на распределение давлений изменением жесткости плиты в различных ее участках.

При рассмотрении работы фундаментной подушки не вполне ясна картина взаимодействия между колонной и плитой. Наиболее естественны в этом отношении два предположения:

[1] Подробно теория и практика расчета изложены в работах [32, 35].

1) колонна передает нагрузку от сооружения на плиту, равномерно распределяя ее по площадке примыкания колонны к подушке;

2) плита защемлена по краю колонны.

Далее возникает вопрос, существенно ли отличаются результаты решения задачи при этих обеих постановках от результата решения более простой задачи о плите, нагруженной в центре сосредоточенной силой, и нельзя ли использовать последнее решение как универсальное.

Наконец, важно установить, в какой мере результат расчета жесткой плиты при принятии гипотезы о грунте как об упругом полупространстве отличается от результатов расчета той же плиты при принятии гипотезы коэффициента постели, т. е. при равномерном распределении реактивных давлений. Очевидно, что в действительности, вследствие развития в грунте пластических деформаций под краями фундамента, результаты решения будут иметь промежуточный характер.

§ 2. КВАДРАТНАЯ ПЛИТА НАГРУЖЕНА РАВНОМЕРНО ПО МАЛОЙ ПЛОЩАДКЕ

Как было указано в главе II (§ 4), при обычных размерах фундаментных подушек распределение реактивных давлений, полученное при учете гибкости плиты, очень мало отличается от распределения давлений под абсолютно жесткой плитой (штампом). Поэтому, вместо того чтобы в каждом отдельном случае устанавливать действительную картину реактивных давлений, можно пользоваться уравнением их распределения, заранее установленным из решения задачи о центрально-нагруженном штампе. Эта замена, несколько увеличивающая запас прочности, удобна еще и в том отношении, что отпадает необходимость учитывать влияние, оказываемое на распределение давлений изменением жесткости плиты в различных ее участках.

Воспользуемся уже приведенным в § 4, главы I уравнением распределения реактивных давлений под квадратным штампом в виде полинома восьмой степени.

Обозначим через Y и $\dot{Y}$ соответственно прогибы внутренней (нагруженной) и внешней областей плиты. Дифференциальное уравнение изгиба для этих областей будет иметь вид

$$D\left(\frac{\partial^4 Y}{\partial x^4}+2\,\frac{\partial^4 Y}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 Y}{\partial y^4}\right)=a^4\,[q-p\,(x,\ y)]; \qquad (519)$$

$$D\left(\frac{\partial^4 \dot{Y}}{\partial x^4}+2\,\frac{\partial^4 \dot{Y}}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 \dot{Y}}{\partial y^4}\right)=-a^4 p\,(x,\ y), \qquad (520)$$

где D — цилиндрическая жесткость; q — интенсивность давлений от колонны, равномерно распределенной по внутренней области, т. е. по малому квадрату примыкания колонны к плите.

Сторону этого квадрата будем считать равной $2d=2\delta a$, причем обычно $0{,}15\leqslant\delta\leqslant 0{,}25$.

Решение уравнения (519) будем искать в виде суммы частного решения этого неоднородного уравнения (Y_1) и общего решения однородного уравнения (Y_2). Первое из них представим в следующем виде:

$$Y_1\,(x,\ y)=\sum_{u=1}^{5}\ \sum_{u=1}^{6-u} B_{2u,\ 2v}\,x^{2u}\,y^{2v}. \qquad (521)$$

Значение постоянных $B_{2u,2v}$ определяется подстановкой (521) в уравнение (519) и приравниванием друг к другу коэффициентов при одинаковых степенях. Таким образом, получим

$$\left.\begin{aligned} &B_{22}=\frac{\lambda}{8}\left(\frac{\sigma}{\delta^2}-a_{00}\right);\quad B_{42}=-\frac{\lambda}{72}\,a_{20};\\ &B_{62}=-\frac{\lambda}{720}\,(12\,a_{40}-a_{22});\ \ldots,\end{aligned}\right\} \qquad (522)$$

причем $B_{2u,2v}=B_{2v,2u}$; $\lambda=a^4/D$; σ — среднее реактивное давление.

Общее решение однородного бигармонического уравнения [137] в нашей задаче должно быть симметричным и четным относительно аргументов x и y; оно сводится к следующей сумме бигармонических функций:

$$Y_2\,(x,\ y)=C_0\ln r+C_2 r^2\ln r+$$
$$+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(c_{-4k+2}\,r^{-4k+2}+c_{-4k}\,r^{-4k}\right)\cos 4k\theta, \qquad (523)$$

где C и c — произвольные постоянные;

$$r=\sqrt{x^2+y^2}\ ;\quad \cos\theta=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\ .$$

Принимая во внимание, что в центре плиты должны удовлетворяться требования

$$Y\,(0,\ 0)\neq\infty \qquad (524)$$

и

$$M_x\,(0,\ 0)=-\frac{D}{a^2}\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}+\nu_1\,\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)\neq\infty\quad (x=0,\ \ y=0) \qquad (525)$$

устанавливаем, что в уравнении (523) $C_0=0$, $C_2=0$ и что все $c_{2k}=0$ с индексом $k<0$.

Из числа оставшихся функций ограничимся функциями при коэффициентах c_0, c_2, ..., c_{12}. Эти функции после перехода от полярных координат к декартовым принимают форму полиномов

$$\left.\begin{aligned} &\varphi_0=1;\quad \varphi_4=x^4-6\,x^2y^2+y^4;\\ &\varphi_{4k+2}=(x^2+y^2)\ \varphi_{4k}.\end{aligned}\right\} \qquad (526)$$

Таким образом, окончательно полагаем

$$Y(x, y) = \sum_{u=1}^{5} \sum_{v=1}^{6-u} B_{2u,\,2v}\, x^{2u} y^{2v} + \sum_{u=0}^{6} c_{2k}\, \varphi_{2k}(x, y). \quad (527)$$

Тем же путем будем искать решение уравнения (520). При этом получим

$$\dot{B}_{22} = -\frac{\lambda}{8} a_{00}; \quad (528)$$

$$\dot{B}_{2u,\,2v} = B_{2u,\,2v} \quad \text{при} \quad u+v > 2. \quad (529)$$

Далее, поскольку на этот раз требования (524) и (525) не накладываются, в общее решение войдут и иерегулярные в начале координат функции $\ln r$, $r^2 \ln r$, а также члены суммы в (523) при $k > 0$. Ограничиваясь из числа последних пятью членами, получим

$$\dot{Y}(x, y) = \sum_{u=1}^{5} \sum_{v=1}^{6-u} \dot{B}_{2u,\,2v}\, x^{2u} y^{2v} + \dot{C}_0 \Phi_0 + C_2 \Phi_2 + \sum_{k=-5}^{6} \dot{c}_{2k}\, \varphi_{2k}, \quad (530)$$

причем

$$\Phi_0 = \ln \sqrt{x^2+y^2}; \quad \Phi_0(x, y) = (x^2+y^2)\, \Phi_0(x, y); \quad (531)$$

$$\varphi_{-4k} = \varphi_{4k}/(x^2+y^2)^{2k}; \quad \varphi_{-4k+2} = (x^2+y^2)\, \varphi_{4k}. \quad (532)$$

При тех малых значениях δ, какие были указаны выше, доминирующую роль в решении играет функция Φ_2. Коэффициент при этой функции (C_2) может быть определен точно. Для этого используем то положение, что внешняя область плиты принимает от колонны всю нагрузку P за вычетом той части нагрузки, которая передается внутренней областью на грунт. Но нагрузка, передаваемая внешней области, равна (с обратным знаком) интегралу, взятому по периметру колонны от поперечных сил, действующих в направлениях, нормальных сторонам колонн. Отсюда

$$a \int_{-\delta}^{\delta} (\dot{N}_x)_{x=\delta}\, dy = \frac{1}{4} \left[a^2 \int_{-\delta}^{\delta} \int_{-\delta}^{\delta} p(x, y)\, dx, dy - P \right]. \quad (533)$$

Обозначим через $\dot{N}_{x,1}$ ту часть поперечных сил, которая образуется от частного решения $\dot{Y}_1$ неоднородного уравнения (520):

$$\dot{N}_{x,1} = -\frac{D}{a^3} \left(\frac{\partial^3 \dot{Y}}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \dot{Y}}{\partial x\, \partial y^2} \right). \quad (534)$$

Легко убедиться, что

$$a \int_{-\delta}^{\delta} (\dot{N}_{x,1})_{x=\delta}\, dy = \frac{a^4}{4} \int_{-\delta}^{\delta} \int_{-\delta}^{\delta} p(x, y)\, dx\, dy, \quad (535)$$

для чего достаточно проинтегрировать по x и y в пределах от $-\delta$ до δ уравнение (520), предварительно заменив в нем $\dot{Y}$ на $\dot{Y}_1$.

При рассмотрении интеграла от той части поперечных сил ($\dot{N}_{x,2}$), которая образуется из производных общего решения $\dot{Y}_2$, прежде всего заметим, что $\dot{N}_{x,2}$ зависит от всех функций Φ_{2k} и φ_{2k}, имеющих в индексе четное число k. Эти функции являются гармоническими и, следовательно, удовлетворяют уравнениям

$$\Phi''_{4m,\,xxx} + \Phi''_{4m,\,xyy} = 0. \quad (536)$$

Далее нетрудно убедиться, что интегралы от составляющих $\dot{N}_{x,2}$ функций, которые образуются из производных негармонических функций φ_{2k}, обращаются в нуль:

$$\int_{-\delta}^{\delta} [\Phi''_{2(2m+1)\,xxx} + \Phi''_{2(2m+1),\,xyy}]\, dy = 0. \quad (537)$$

В силу сказанного уравнение (533) приводится к следующему виду:

$$\frac{D}{a^2} \dot{C}_2 \int_{-\delta}^{\delta} (\Phi''_{2,\,xxx} + \Phi''_{2,\,xyy})\, dy = \frac{P}{4}, \quad (538)$$

откуда

$$\dot{C}_2 = \frac{P a^2}{8 \pi D} = \frac{\lambda}{2\pi} \sigma. \quad (539)$$

Остальные произвольные постоянные определяются из условий на краю плиты и условий сопряжения между внутренней и внешней областями плиты. Исключение составляет постоянное c_0, представляющее собой осадку центра плиты. Оно находится в соответствии с формулой (423) и табл. 77 или графиком на рис. 148.

Используем условия на свободном краю плиты:

а) для моментов

$$\frac{\partial^2 \dot{Y}}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^4 \dot{Y}}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{при } x = 1, \ -1 \leqslant y \leqslant 1); \quad (540)$$

б) для поперечных сил и производных от крутящих моментов

$$\frac{\partial^3 \dot{Y}}{\partial x^3} + (2-\nu_1) \frac{\partial^3 \dot{Y}}{\partial x\, \partial y^2} = 0 \ (\text{при } x = 1, \ -1 \leqslant y \leqslant 1). \quad (541)$$

Эти условия послужат для исключения постоянных $\dot{C}_2$, $\dot{C}_4$, ..., C_{12}. Для этой цели представим левые части тождеств (540) и

(541) в виде одинарных рядов относительно четных степеней y. Приравнивая нулю коэффициенты при трех младших степенях в обоих рядах, получим необходимые уравнения относительно $\dot{C}_{2k}$ и обеспечим приближенное выполнение краевых условий.

Пробные решения показали, что можно пренебречь влиянием на краевые условия функций φ_{-2}, φ_{-4}, ..., φ_{10} Составляющие коэффициентов искомых степенных рядов, зависящие от известных постоянных $\dot{B}_{2u,2v}$ и неизвестных постоянных $\dot{C}_{2k}$ $(k>0)$, определяются простым дифференцированием при подстановке выражения (530) в (540) и (541). Составляющие коэффициентов, зависящие от постоянных $\dot{C}_0$ и $\dot{C}_2$, можно найти путем разложения в одинарные ряды Маклорена производных от функций Φ_0 и Φ_2, входящих в (540) и (541). Эти ряды будут сходиться в нужных пределах $-1<y<1$.

Однако вблизи значений $y=\pm 1$ сходимость рядов, особенно в (541), будет довольно медленная, в силу чего приравнивание нулю коэффициентов при степенях y до четвертой включительно не обеспечивает достаточной точности выполнения краевых условий вблизи углов плиты. Чтобы избежать этого недостатка, можно вместо разложения производных от Φ_0 и Φ_2 в ряды использовать несколько более сложный способ, а именно: приближенно заменить эти производные интерполяционными полиномами четвертой степени, воспользовавшись способом наименьших квадратов. Замена обеспечивает высокую точность.

Подробности этой части решения приведены в [35].

Для определения оставшихся 13 неизвестных постоянных $\dot{C}_0$, $\dot{C}_{2k}$ при $k\leqslant 0$ и c_{2k} при $k>0$ используем условия сопряжения на границе обеих областей плиты:

а) прогибы должны совпадать. В силу симметрии условие сводится к одному тождеству:

$$\dot{Y}(x, y)-\dot{Y}(x, y) \qquad (x=\delta, \quad 0<y<\delta); \tag{542}$$

б) такое же условие для тангенсов углов наклона касательной

$$Y'_x=\dot{Y}'_x. \tag{543}$$

в) такое же условие для изгибающих моментов

$$Y''_{xx}+\nu_1 Y''_{yy}=\dot{Y}''_{xx}+\nu_1 \dot{Y}''_{yy}. \tag{544}$$

В силу тождества (542) тождество (544) можно упростить:

$$Y''_{xx}=\dot{Y}''_{xx}. \tag{544'}$$

г) такое же условие для поперечных сил

$$Y'''_{xxx}+Y'''_{xyy}=\dot{Y}'''_{xxx}+\dot{Y}'''_{xyy}. \tag{545}$$

Это тождество в силу тождества (543) можно упростить:

$$Y'''_{xxx}=\dot{Y}'''_{xxx}. \tag{546}$$

При выполнении этих тождеств будут выполнены также тождества для другой стороны стойки, а также для крутящих моментов.

Выполнение этих тождеств методом приравнивания коэффициентов или использованием интерполяционных полиномов описано в книге [35]. Там же приведены установленные значения искомых коэффициентов.

Результаты расчета для частного случая $\delta=0{,}2$ приведены на рис. 164. На этом графике даны линии равных безразмерных реактивных давлений, изгибающих моментов: поперечных сил и крутящих моментов. Каждой из этих безразмерных величин $\overline{p}$, $\overline{M}_x$, $\overline{N}_x$, $\overline{H}_x$ отведен один квадрат ($^1/_4$ всей плиты). В остальных частях плиты они распределяются симметрично. Для получе-

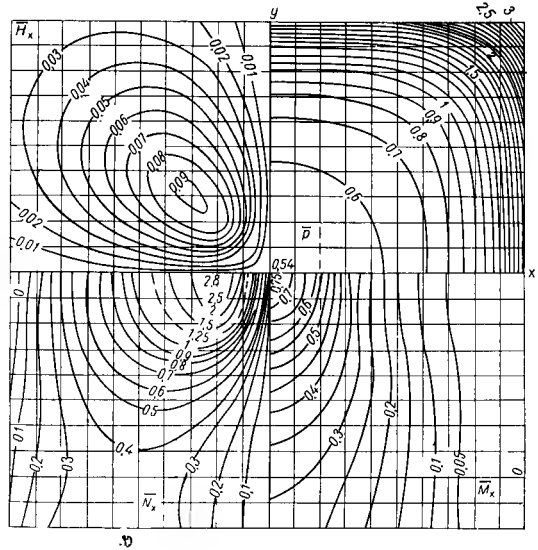


Рис 164. График безразмерных расчетных величин для жесткой квадратной плиты, равномерно нагруженной вблизи центра

ния действительных расчетных величин p, M_x, N_x, H_x, а также относительных прогибов используются формулы перехода

$$p = \overline{p}\,q; \quad M_x = \overline{M}_x\,q\,a^2; \quad N_x = \overline{N}_x\,q\,a;$$
$$H = \overline{H}_x\,q\,a\,b; \quad w = \overline{w}\,\lambda\,q, \tag{547}$$

где $q = \dfrac{P}{4\,ab}$ — средние давления на плиту (P — суммарная внешняя нагрузка); b — меньшая полусторона (для квадрата $b=a$); $\lambda = a^2b^2(D$ — цилиндрическая жесткость).

§ 3. КВАДРАТНАЯ ПЛИТА, ЗАЩЕМЛЕННАЯ ПО КОНТУРУ МАЛОГО КВАДРАТА

Так как условия сопряжения колонны и плиты не ясны, та же задача, что и изложенная в § 2, была решена исходя из условия, что плита защемлена по контуру опирания колонны. Решение проведено тем же методом, но условия (542)—(545) заменены условиями

$$\dot{Y}\,(x,\ y) = Y_0 \quad \text{при} \quad x = \delta; \quad 0 \leqslant y \leqslant \delta; \tag{548}$$

$$\dot{Y}\,(x,\ y) \equiv 0 \quad \text{при} \quad x = \delta; \quad 0 \leqslant y \leqslant \delta. \tag{549}$$

Подробности решения приведены в книге [35].

Соответствующий график безразмерных величин при $\delta = 0{,}2$ приведен на рис. 165. Переходные формулы остаются прежними (547). В первом квадрате вместо реактивных давлений, остающихся теми же, что и в предыдущем случае, изображены линии равных безразмерных прогибов относительно контура заделки.

§ 4. КВАДРАТНАЯ ЖЕСТКАЯ ПЛИТА НАГРУЖЕНА В ЦЕНТРЕ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ

На этот раз имеем для всей плиты одно дифференциальное уравнение изгиба (520), и уравнение изгиба выражается формулой (530). Из условия (524) заключаем, что все $\dot{c}_{2k} = 0$ при $k < 0$, а также, что $\dot{C}_0 = 0$. Рассматривая случай сосредоточенной силы как предельный случай задачи, поставленной в § 2, получаем для определения C_2 равенство (539). Заметим, что к этому равенству можно прийти исходя из предельного значения (при $r \to 0$) интеграла от радиальных поперечных сил, взятого по окружности C радиуса r, приведенного к a, причем центр окружности находится в нагруженном силой центре плиты.

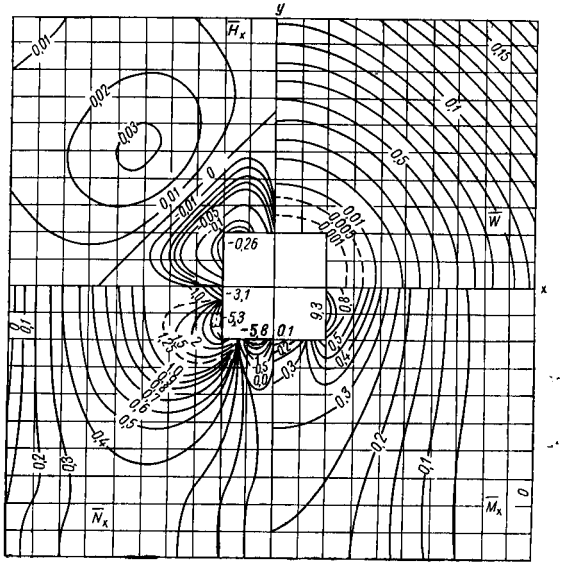


Рис. 165. График безразмерных расчетных величин для жесткой квадратной плиты, защемленной вблизи центра по периметру малого квадрата

Значения постоянных $\dot{B}_{2u,2v}$ и $\dot{c}_{2k}$ по-прежнему определяются теми же равенствами, что и в задаче, изложенной в § 2.

Графики равных безразмерных величин изображены на рис. 166.

§ 5. КВАДРАТНАЯ ЖЕСТКАЯ ПЛИТА ПРИ РАВНОМЕРНЫХ РЕАКТИВНЫХ ДАВЛЕНИЯХ ЗАГРУЖЕНА СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ

Решение этой задачи при условии сравнения полученных результатов с решением предыдущих задач для упругого полупространства имеет существенное значение для решения вопроса, насколько то или иное предположение о распределении реактивных давлений влияет на величину напряжений в фундаментной плите.

Решение проводится совершенно теми же методами, что и аналогичных задач для упругого полупространства. Однако оно значительно упрощается в силу того, что из всех коэффициентов, входящих в уравнение полинома реактивных давлений, на этот раз отличным от нуля будет только $a_{00}=\sigma$, где σ — интенсивность реактивных давлений. Подробности решения приведены в книге [35]. На рис. 167 изображен график равных безразмерных величин для случая нагрузки сосредоточенной силой. Сравнение графиков на рис. 166 и 167 показывает почти полную их тождественность. Главнейшие результаты расчета случая нагрузки, распределенной по малому квадрату, и сопоставление их с результатами решения аналогичной задачи при основании в виде упругого полупространства приведено в § 7.

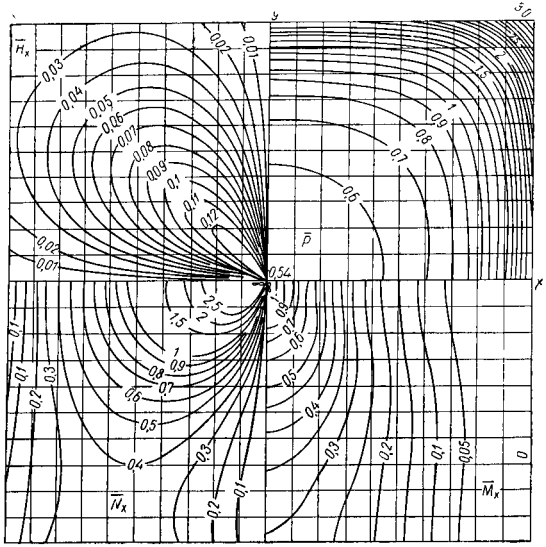


Рис. 166. График безразмерных расчетных величин для жесткой квадратной плиты на упругом полупространстве, нагруженной сосредоточенной силой в центре

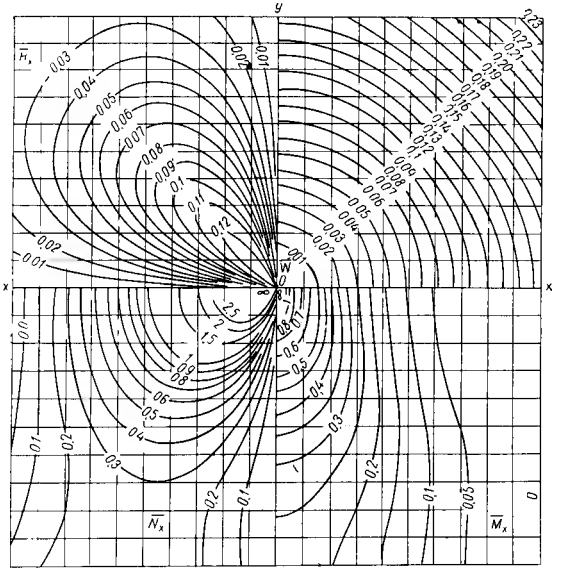


Рис. 167. График безразмерных расчетных величин для жесткой квадратной плиты, нагруженной сосредоточенной силой, при равномерных реактивных давлениях

§ 6. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ПЛИТА НАГРУЖЕНА В ЦЕНТРЕ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ

Обобщение решений задачи о квадратной плите на плиту прямоугольную не вызывает теоретических затруднений, однако численные выкладки становятся весьма громоздкими ввиду возрастания числа произвольных постоянных из-за отсутствия симметрии между x и y. Бигармоническое уравнение и краевые условия будут при нагрузке сосредоточенной силой иметь тот же вид, что и при равномерной нагрузке по всей плите [(452), (459)—(462)], только в первой из этих формул надо положить $q=0$.

Так же, как и в случае квадратной плиты, будем искать решение уравнения (452) в виде частного решения (Y_1) этого неоднородного уравнения и общего решения в виде уравнения вида (521). Общее решение однородного бигармонического уравнения приходится брать более полным:

$$Y_2(x, y) = C_2 r^2 \ln r + \sum_{k=0}^{\infty} r^{2k} (c_{2k} + c^*_{2k+2} r^2) \cos 2k\theta, \quad (550)$$

причем переход к декартовым координатам производится по формулам

$$r^2 = \frac{1}{ab}(x'^2 + y'^2) = \alpha x^2 + \beta y^2;$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \beta^2 y^2}}; \quad \sin\theta = \frac{y}{\sqrt{\alpha^2 x^2 + y^2}}.$$

Дальнейшие подробности решения читатель может найти в книге [35].

На рис. 168 показаны результаты решения задачи для плиты

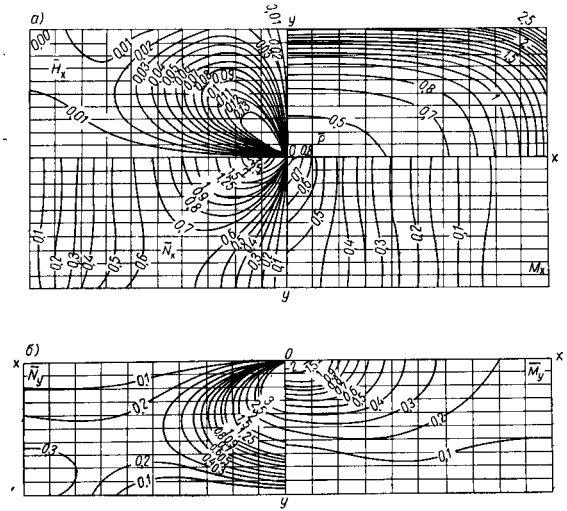


Рис. 168. График безразмерных расчетных величин для жесткой прямоугольной плиты на упругом полупространстве при отношении сторон $\alpha=2$

с отношением сторон $\alpha=2$. Переходные формулы от безразмерных величин, приведенных на рис. 168,*а* к действительным, будут те же, что и для квадрата (547), а для M_y, N_y, H_y (рис. 168) — симметричные с заменой a на b и обратно. Для крутящих моментов справедливо равенство $H_y = -H_x$.

В книге [35] приведено также обобщение указанного на случай жестких прямоугольных плит, эксцентрично нагруженных сосредоточенной силой.

§ 7. ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА ФУНДАМЕНТНЫХ ПОДУШЕК

Существующие способы расчета пирамидальных и ступенчатых фундаментных подушек на изгибающий момент сводятся к условной замене плиты балкой, защемленной у края стойки и нагруженной реакциями грунта. Реакции принимаются равномерными.

Приведенные выше в этой главе примеры расчета квадратных фундаментных плит при различных предположениях о способе передачи колонной нагрузки на плиту и о характере реактивных давлений позволяют выяснить, в чем заключается и какова величина ошибки обычного балочного расчета.

Обратим внимание на то, что результаты решения при двух сделанных нами предположениях о передаче колонной нагрузки на плиту — равномерно по подошве колонны (см. рис. 164) и в виде защемления плиты по периметру колонны (см. рис. 165) — дают почти одинаковое распределение расчетных величин, за исключением области вблизи колонн. Распределение расчетных величин вблизи заделки весьма сложно. Максимальный изгибающий момент здесь несколько больше, чем при равномерной нагрузке от колонны, но область превышения очень мала. Поэтому будем пользоваться более простым решением по рис. 164.

Согласно изобарам, в верхнем правом квадрате максимальные реактивные давления наблюдаются вблизи угла и по сторонам квадрата, минимальные в центре. Такому распределению соответствует больший момент в центре.

В действительности грунт не является идеально упругой средой. Поэтому распределение давлений под реальным фундаментом более равномерно. В ту же сторону влияет и учет гибкости плиты.

Однако при глинистых грунтах в обычных условиях можно ожидать давлений, приближающихся к изобарам рис. 164. В остальных случаях использование рис. 164 даст некоторый запас прочности. Но при внешней нагрузке, распределенной в центральной части плиты по столь малой площадке, характер реактивных давлений почти не отражается на величине максимального момента. Так, замена давлений, установленных по теории упругости равномерными, снижает максимальный момент в

центре только на 10%; правда, суммарные моменты (по всей ширине плиты, см. ниже) снижаются на 20%. Таким образом, практикующийся расчет с точки зрения используемой гипотезы для реактивных давлений особую ошибку не вносит.

Значительно бо́льшие искажения вносятся заменой плиты балкой.

При балочном расчете вычисляется изгибающий момент, приходящийся на всю ширину сечения плиты $b'=2a$. За расчетный принимается момент, приходящийся на сечение AA, проведенное через край колонны (см. рис. 163).

При плитном расчете вычисляются значения момента отдельно для каждой точки сечения; сумма всех этих моментов вдоль всего сечения равна тому значению момента, который вычисляется при балочном расчете (при одном и том же предположении о распределении реактивных давлений).

Поэтому, если суммарный и балочный моменты имеют размерность в *кгс·см*, то моменты в точках плиты имеют размерность в *кгс*. Эти моменты как бы уже приведены к единице длины сечения.

В формулах для подбора высоты или процента армирования плиты величины M/b' по балочному расчету заменяются величинами M по плитному расчету.

Балочный расчет может дать только значение общей площади сечения арматуры, необходимой на все сечение плиты AA; плитный расчет дает возможность установить, как правильно распределить арматуру по ширине.

В нижнем правом квадрате рис. 164 даны линии равных изгибающих моментов M_x в долях от σa для частного случая отношения полустороны стойки к полустороне плиты $d/a=\delta=0{,}2$. Из графика видно, что моменты M_x распределяются вдоль каждого из сечений, параллельных оси y, неравномерно. В частности, в сечении AA моменты резко возрастают вблизи стойки. Поэтому арматуру надо сгущать под стойкой, хотя требовать точного соответствия между распределением моментов и арматуры было бы абсурдно. Удовлетворить требования по подбору высоты или площади арматуры по максимальному плитному моменту трудно. Может быть, следует перейти к предположению о передаче давлений от колонны на нейтральную ось под углом 45°, что значительно снизило бы значение максимального момента и поперечной силы.

Далее следует указать, что в балочном расчете суммарный момент $M_{x\Sigma}$ определяется правильно только в том случае, когда пользуются наиболее элементарным балочным расчетом, считая, что плита (балка) защемлена вдоль оси AA, и вычисляя момент от всех реактивных давлений, действующих правее этой оси по формуле

$$M_{x\Sigma}=\sigma a\ (a-d)^2. \qquad (551)$$

Между тем ранее иногда считали, что вычисленный таким образом момент значительно завышен, так как при этом часть реактивных давлений, распределенных по квадратам $ACBD$ (см. рис. 163), работает дважды — вызывая суммарный момент $M_{x\Sigma}$ на оси AA и суммарный момент $M_{y\Sigma}$ на оси BB. По этой причине рекомендовался «уточненный» способ, согласно которому плита мысленно разрезается (якобы в запас прочности) по диагоналям квадрата на четыре части (одна из них заштрихована на рис. 164). Принимаем, что в пределах каждой из этих частей реактивные давления вызывают момент только одного направления (например, от заштрихованной области момент $M_{x\Sigma}$, действующий на все сечение AA). Формула этого момента имеет вид

$$M_{x\Sigma}=\frac{1}{3}\ \sigma\ (a-d)^2\ (2a+d). \qquad (552)$$

Эти соображения противоречат правилам статики, согласно которым от каждой силы из заданной системы сил, нормальных плоскости xy (плоскости плиты), получается как момент M_x на любой прямой, параллельной оси y, так и момент M_y на любой прямой, параллельной оси x*. Поэтому уточненный способ не только не идет в запас прочности, но и не обеспечивает ее. Он шел бы в запас прочности только в том случае, если бы момент (552) относили бы не ко всей ширине плиты, а к ширине стойки. Благополучное существование рассчитанных по уточненному способу фундаментов следует приписать лишь используемому коэффициенту запаса прочности.

Что касается момента (551), то он, как и следовало ожидать, в точности совпадает с суммарным моментом по строгому плитному расчету.

Все сказанное иллюстрируется графиком на рис. 169, где приведены кривые проинтегрированных моментов вдоль всех сечений, параллельных оси y. Значения x на всех графиках приведены к полустороне квадрата.

Линия *1* изображает эпюру суммарных моментов при предположении о распределении давлений по теории упругости; линия *2* — то же при равномерных давлениях, причем она в точности совпадает с эпюрой моментов при элементарном балочном расчете; линия *3* изображает эпюру при уточненном балочном расчете. Действительные значения моментов M_Σ (в *кгс·см*) получаются из приведенных на графиках значений $\overline{M}_\Sigma$ по формуле

$$M_\Sigma=\overline{M}_\Sigma\ \sigma\ a^3.$$

---

* Излагаемые здесь соображения имеют интерес не только при расчете фундаментных подушек, но и при решении многих других вопросов расчета плит и перекрестных балок на упругом основании. Насколько распространен изложенный выше ход мыслей, показывает, например, сходная ошибка в рекомендациях по приближенному расчету прямоугольных плит в книге [69] (стр. 53).

Графики на рис. 169 действительны при любом отношении δ стороны стойки к стороне подушки для всех сечений плиты, кроме тех, что проходят через площадь самой стойки, т. е. действительны при $x \geqslant \delta$. При $x < \delta$ значения моментов меньше тех, что изображены на графике. Их значения для частного случая $\delta = 0{,}2$ указаны на графике пунктиром. Таким образом, при $x = 0$ сплошные линии показывают значение суммарного момента $M_{\Sigma x}$ для оси y при нагрузке, сосредоточенной силой; пунктирные линии — значение момента для той же оси при нагрузке, равномерно распределенной по подошве колонны при $\delta = 0{,}2$.

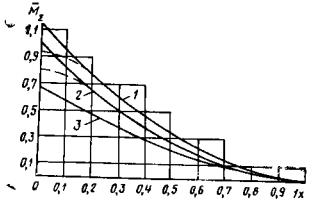


Рис. 169. Суммарные моменты M_x, приходящиеся на все сечение плиты, параллельное оси y

1 — при реактивных давлениях по теории упругости; *2* — при равномерных давлениях; *3* — по ошибочному балочному расчету с разрезкой по трапециям (пунктиром показана часть эпюры для сечений, проходящих под внешней нагрузкой, при $\delta = 2$)

В заключение этого раздела приведем некоторые данные, позволяющие проводить плитный расчет фундаментных подушек при любом значении δ.

Так как распределение усилий в плитах (не под самой стойкой) мало зависит от значений δ, то в качестве универсального графика эти усилия могут определяться по графику для сосредоточенной силы на рис. 166. Что же касается максимального момента в центре, его можно определить исходя из условий равномерной внешней нагрузки. Не приводя ее вывода, изложенного в книге [35], даем следующую формулу для определения момента в центре:

$$M_{0x} = 0{,}1552 - 0{,}102\,\delta^2 - 0{,}3713 \ln \delta\,. \qquad (553)$$

Если пользоваться гипотезой равномерных реактивных давлений, та же формула принимает вид

$$\bar{M}_{0x} = 0{,}0779 - 0{,}234\,\delta^2 - 0{,}3713 \ln \delta\,. \qquad (554)$$

Б. ПЛИТЫ ПРИ НАГРУЗКЕ, БЛИЗКОЙ К СОСРЕДОТОЧЕННОЙ, ПРИЛОЖЕННОЙ В ЛЮБОМ МЕСТЕ ПЛИТЫ

В этом разделе мы приводим самые краткие сведения о расчете прямоугольных плит любой жесткости, уделив особое внимание случаю квадратной плиты, решение для которой, как

будет показано ниже, дает необходимые данные для расчета любых прямоугольных плит большой протяженности. Подробные выкладки приведены в нашей книге [40].

§ 8. ПЛИТА НА УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ПРИ ДЕЙСТВИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛЫ, ПРИЛОЖЕННОЙ В ЛЮБОЙ ТОЧКЕ

Рассмотрим случай квадратной плиты при нагрузке сосредоточенной силой P (в *тс*), приложенной к любой точке апофемы (рис. 170). Дифференциальное уравнение ее изгиба будет описываться формулой (452) при $a = b$; $\alpha = \beta = 1$ и $q = 0$.

Задача состоит в определении неизвестной функции реактивных давлений $p = p\,(x, y)$, удовлетворяющей: дифференциальному уравнению (452); краевым условиям на контуре плиты; условию равновесия плиты; тождеству осадок грунта w и прогибов плиты Y в каждой точке плиты (контактному условию). Трением между плитой и грунтом, так же как и везде ранее, пренебрегаем.

Полагаем, что сила P приложена в точке, находящейся на оси x на приведенном расстоянии $\varepsilon = e/a$ (рис. 170), вправо от центра плиты. Представим эту силу в виде суммы двух пар нагрузок:

1) симметричной относительно оси y, состоящей из сил $P/2$, приложенных на приведенном расстоянии вправо и влево от центра (рис. 171, *а*);

2) кососимметричной нагрузки, приложенной в тех же точках (силы $+P/2$ справа и силы $-P/2$ слева от центра) (рис. 171, *б*).

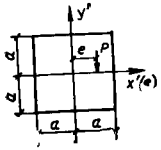


Рис. 170. Схема внецентренно-нагруженной квадратной плиты

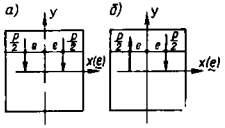


Рис. 171. Разбивка внецентренной нагрузки

а — симметричная нагрузка; *б* — кососимметричная нагрузка

Реактивные давления, соответствующие каждой из пар нагрузок, будем искать в виде полиномов[1]

$$p_0 = \sum_{i=0}^{4} \sum_{j=0}^{4-i} a_{2i,\,2j}\, x^{2i}\, y^{2j}; \tag{555}$$

$$p_1 = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3-i} a_{2i+1,\,2j}\, x^{2i+1}\, y^{2j}. \tag{556}$$

Степени полиномов выбраны в соответствии с максимальной точностью решения, которая может быть достигнута на основе таблиц, дающих связь между давлениями, распределенными по квадратной поверхности упругого полупространства, и деформациями этой площадки. Одна из них — табл. 84, остальные опубликованы в книге [35].

Подставляя в уравнение (452) для первой схемы нагрузки полином (555), а для второй схемы полином (556), получим частное решение неоднородного дифференциального уравнения[1] в первом случае в виде двойного полинома 12-й степени, аналогично выражению (471) при $2n=12$. Во втором случае получим аналогичный полином 11-й степени с четными степенями y и нечетными x. В этих полиномах коэффициенты $B_{2u,2v}$ и $B_{2u+1,2v}$ будут некоторыми линейными функциями от неизвестных коэффициентов a_{2i} и a_{2i+1}. Связь между теми и другими величинами легко устанавливается путем приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях в правой и левой частях уравнения (452).

Как и в случае расчета жестких плит, решение уравнения (452) будем искать как сумму частных решений типа (471) и решения однородного дифференциального уравнения. На этот раз решение однородного уравнения, удовлетворяющее всем необходимым требованиям, будет:

в случае симметричной нагрузки

$$Y_0^{**} = c_2\,(r^2 \ln r + r_1^2 \ln r_1); \tag{557}$$

в случае антисимметричной нагрузки

$$Y_1^{**} = c_3\,(r^2 \ln r - r_1^2 \ln r_1). \tag{558}$$

Значение постоянной c_2 определяется равенством (539). Оно не зависит от точки приложения нагрузки, если только эта точка не находится на самом краю. Для случая нагрузки на краю $c_{2кр}=2c_2$. Это вытекает из того обстоятельства, что в данном случае интеграл от поперечных сил типа (538) берется не по

---

[1] Как указывалось в главе II, части третьей, в эпюре реактивных давлений под гибкой плитой на упругом полупространстве при точном решении выявляется угловая точка. Поэтому, чтобы решение было сходящимся, как показал Боровичка [169], следует брать кроме рядов (555) и (556) такие же ряды, умноженные на $\ln r$, где r — расстояние от загруженной точки. Наше решение будет давать лишь приближение в среднем.

окружности, а по полуокружности. Величины r и r_1 — расстояния, приведенные к полусторонам плиты от точки приложения соответственно правой и левой сил $P/2$ до точки, в которой определяется прогиб.

Таким образом, решением уравнения (452) для симметричной нагрузки будет

$$Y_0 = Y_0^{**} + Y_0^{*} = c_2\,(r^2 \ln r + r_1^2 \ln r_1) + \sum_{u=0}^{6} \sum_{v=0}^{6-u} B_{2u,\,2v}\, x^{2u}\, y^{2v}, \tag{559}$$

а для кососимметричной

$$Y_0 = Y_0^{**} + Y_0^{*} = c_2\,(r^2 \ln r - r_1^2 \ln r_1) + \sum_{u=0}^{5} \sum_{v=0}^{5-u} B_{2u+1,\,2v}\, x^{2u+1}\, y^{2v}. \tag{560}$$

Связь между коэффициентами $B_{2u,2v}$ и $B_{2u+1,2v}$, с одной стороны, и коэффициентами $a_{2i,2j}$ и $a_{2i+1,j}$ — с другой, определяется равенствами (480). Аналогичные равенства легко устанавливаются и для кососимметричной нагрузки. Полностью эти равенства для симметричной и кососимметричной нагрузок при полиноме для прогибов 12-й и 11-й степени приведены в книге [40].

Переходим к выполнению условий на свободном краю, которые имеют для стороны $x=\pm 1$ вид (540) и (541) и аналогичный вид для стороны $y\pm 1$ (с переменой местами x и y). Легко понять, что достаточно удовлетворить условиям на краях $x=1$ и $y=1$, чтобы на двух других краях они удовлетворялись бы автоматически.

Подставим в уравнения типа (540) и (541) выражения прогибов: сначала для симметричной нагрузки (559), а затем для кососимметричной (560). Для этой цели решения однородного бигармонического уравнения (557) и (558) представим в прямоугольных координатах. Первое из них будет иметь вид

$$Y_0^{**} = \frac{1}{2}\, c_2 \left\{ [(x-\varepsilon)^2 + y^2] \ln [(x-\varepsilon)^2 + y^2] + [(x+\varepsilon)^2 + y^2] \ln [(x+\varepsilon)^2 + y^2] \right\}, \tag{561}$$

второе (Y_1^{**}) будет отличаться лишь знаком перед второй квадратной скобкой.

Очевидно, для того чтобы удовлетворить краевым условиям путем приравнивания нулю коэффициентов при степени y (для стороны $x=1$) или x (для стороны $y=1$) в левых частях равенств типа (540) и (541), необходимо нерегулярные члены, получающиеся вследствие дифференцирования уравнений (538),

аппроксимировать степенным полиномом. Например, для полинома, входящего в уравнение (540)

$$b_0 + b_2 y^2 + b_4 y^4 \approx (1+\nu_1)\left\{\ln[(1-\varepsilon^2)+y^2] + \ln[(1+\varepsilon)^2+y^2] + \right.$$

$$\left. + 2 + \frac{2}{1+\nu_1}\cdot\frac{(1-\varepsilon)^2+\nu_1 y^2}{(1-\varepsilon)^2+y^2} + \frac{2}{1+\nu_1}\cdot\frac{(1+\varepsilon)^2+\nu_1 y^2}{(1+\varepsilon)^2+y^2}\right\}, \quad (562)$$

получаем при $\nu_1 = 1/6$ следующие уравнения этого полинома при различных значениях ε:

$$\varepsilon = 0:\ M_x' = 6{,}312 - 0{,}576\, y^2 + 0{,}569\, y^4;$$

$$\varepsilon = 0{,}6:\ M_x' = 5{,}192 + 0{,}640\, y^2 + 0{,}310\, y^4;$$

$$\varepsilon = 1:\ M_x' = 0{,}997 + 15{,}838\, y^2 - 11{,}776 y^4.$$

На рис. 172 показаны результаты этой аппроксимации.

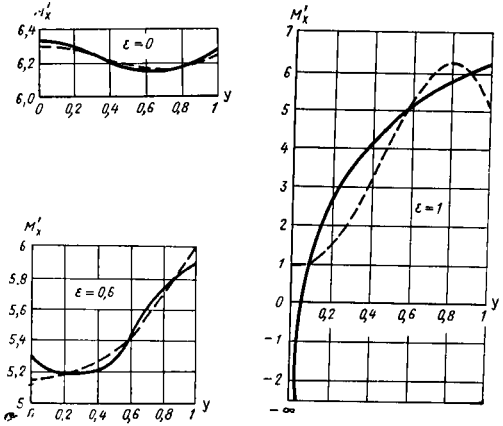


Рис. 172. Аппроксимация полиномами нерегулярной функции, входящей в краевое условие для моментов M_x

Как видно из графиков, расхождение между функцией и полиномом растет с возрастанием ε. При $\varepsilon = 1$ полином имеет под нагрузкой конечное значение вместо бесконечно большого. Однако резкое расхождение наблюдается только в небольшой области около нагрузки. В остальной части стороны квадрата расхождение, хотя и значительное по абсолютной величине, но сравнительно с общим изменением функции не столь велико.

Аналогичное положение возникает и при аппроксимации нерегулярной функции, входящей в условие (541).

Для точного удовлетворения краевых условий числа неизвестных $B_{2u,2v}$ и $B_{2u+1,2v}$ будет недостаточно. Обращая в нуль только коэффициенты при первых степенях x и y в уравнениях (540) и (541), мы получим хорошее выполнение краевых условий вблизи середины края и худшее вблизи угла.

В результате получаются следующие выражения для коэффициентов в выражениях (559) и (560):

$$B_{2u,\,2v} = \lambda \sum_{i=0}^{4}\sum_{j=0}^{4-i} \gamma_{2u,\,2v,\,2i,\,2j}\, a_{2i,\,2j} + c_2\, \eta_{2u,\,2v}; \quad (563)$$

$$B_{2u+1,\,2v} = \lambda \sum_{i=0}^{6}\sum_{j=0}^{3-i} \gamma_{2u+1,\,2v,\,2i+1,\,2j}\, a_{2i+1,\,2j} + c_2\, \eta_{2i+1,\,2v}. \quad (564)$$

Для всех безразмерных величин γ, а также для зависящих от ε величин η составлены таблицы [40].

Остается выполнить контактные условия, для чего используются оставшиеся свободными коэффициенты $a_{2i,2j}$, $a_{2i+1,2j}$, а также $B_{2u,0}$ и $B_{1,2v}$. Для этого осадки определяются через многочлен [ср. формулу (442)]. В случае симметричной нагрузки

$$w_0(x,\ y) = \sum_{u=0}^{4}\sum_{v=0}^{4-u} A_{2u,\,2v}\, x^{2u}\, y^{2v}, \quad (565)$$

в случае кососимметричной

$$w(x,\ y) = \sum_{u=0}^{6}\sum_{v=0}^{3-u} A_{2u+1,\,2v}\, x^{2u+1}\, y^{2v}. \quad (566)$$

Коэффициенты этих многочленов связаны с коэффициентами рядов реактивных давлений (555) и (556) равенствами типа (443), где, как это объяснено в главе I, значения величин δ табулированы.

Осадка $w(x, y)$ таким образом выражается степенным полиномом. В выражении же прогиба плиты входят нерегулярные функции (561). Чтобы удовлетворить приближенно контактным условиям путем приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях x и y в выражениях осадок и прогибов плиты, нерегулярные функции (561) должны быть аппроксимированы интерполяционными полиномами восьмой степени. Результаты такой аппроксимации приведены в книге [40]. Точность ее очень высока.

Алгоритм для практических расчетов эксцентрично нагруженных плит небольшой протяженности приведен в книге [40]. Обобщая выкладки, приведенные в этом разделе, можно составить алгоритмы и для нагрузки, приложенной не только в апофеме, а и в любой точке плиты.

§ 9. РАСЧЕТ ПЛИТ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ ПРИ НАГРУЗКЕ, БЛИЗКОЙ К СОСРЕДОТОЧЕННОЙ

Чтобы перейти к расчету бесконечной и полубесконечной плит большой протяженности, достаточно, как и в случае расчета длинных полос (см. часть вторую) или длинных балок (см. часть четвертую), решить задачу о плите при большом показателе гибкости r (466) и путем перехода от безразмерных координат x и y, приведенных к полустороне квадрата, к координатам ξ и η, приведенным к упругой характеристике плиты L (205).

Как было показано на примере расчета полосы в условиях плоской задачи, для обеспечения достаточной точности применения схемы бесконечной и полубесконечной плит необходимо, чтобы удовлетворилось требование $\delta = d/L \geqslant 2$. Можно показать [40], что это соответствует условию, при котором показатели гибкости отвечают неравенству $r \geqslant 50$. При $r = 50$ $\delta \approx 2$.

Решив при $r = 50$ задачу о центрально-нагруженной сосредоточенной силой квадратной плите, мы получаем результаты, представленные на рис. 173 сплошными эпюрами. Пунктирные эпюры относятся к решению О. Я. Шехтер (292) и (293) для плиты неограниченных размеров. Как видно из рисунка, совпадение обоих решений хорошее.

На рис. 174 дан общий график безразмерных расчетных величин для того же случая. Действительные значения их определяются с использованием данных рис. 173 и 174 по обычным формулам перехода (547).

Сопоставление с подробным графиком, изображенным на рис. 166 для абсолютно жесткой плиты ($r = 0$), показывает, в каких пределах меняются расчетные величины в зависимости от жесткости плиты. Интересно отметить выявление в гибкой плите отрицательных реактивных давлений вблизи угла, что показывает отставание плиты от основания.

На основе перехода от плиты с показателем гибкости $r = 50$ к полубесконечной плите при приведенных значениях расстояния до края δ от нуля до 2 нами были составлены подробные таблицы всех безразмерных расчетных величин, опубликованные в книге [40]. С помощью этих таблиц проводится уточненный расчет плит под сетку колонн. При наличии этих таблиц сложение эпюр, возникающих от каждой из передаваемых колонной нагрузок, все же связано с большой и громоздкой работой. Она облегчается с помощью составленного Т. А. Маликовой алгоритма такого расчета. Еще больше расчет облегчается при использовании машинного счета по программе МРП-3, где в памяти машины заложены наши таблицы. Соответствующие материалы помещены в части шестой. Там же приведены сведения о поправках погрешностей в эпюры изгибающих моментов у краев, вызванных применением бесконечно простирающейся плиты вместо плиты ограниченных размеров.

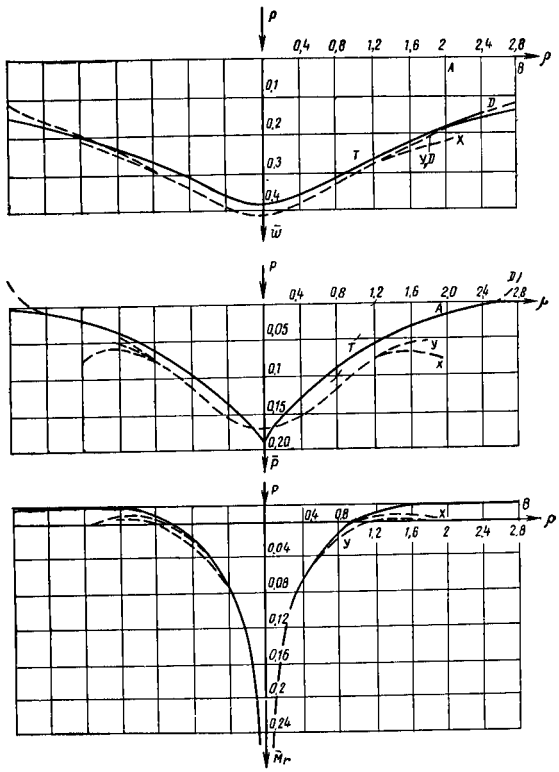


Рис. 173. Сопоставление точного решения О. Я. Шехтер (сплошные эпюры T для бесконечной плиты с приближенным решением квадратной плиты большой протяженности) (пунктирные эпюры)

X — по оси x; Y — по оси y; D — по диагонали

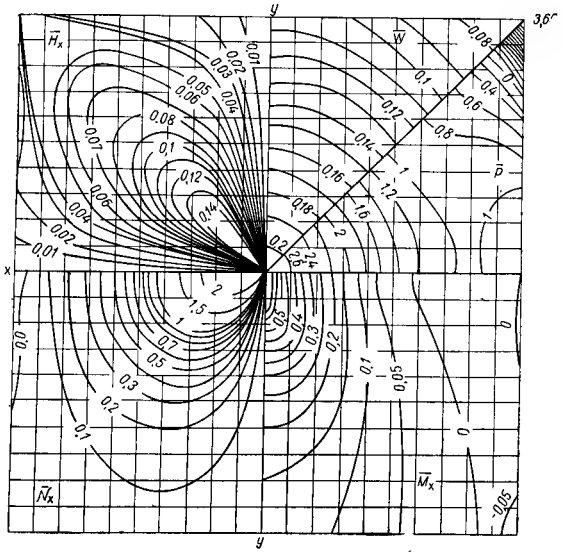
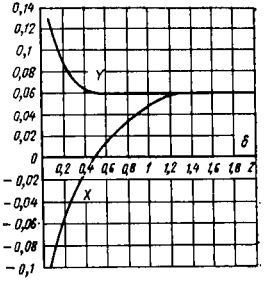


Рис. 174. График равных безразмерных величин для квадратной плиты большой протяженности (показатель гибкости $r=50$), нагруженной сосредоточенной силой в центре

Использование схем бесконечной и полубесконечной плиты удобно по сравнению с непосредственным расчетом плит большой протяженности как прямоугольных плит с учетом всех приложенных нагрузок. Здесь можно не заботиться о числе нагрузок. Однако наше решение, особенно для случая нагрузки совсем вблизи и на самом краю плиты, недостаточно точное. Желательно поэтому, чтобы эта задача была перерешена строгими методами, подобно тому как это сделано Г. Я. Поповыми и В. Л. Воробьевым для полубесконечных полос (см. часть вторую). Очень важно отабулировать решение для случая нагрузки, приложенной вблизи угла.

Наше изложение было бы неполным, если бы мы не указали, каким образом учесть то обстоятельство, что нагрузка фактически прикладывается не в виде сосредоточенной силы, а распре-

Рис. 175. Графики величин X и Y, входящих в формулы (567) для определения моментов в центре загруженной площадки



деляется по площади колонны или подколонника. Соответствующее указание тем более необходимо, что при использовании схемы сосредоточенной силой под нагрузкой появляются бесконечно большие изгибающие моменты. При переходе же к нагрузкам, распределенным по малым площадкам, моменты конечны, но резко зависят от размеров площадки загружения. Последнее обстоятельство, к сожалению, часто не учитывается в решениях, посвященных задачам о расчете прямоугольных плит на упругом основании: допуская произвол в размерах площадки загружения, авторы допускают и произвол в размере максимальных моментов.

Замена сосредоточенной силы нагрузкой, равномерно распределенной по кругу малого радиуса, почти не влияет на эпюру реактивных давлений и, следовательно, влияет только на нерегулярную составляющую уравнений прогибов (557) и (558). Поэтому можно показать [40], что изгибающие моменты в двух направлениях в центре круглой нагруженной площадки, находящейся на приведенном расстоянии δ от края плиты, можно определять по формулам:

$$\left.\begin{aligned} M_x &= P\,(X - 0{,}09284\,\ln\alpha'); \\ M_y &= P\,(Y - 0{,}09284\,\ln\alpha'), \end{aligned}\right\} \qquad (567)$$

где $\alpha = \frac{r}{L}$ (r — радиус нагруженной площадки); P — суммарная нагрузка на площадку.

Подразумевается, что M_x — моменты, изгибающие плиту в направлении, нормальном к краю плиты, а M_y — то же, в направлении, параллельном краю.

Величины X и Y определяются в зависимости от δ по графику на рис 175.

ЧАСТЬ ШЕСТАЯ

Расчет прямоугольных плит большой протяженности

Глава I. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Прямоугольные плоские сплошные фундаментные плиты конечной жесткости и большой протяженности широко применяются при строительстве многоэтажных зданий различного назначения, а также промышленных сооружений типа силосов, элеваторов и т. п. Площадь таких плит, как правило, превышает 100 $м^2$, а ширина $b^1 \geqslant 10$ *м*.

К расчетной категории прямоугольных фундаментных плит большой протяженности относятся плиты, показатель гибкости которых r (см. § 9, главу III, часть пятую) в направлении длины и ширины

$$r > 50 \frac{a^2}{b'^2}$$

и в направлении только длины

$$r > 50 \frac{b'}{a},$$

а показатель гибкости полосы [см. часть вторую, формулу (74)] шириной 1 *м*, вырезанной из плиты в поперечном направлении, $\geqslant 1$.

В связи с большими размерами фундаментных плит оказалось возможным при их расчете принять ряд упрощающих допущений, например можно не учитывать заглубление плиты и рассматривать ее лежащей на поверхности основания. Напряженное состояние и деформации прямоугольной фундаментной плиты большой протяженности от нагрузок, расположенных близко к краю, с достаточной точностью можно определять как в полубесконечной плите на сжимаемом основании, от нагрузок, близких к углу,— как в четверть бесконечной плите, а от нагрузок, удаленных от края,— как в бесконечной плите.

Несмотря на эти упрощения, расчет плит большой протяженности, лежащих на сжимаемом основании, связан с большими математическими и вычислительными трудностями. Первым этапом на пути упрощения и облегчения практических расчетов было табулирование решений. Так, О. Я. Шехтер и А. В. Винокурова [155] составили таблицы безразмерных расчетных величин, необходимые для расчета бесконечной плиты, лежащей

на основании, подчиняющемся гипотезе коэффициента постели. Затем О. Я. Шехтер [158] вычислила безразмерные расчетные величины для бесконечной плиты на упругом полупространстве. М. И. Горбунов-Посадов [39] составил удобные в практическом пользовании подробные таблицы безразмерных расчетных величин для расчета полубесконечных плит на упругом полупространстве. Б. Г. Коренев и Е. И. Черниговская [85] подготовили таблицы для расчета бесконечных плит на основании, подчиняющемся гипотезе одного или двух коэффициентов постели, а также в виде упругого полупространства и упругого слоя конечной толщины. Е. А. Палатников [106] составил таблицы, облегчающие расчет бесконечных, полубесконечных и четвертьбесконечных плит на основании, подчиняющемся гипотезе одного коэффициента постели.

Однако при использовании табличного материала расчет фундаментных плит на большое количество нагрузок, например от колонн многоэтажного здания, слишком трудоемок. Только с появлением электронно-вычислительных машин он предельно упростился. Роль проектировщика при этом сводится к заданию исходных данных и к оценке получаемых результатов.

Вначале программы для расчета фундаментных плит на ЭВМ составлялись в кодах и были пригодны для одной конкретной машины, что затрудняло их практическое использование. В настоящее время процесс программирования упростился. Программы пишутся на более простом и понятном языке «Алгол-60» и могут транслироваться различными ЭВМ. Для этого последние модели ЭВМ типа М-20, М-220, БЭСМ-3М и другие снабжены трансляторами. Введение «Алгола-60» расширило область использования программ и облегчило их составление. Кроме того, с совершенствованием ЭВМ увеличились объемы их памяти и скорость выполнения операций, что позволяет усложнять задачи расчета плит учетом неоднородности основания в плане сооружения, влияния жесткости надфундаментного строения, особенностей работы железобетона и т. д.

Первые программы для расчета фундаментных плит на ЭВМ были составлены по решениям, использующим для основания наиболее простые модели, подчиняющиеся гипотезам: Винклера двух коэффициентов постели, коэффициента жесткости (переменного коэффициента постели). Позднее появились программы по решениям для фундаментных плит, полученным с введением модели основания в виде упругого полупространства с коэффициентом, корректирующим осадки и деформации плиты, а также в виде упругого слоя конечной толщины (см. часть первую). В настоящее время существуют универсальные программы, позволяющие выполнять расчеты фундаментных плит с использованием различных моделей оснований.

Что касается расчетной схемы прямоугольной плиты, то при составлении программ сначала также использовались схемы, су-

щественно упрощающие расчет бесконечной, полубесконечной и четвертьбесконечной плиты, позволяющие рассчитывать плиты большой протяженности. Позднее появились программы для расчета прямоугольных плит любых конечных размеров. Эти программы в большинстве случаев реализуют метод конечных разностей, дающий точность расчета в зависимости от возможностей ЭВМ.

Ниже приводятся основные сведения по программам, нашедшим применение в практике проектирования.

В институте Гипроннавиапром Е. А. Палатниковым составлены в кодах программы ПВИ и ПВТ для расчета на ЭВМ «Минск-22» прямоугольных железобетонных плит конечной жесткости со свободными краями большой протяженности, лежащих на сжимаемом основании, подчиняющемся гипотезе Винклера. При расчете по программе ПВИ [107] фундаментные плиты принимаются изотропными. Программа ПВТ [108] позволяет учесть образование трещин в растянутой зоне бетона.

Алгоритм программы ПВИ разработан по методу Е. А. Палатникова, изложенному в книге [106], с использованием для плиты схем бесконечной, полубесконечной и четвертьбесконечной плит. Решение для алгоритма программы ПВТ приведено в работе [105]. Оно получено с использованием гипотезы об отсутствии крутящих моментов в плите при возникновении трещин, выдвинутой Е. А. Палатниковым на основе совпадения с экспериментальными данными результатов расчета квадратных плит, опертых по контуру, без учета крутящих моментов.

Расчет фундаментной плиты по программам ПВИ и ПВТ ведется на нормальную к ее поверхности нагрузку, распределенную по прямоугольным площадкам.

В НИИ оснований и подземных сооружений Б. А. Фаянсом составлена в кодах программа МРП-2 для расчета на ЭВМ БЭСМ-2М прямоугольных фундаментных плит любых размеров, лежащих на основании, характеризуемом переменным коэффициентом постели. Нагрузка на плиту может быть нормальной к ее поверхности, непрерывно распределенной по всей площади или равномерно распределенной по отдельным круговым площадкам, число которых должно быть не больше 200. Алгоритм программы составлен по методу Б. Л. Фаянса [141].

Сотрудником НИИ строительных конструкций Госстроя СССР Г. М. Бобрицким разработана в кодах программа РАФУП-1 для расчета на ЭВМ типа М-220 и БЭСМ-4 фундаментных плит переменной жесткости на неоднородном основании, характеризуемом переменным коэффициентом постели (жесткости), при любых краевых условиях, с учетом жестких элементов надфундаментного строения. Жесткость плиты может быть постоянной, ступенчато-переменной и иметь плавный характер изменения. Программа позволяет ввести в расчет другие модели основания. Алгоритм расчета плиты составлен Г. М. Бобрицким

[9] на основе аппроксимации дифференциальных зависимостей их разностными аналогами.

В Ленпромстройпроекте В. Н. Сливкером [126] разработан алгоритм и составлены в кодах программы ПУО-2 и ПУО-5 для расчета на ЭВМ БЭСМ-2М прямоугольных фундаментных плит конечной жесткости со свободными от закрепления краями, лежащих на сжимаемом основании. Для основания принята модель с двумя коэффициентами постели, предложенная П. Л. Пастернаком [110].

Программа ПУО-5 позволяет выполнить расчет фундаментной плиты с учетом влияния на ее работу жесткого верхнего строения.

По методу расчета фундаментных плит, разработанному в КИСИ С. А. Ривкиным [120], можно выполнить расчет фундаментных плит с учетом жесткости надфундаментного строения на ЭВМ М-20, М-220, БЭСМ-3М, БЭСМ-4 по программе, составленной в КиевЗНИИЭП А. С. Городецким и В. С. Здоренко для расчета пространственных стержневых систем. В соответствии с методом С. А. Ривкина надфундаментная часть здания, фундаментная плита и грунтовое основание рассматриваются как единая пространственная стержневая система. Для расчета фундаментная плита заменяется эквивалентной по жесткости системой горизонтальных перекрестных полос-стержней, а грунтовое основание — дискретными упругими опорами в виде вертикальных стержней, размещенных в узлах пересечения перекрестных полос плиты.

Перекрестные полосы принимаются эквивалентными плите по жесткости на поперечный изгиб. Жесткость плиты на кручение не учитывается. Грунтовое основание принимается подчиняющимся гипотезе переменного коэффициента постели. Принятое С. А. Ривкиным выражение для закона изменения в плане коэффициента постели позволяет при необходимости получить реактивные давления под плитой, соответствующие не только основанию, подчиняющемуся гипотезе Винклера, но с некоторым приближением и основанию в виде упругого полупространства или упругого слоя конечной толщины.

В институте Гипротис совместно с НИИ оснований и подземных сооружений по алгоритмам, разработанным А. М. Горловым, Р. В. Серебряным и Б. Л. Фаянсом [48, 51], составлены в кодах программы АРАП-1 [49] и АРАП-1М [50], реализующие модель основания в виде сжимаемого слоя конечной толщины, частным случаем которой является упругое полупространство. Использование этой модели основания значительно усложняет расчет плиты. Задача решается приближенно путем нахождения функции прогибов плиты в виде 44-членного полинома методом наименьших квадратов.

Программа АРАП-1 предназначена для расчета на ЭВМ БЭСМ-2М прямоугольных фундаментных плит конечной жестко-

сти со свободными краями, лежащих на упругом слое конечной толщины.

Программой АРАП-1М можно пользоваться для расчета на ЭВМ «Минск-22» прямоугольных плит конечной жесткости с различными формами закрепления краев: край свободен, шарнирно оперт, защемлен. При этом возможны различные сочетания краевых условий. Модель основания также принята в виде упругого слоя конечной толщины.

Расчет плиты по этим программам ведется на действие нормальной к ее поверхности непрерывно меняющейся нагрузки.

А. М. Горлов и Ю. А. Рогов внесли изменения в алгоритм программы АРАП-1М, позволяющие рассчитать прямоугольную фундаментную плиту конечной жесткости, лежащую на сжимаемом основании, на вертикальную нагрузку, равномерно распределенную по прямоугольным площадкам (на нагрузку от колонн сооружения). При этом в качестве модели основания может быть принят упругий слой или упругое полупространство и, кроме того, произвольное линейно-деформируемое основание, задаваемое матрицей осадок поверхности грунта от единичной силы.

В соответствии с алгоритмом из плиты выделяются нагруженные и ненагруженные зоны. В выражение для прогибов нагруженной зоны плиты вводятся члены ряда, содержащие тригонометрические и показательные функции. Поэтому расчет плиты на ЭВМ «Минск-22» по программе АРАП-4, составленной в кодах и реализующей этот алгоритм, производится в два этапа:

1) расчет плиты от всех заданных нагрузок с полученнем приближенной поверхности прогибов для участков плиты вне зон приложения нагрузок (общее решение);

2) расчет отдельных участков плиты в зонах действия сил с краевыми условиями, получаемыми из общего решения.

Задачей этого этапа расчета является уточнение изгибающих моментов в нагруженных зонах плиты.

В Челябинском политехническом институте Э. А. Комаров [131а] по алгоритму, разработанному В. И. Соломиным и Э. И. Комаровым, в кодах составил программу РПС-2 для расчета на ЭВМ «Урал-2» сплошных прямоугольных фундаментных плит постоянной жесткости со свободными краями, нагруженных произвольно расположенными вертикальными силами.

Модель основания может приниматься подчиняющейся гипотезе Винклера, упругого полупространства или слоя конечной толщины, для которого учитываются различные граничные условия на плоскости контакта с недеформируемой частью основания.

В основу алгоритма положен метод сеток. Ячейки могут назначаться как квадратными, так и прямоугольными с различным отношением сторон. Сетка принимается регулярная с максимальным числом узлов 625.

Нагрузка от колонны, приложенная в узле сетки, представляется в пределах примыкающей к нему сеточной области равномерно распределенной.

Для уточнения значений усилий на нагруженных участках плиты выполняется дополнительный расчет путем местного сгущения сетки.

В НИИ оснований и подземных сооружений по методу М. И. Горбунова-Посадова [94] Т. А. Маликовой разработан алгоритм и под ее руководством составлены программы МРП-1 [95] и МРП-3 [97а] для расчета сплошных прямоугольных фундаментных плит постоянной конечной жесткости, большой протяженности, со свободными краями.

В качестве модели основания принят сжимаемый слой конечной толщины, условно-заменяемый упругим полупространством путем введения в расчет корректирующего коэффициента (см. часть первую, главу III). Этот коэффициент находится из условия равенства средней осадки равномерно нагруженной поверхности упругого полупространства и упругого слоя конечной толщины. Расчет плиты по программам МРП-1 и МРП-3 ведется на действие нормальной к ее поверхности нагрузки, сосредоточенной и равномерно распределенной по прямоугольным площадкам, количество которых должно быть не больше 200.

Программа МРП-1 составлена в кодах для ЭВМ «Урал-4». Программа МРП-3 написана на языке «Алгол-60» для транслятора ТА-1М ЭВМ типа М-220М. По программе МРП-3 возможен расчет с учетом влияния на работу плиты очень жесткого верхнего строения (например, банок силосных корпусов) или отдельных жестких элементов надфундаментной конструкции (например, диафрагм жесткости здания со связевым каркасом).

Расчеты фундаментных плит на ЭВМ показали существенные расхождения в результатах расчета, полученных по программам, использующим разные модели основания [96 а].

В качестве примера на рис. 176 приведены результаты расчета фундаментной плиты гостиницы «Интурист-1» в Москве по программам АРАП-4, МРП-1, РПС-2, ПВИ, ПВТ, ПУО-2 и РАФУП-1.

Исходные данные для расчета, характеризующие нагрузки, плиту и основание, приняты по заданию института Моспроект-1:

1) толщина плиты $h=1{,}2$ *м*;
2) модуль упругости бетона $E_1=2{,}65\cdot10^6$ *тс/м*^{2};
3) коэффициент Пуассона бетона $\nu_1=0{,}17$;
4) модуль деформации основания $E_0=3700$ *тс/м*^{2};
5) коэффициент Пуассона основания $\nu_0=0{,}3$;
6) толщина реального сжимаемого слоя $H_{расч}=11{,}5$ *м*;
7) коэффициент постели основания, найденный по формуле (44), $K_1=392$ *тс/м*^{3};
8) второй коэффициент постели основания, вычисленный по решению П. Л. Пастернака [110], $K_2=5455$ *тс/м*.

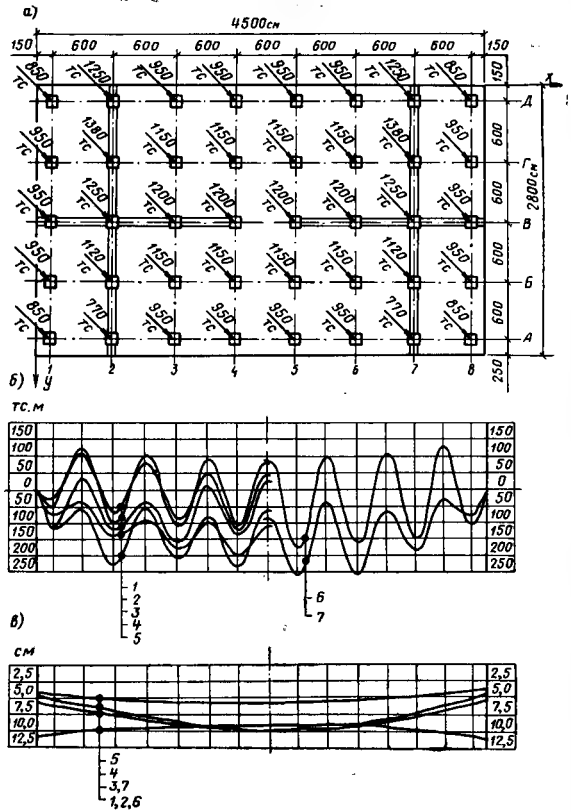


Рис. 176. Фундаментная плита гостиницы «Интурист» (Москва)

а — схема нагрузок; *б* — эпюры изгибающих моментов M_x, *тс·м* по оси *В*; *в* — эпюры осадок *w*, *см* по оси *В*; *1* — по программе ПВИ; *2* — по программе ПВТ; *3* — по программе ПУО-2; *4* — по программе АРАП-4; *5* — по программе МРП-1; *6* — по программе РАФУП-1; *7* — по программе РПС-2

Остальные исходные данные показаны на рис. 176.

Аналогичные результаты получаются при расчете плиты с использованием таблиц М. И. Горбунова-Посадова [39], Е. А. Палатникова [106], Б. Г. Коренева и Е. И. Черниговской [85].

Такое положение с расчетами фундаментных плит дезориентирует проектировщиков и усложняет проектирование фундаментных плит. В связи с этим в первой части книги дан критический анализ существующих моделей основания и показано, что ни одна из рассмотренных моделей основания полностью не удовлетворяет опытным данным. Из искусственных схем основания, используемых для расчета плит большой протяженности, только модели упругого слоя и полупространства с корректирующим коэффициентом наиболее близко к действительным описывают деформативные свойства однородного в плане основания (коэффициент неоднородности в плане, т. е. отношение максимального значения модуля деформации грунта к минимальному)

$$\left(\alpha = \frac{E_{0\,\text{макс}}}{E_{0\,\text{мин}}} \leqslant 2\right).$$

Эти модули, в отличие от остальных, дают возможность рассматривать основание в целом и решать сложные вопросы взаимного влияния сооружений.

Из-за отсутствия аналогичных решений для основания с переменными в плане деформативными характеристиками расчет фундаментной плиты, лежащей на неоднородном в плане основании ($\alpha > 2$), может быть выполнен с использованием модели упругого слоя или полупространства с корректирующим коэффициентом, но с обязательным проведением дополнительного расчета плиты на основании, подчиняющемся гипотезе коэффициента жесткости (переменного коэффициента постели). Поэтому в дальнейшем изложении в качестве расчетных моделей основания приняты упругий (сжимаемый) слой, полупространство с корректирующим коэффициентом и модель, подчиняющаяся гипотезе коэффициента жесткости.

Глава II. РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ

§ 1. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛЕЙ ОСНОВАНИЯ

Модель сжимаемого слоя конечной толщины характеризуется тремя параметрами: осредненным модулем деформации E_0, расчетной величиной сжимаемой толщи H и коэффициентом Пуассона ν_0. Осредненный модуль деформации определяется по результатам штамповых испытаний грунтов, находящихся в пре-

делах расчетной величины сжимаемой толщи, и формуле (64). Коэффициент Пуассона ν_0 принимается как средняя взвешенная величина для грунтов сжимаемой толщи.

Расчетная величина сжимаемой толщи определяется либо как расстояние от подошвы плиты до практически несжимаемых пород, если эти породы на глубине, меньшей 20 *м*, подстилают сжимаемые грунты либо исходя из условия совпадения расчетных осадок здания с натурными. Грубо приближенно в этих целях можно воспользоваться указаниями главы III, части первой. Более точно расчетную величину сжимаемой толщи можно подобрать, пользуясь формулой (568) К. Е. Егорова [62] для средней осадки $S_{ср}$ нагруженной поверхности упругого слоя и материалами наблюдений за осадками аналогичных выстроенных эксплуатируемых зданий:

$$S_{ср} = \left(bp \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i - K_{i-1}}{E_{0\,i}} \right) M, \qquad (568)$$

где b — ширина плиты; p — полное среднее давление на грунт под подошвой фундамента; n — количество разнородных слоев грунта в пределах расчетной величины сжимаемой толщи; $E_{0\,i}$ — модуль деформации i-го слоя грунта, определенный глубинными штамповыми испытаниями; K_i — безразмерный коэффициент для i-го слоя грунта, определяемый по табл. 4 работы [62] в зависимости от отношения расстояния между подошвой плиты и кровлей $i+1$ слоя грунта к полуширине плиты, а также от отношения сторон плиты; M — поправочный коэффициент, приведенный в работе [62].

Наряду с моделью сжимаемого слоя для расчета фундаментных плит большой протяженности можно пользоваться значительно обогащающей расчет схемой упругого полупространства с корректирующим коэффициентом, определяемым по ожидаемой осадке здания.

Эта модель характеризуется модулем деформации E_0 и коэффициентом Пуассона ν_0, непосредственно используемыми при расчете фундаментной плиты, а также величиной сжимаемой толщи H, необходимой для вычисления ожидаемой осадки здания.

Модуль деформации E_0 определяется по результатам штамповых испытаний грунтов и формуле (64). Корректирующий коэффициент находится по формулам (65), (66) и табл. 6 из условия равенства средней осадки нагруженной поверхности упругого слоя, толщина которого равна действительной либо расчетной величине сжимаемой толщи, и упругого полупространства.

Расчетная толщина сжимаемого слоя и коэффициент Пуассона для этой модели основания находятся так же, как и для модели упругого слоя.

Значения коэффициента жесткости, необходимые для расчета плиты, лежащей на неоднородном в плане основании ($\alpha > 2$), подчиняющемся гипотезе переменного коэффициента постели, определяются по формуле (1). При этом исходят из ожидаемых осадок участков плиты, лежащих на грунтах с резко отличающимися модулями деформации ($\alpha > 2$). Эти осадки можно найти методом угловых точек (см. СНиП II-Б.1-62), принимая для основания схему полупространства с корректирующим коэффициентом.

§ 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ ВЕЛИЧИНЫ СЖИМАЕМОЙ ТОЛЩИ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для получения расчетной величины сжимаемой толщи основания, позволяющей сблизить результаты расчета с натурными данными об осадках и прогибах фундаментов больших площадей, требуется большое количество экспериментальных данных по наблюдению за осадками выстроенных зданий. Поэтому с 1949 г. НИИ оснований и подземных сооружений осуществляет систематические наблюдения за осадками фундаментов высотных и многоэтажных зданий Москвы [97].

В этом параграфе приведены итоги обработки материалов последнего из приведенных циклов наблюдений, выполненной с целью получения значений расчетной величины сжимаемой толщи и предварительного назначения величин средних осадок, максимальных прогибов и кранов, допустимых при проектировании фундаментов многоэтажных зданий.

Для наблюдаемых зданий в табл. 87 указаны основные характеристики фундаментов, выполненных монолитными из ребристых (№ 1—9) и сплошных плоских (№ 10—12) плит и коробок (№ 13—20). В табл. 87 значения p и $p_б$ даны на уровне подошвы фундамента.

Характеристики грунтов, необходимые для прогнозирования осадок и совместного расчета оснований и фундаментов, сведены в табл. 88.

Результаты обработки материалов измерения осадок фундаментов высотных и многоэтажных зданий показаны в табл. 89.

Для определения приведенных в табл. 89 полных максимальных и средних осадок фундаментов по измеренным осадкам марок, заложенных в фундаментных плитах и в подвальных частях стен и колонн, был сделан анализ изменения скорости нарастания осадок марок во времени по графикам изменения осадок марок $S = f_1(t)$ и нагрузок $p = f_2(t)$ во времени, которые строились для каждого наблюдаемого здания. При этом оказалось, что скорости нарастания осадок марок после приложения полных нагрузок (сдачи в эксплуатацию) значительно уменьшаются. Так, максимальная скорость осадок марок фундамента здания института Гидропро-

Таблица 87

Фундаменты многоэтажных зданий и их характеристики

Номер объекта	Наименование объекта наблюдений	Начало строительства	Окончание строительства	Площадь подошвы фундамента в $м^2$	Размеры прямоугольника, равновеликого по площади подошве фундамента, в м: длина a'	ширина b'	a'/b'	Средняя глубина заложения фундамента в м	Давление на грунт в $кгс/см^2$: бытовое $p_б$	среднее от сооружения p	$p_б/p$, %
	Проспект Калинина										
1	Корпус 1	1965	1968	1870	110	17	6,5	6,9	1,2	3,2	38
2	2	1965	1968	1870	110	17	6,5	6,8	1,2	3,2	38
3	3	1965	1968	1870	110	17	6,5	9,6	1,7	3,2	53
4	4	1965	1968	1870	110	17	6,5	9,7	1,7	3,2	53
5	5	1965	1968	854	49	18	2,8	6,2	1,1	2,5	44
6	6	1965	1968	854	49	18	2,8	5,5	1	2,5	40
7	7	1965	1968	854	49	18	2,8	6,5	1,2	2,5	48
8	8	1965	1968	854	49	18	2,8	6,0	1,1	2,5	44
9	9	1965	1968	854	49	18	2,8	6,3	1	2,5	40
10	Гостиница «Интурист-1»	1965	1970	1288	46	28	1,6	9,7	1,6	3,6	45
11	Гостиница «Национаь»	1966	1970	1330	70	19	3,7	8	1,4	3,4	41
12	Жилой дом в Новых Кузьминках	1967	1970	836	75	12	6,2	5	0,9	2,9	31
13	Здание СЭВ	1965	1968	1620	45	36	1,2	7,8	1,4	4,2	33
14	Здание института Гидропроект	1963	1968	1470	49	30	1,6	4	0,7	2,5	28
	Высотные здания										
15	Смоленская площадь	1949	1952	3945	96	41	2,4	10	1,5	4,6	33
16	Котельническая набережная	1949	1951	2772	—	30*	—	7	1,2	4,1	29
17	Площадь Лермонтова	1949	1952	1188	46	26	1,7	7	1,1	3,6	22
18	Площадь Восстания	1949	1952	6830	111	61	1,8	6	0,8	3,8	29
19	Дорогомиловская набережния	1950	1953	2960	61	48	1,3	10	1,8	4,2	43
20	МГУ на Ленинских горах;										
	а) центр	1949	1952	11725	86	53	1,6	13	2,6	5	52
	б) крылья	1949	1952	—	129	28	4,6	13	2,6	4	65

* Радиус круга, равновеликого по площади подошве фундамента.

Таблица 88

Характеристики грунтов в основаниях фундаментов

Номер объекта	Наименование грунта, залегающего под подошвой фундамента (сверху вниз)	Толщина слоя грунта в *м*	Объемный вес грунта в *т/м³*	Модуль деформации грунта в *кгс/см²*
1	Песок аллювиальный	4,6—8,7	1,51—1,7	300
	Суглинок моренный	1,7—3,5	1,94—2,21	400
	Известняк с прослоями мергеля и глины	—	—	—
2	Песок аллювиальный	9,4—11,3	1,51—1,7	300
	Суглинок окской морены	0,5—4,2	2,14—2,25	500
	Известняк	—	—	—
3	Песок аллювиальный	8,8—12,1	1,51—1,7	300
	Супесь с включением органики	2,2—4	1,88—2,01	150
	Песок флювиогляциальный	0—1,2	1,63—1,99	600
	Мука доломитовая	0—2,3	2,01	700
	Обломки, щебень известняка	0,5—1	—	—
	Известняк	—	—	—
4	Песок флювиогляциальный	5—7,2	1,63—1,99	600
	Супесь с включением органики	0,3—5,4	1,88—2,01	150
	Песок флювиогляциальный	1,9—5,4	1,63—1,99	600
	Мука доломитовая с обломками известняка	0,3—6,5	—	700
	Известняк	—	—	—
5	Песок аллювиальный	1,3—2,8	1,51—1,7	350
	Суглинок Днепровской морены	0—2,6	1,94—2,21	400
	Глина юрская	8,5—10,6	1,56—1,88	165
	Известняк	—	—	—
6	Песок аллювиальный	3,2—3,3	1,66—1,87	400
	Суглинок Днепровской морены	0—3,3	1,94—2,21	400
	Глина юрская	—	1,56—1,88	165
7	Песок аллювиальный	4,7—9,2	1,66—1,87	400
	Суглинок Днепровской морены	0,4—2,9	1,94—2,21	400
	Песок флювиогляциальный	0—5,2	1,53—1,74	400
	Глина юрская	0,5—9,4	1,56—1,88	165
	Известняк	—	—	—
8	Песок аллювиальный	2,7—4,6	1,66—1,87	400
	Суглинок Днепровской морены	1,6—2,8	1,94—2,21	400
	Супесь с включением органики	0—5,1	1,88—2,01	145
	Глина юрская	—	1,56—1,88	165

Продолжение табл. 88

Номер объекта	Наименование грунта, залегающего под подошвой фундамента (сверху вниз)	Толщина слоя грунта в *м*	Объемный вес грунта в *т/м³*	Модуль деформации грунта в *кгс/см²*
9	Песок аллювиальный	1,6—3,4	1,66—1,87	400
	Суглинок Днепровской морены	0,6—3,8	1,94—2,21	400
	Песок флювиогляциальный	5,9—6,9	1,6 —1,9	500
	Супесь с включением органики	5,4—7,9	1,99	165
	Песок флювиогляциальный	3,4—3,8	1,53—1,99	400
	Известняк	—	—	—
10	Песок флювиогляциальный	8—9	1,75	600
	То же	2—2,5	1,8	650
	Глина с прослоями известника	1—1,5	2	500
	Известняк	—	—	—
11	Песок аллювиальный	1—2	1,75	500
	То же, с прослоями супеси	2,5—3,5	1,65	350
	Песок аллювиальный	2—3	1,70	400
	Суглинок »	1—2	1,80	300
12	Песок аллювиальный	10—15	1,5—1,7	300
	Песок флювиогляциальный	3—6	1,8	600
13	Песок флювиогляциальный	7—9	1,5—1,8	400
	Мука известняковая	1—2	1,8	—
	Переслаивание известняка и мергеля	3—4	—	—
14	Песок аллювиальный	3—7	1,70	350
	Песок флювиогляциальный	6—10	1,90	300
	Отложении юрские (чередование супеси, суглинка, глины)	22	2	250
	Переслаивание известняка	—	—	—
15	Песок флювиогляциальный	10	1,51—1,73	600
	Глина флювиогляциальная	0—2	—	600
	Глина мергелистая	4	—	650
	Известняк	4	—	2000
	Глина мергелистая	6	—	650
16	Глина мергелистая	3	2—2,2	140
	Известняк	9	—	5000
	Мергель	6	2,03—2,23	400
	Известняк	—	—	—

Номер объекта	Наименование грунта, залегающего под подошвой фундамента (сверху вниз)	Толщина слоя грунта в *м*	Объемный вес грунта в *т/м³*	Модуль деформации грунта в *кгс/см²*
17	Песок древнеаллювиальный с прослоями супеси	3—4	1,54—2,18	170
	Песок флювиогляциальный	6—7	1,92—2,15	160
	Суглинок волжского яруса	5—7	1,87—2,11	110
	Глина оксфордского »	6—7	1,70—1,81	150
	Известняк	10	—	—
18	Песок древнеаллювиальный	0—5	1,51—1,66	300
	Переслаивание супеси, суглинка и глины	0—5	1,9—2,02	350
	Глина киммеридж-оксфордского яруса	4—9	1,63—1,78	200
	Известняк	0—4	—	5000
	Мергель с прослоями глины	3—6	2,21—2,24	600
	Известняк	—	—	—
19	Песок флювиогляциальный	6—13	1,72—2,05	500
	Известняк с прослоями мергелей	0—5	—	1000
	Глина мергелистая с прослоями известняка	8—10	1,77—1,99	600
	Известняк	6—8	—	—
	Переслаивание известняка и мергеля	—	—	—
20	Суглинок моренный	11—14	2,11—2,15	800
	Суглинок флювиогляциальный с прослоями песка	5—6	1,86	2000
	Песок аптский	16—20	—	2000

ект (рис. 177), лежащего на песчаном основании, составила в период строительства 2,6 *мм* в месяц, а в течение года после сдачи здания в эксплуатацию уменьшилась почти в 10 раз (до 0,24 *мм* в месяц).

Многолетние наблюдения за осадками фундаментов различного типа, проводимые НИИОСП, показали, что осадки фундаментов, лежащих на песчаном основании, в строительный период составляют **70-80** %, а на глинистом основании — **50-60** % полных стабилизированных осадок. При этом строительные свойства грунтов с глубиной не ухудшались. Полученные данные использованы при вычислении полных осадок фундаментов по измеренным осадкам.

Осадки высотных зданий, за исключением здания на пл. Восстания, можно считать стабилизированными, поэтому они даны непосредственно по результатам последнего цикла наблюдений.

Таблица 89

Осадки и деформации фундаментов, расчетные величины сжимаемой толщи

Номер объекта	Месяц и год последнего цикла наблюдений	Осадки фундаментов в *см*: по измеренным осадкам марок: максимальные	средние	по СНиП II Б.1-62: от дополнительного (к природному) давления p: максимальные	средние	p_0	от полного среднего давления p: максимальные	средние	по СНиП II-Б.3-62 по (568): максимальные	средние	Максимальная относительная прогибы[1]	Максимальный крен[1]	Расчетная величина сжимаемой толщи основания в *м*: по нормативной $H_{расч}$	по СНиП II-Б. 1-62 H_1	по СНиП II-Б. 3-62 H_2	$\frac{H_1 - H_2}{H_1}$, %
1	VI—68	6,4	5,9	5,3	4,6	8,6	7,5	8,4	7,4	5,8	—	—	3	20	19	5
2		6,7	5,7	6,5	5,7	10,5	9,2	10,3	9,7	5,7	—	—	8	20	19	5
3		8,8	6,6	5,2	4,6	10,8	9,5	11,4	10,0	6,9	3	—	12	15	19	27
4		7,8	7,2	3,9	3,4	9,9	8,7	10,7	9,4	7,5	—	—	9	15	19	27
5	X—68	12,3	10,7	6,8	6,0	12,1	10,6	12,1	10,6	10,8	5	—	13	16	16	0
6		12,5	11,7	8,7	7,6	13,8	12,1	14,5	12,7	11,8	2	—	13	17	16	6
7		9,3	7,7	5,9	5,2	11,1	9,7	11,1	9,7	7,9	5	—	12	16	16	0
8	VIII—67	8,5	7,0	6,3	5,4	12,6	11,0	12,6	11,0	7,5	5	3	10	16	16	0
9	X—68	5,0	4,5	4,7	4,7	8,7	7,6	8,4	7,4	4,6	2	—	11	17	16	6
10	VI—70	5,3	4,7	3,6	3,1	7,5	6,5	7,3	6,4	4,8	5	4	11	23	23	0
11	VII—70	5,0	4,1	5,0	4,4	8,5	7,4	8,3	7,3	5,1	2	3	8	21	20	5
12	X—70	4,4	4,3	3,8	7,0	9,9	9,6	10,1	8,8	4,2	3	—	6	19	16	16
13	IV—68	6,4	5,9	7,8	6,8	11,8	10,3	11,1	9,7	6,3	5	3	8	30	26	13
14	V—70	7,6	6,7	9,8	8,6	13,6	11,9	11,2	9,8	6,9	4	—	8	19	19	21
15	IV—64	7,7	6,5	11,9	10,4	17,7	15,5	15,4	13,5	12	7	5	13	24	33	15
16	IV—65	7,4	6,5	7,6	6,7	11,2	10,5	9,8	9,2	6,0	—	3	12	24	17	29
17	III—65	19,1	13,5	14,1	12,4	18,2	15,9	17,7	15,5	18	—	30	4	42	31	26
18	III—64	20,0	15,4	29,7	26,0	41,9	36,7	38,7	34,0	29,0	9	4	11	22	22	15
19	IV—64	12,5	10,8	7,7	6,7	13,2	11,6	13,6	11,9	10,0	9	3	20	26	30	7
20	III—68	8,8	6,5	4,4	3,9	9,1	7,9	9,5	8,3	9,0	8	3	18	31	34	10
20а	III—68	6,9	5,7	2,1	1,8	5,9	5,2	6,3	5,5	6,0	4	2	18	24	28	17

[1] Значения увеличены в 10^4 раз.

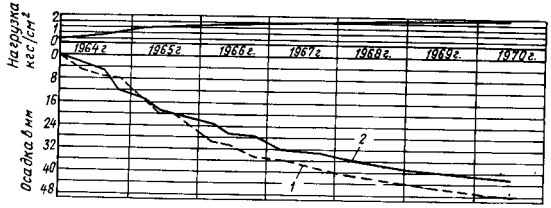


Рис. 177. График роста во времени измеренных осадок марок S коробчатого фундамента здания института Гидропроект и среднего давления на грунт $p=f_2(t)$ под его подошвой (наблюдения начаты по окончании бетонирования верхней плиты коробчатого фундамента)

1 — марка М-27 в краевой зоне плиты; *2* — марка М-14 в центре плиты

Максимальные осадки наблюдаемых фундаментов вычислены по СНиП II-Б.1-62 («Основания зданий и сооружений») и СНиП II-Б.3-62 («Основания гидротехнических сооружений»). Кроме того, условно определены максимальные осадки фундаментов по формулам СНиП II-Б. 1-62 от полного среднего давления p без того вычета бытового давления $p_б$ на уровне подошвы фундамента, которое рекомендуют СНиП II-Б.1-62.

В связи с тем что по СНиП II-Б.1-62 и СНиП II-Б.3-62 прогнозируются осадки центров равномерно нагруженных поверхностей основания, т. е. максимальные, средние осадки определены по этим документам с учетом отношения максимальных измеренных осадок к средним. Осредненное значение этого отношения, равное 1,14, согласуется с расчетными данными.

Осадки вычислены по нормативным документам и формуле (568) с использованием модулей деформации грунтов, определенных глубинными испытаниями штампом диаметром 600 *мм*. При этом не учитывалось влияние веса вынутого грунта на деформации дна глубоких котлованов, так как в соответствии с ГОСТ 12374-66 Госстроя СССР «Грунты. Метод полевого испытания статическими нагрузками» и в «Инструкции по испытанию грунтов статическими нагрузками» РСП-34-70 Госстроя РСФСР действие бытового (природного) давления уже отражено предварительным обжатием грунта, подвергнутого штамповому испытанию.

Максимальные относительные прогибы и крены фундаментов определены по измеренным осадкам.

Расчетная величина сжимаемого слоя $H_{расч}$ основания для наблюдаемых фундаментов вычислялась итерацией с использованием формулы (568) таким образом, чтобы по ней можно было получить среднюю измеренную осадку фундамента.

Для сравнения с полученными значениями $H_{расч}$ в табл. 89 приведены величины сжимаемого слоя, определенные по напряжениям в соответствии с указаниями СНиП II-Б.1-62 до глубины ниже подошвы фундамента, где дополнительное (к природному) давление от сооружения составляет 20% существующего природного (бытового) давления, а также по СНиП II-Б. 3-62 до глубины, на которой полное среднее давление от сооружения составляет 50% бытового давления, отсчитываемого от подошвы фундамента.

По материалам табл. 89 получены следующие данные.

1. Найдена зависимость (569) расчетной толщины сжимаемого слоя $H_{расч}$ однородного в плане основания от вида грунта и ширины b большеразмерных плитных и коробчатых фундаментов ($b \geqslant 10$ *м*) с отношением сторон от 1 до 6,5 при среднем давлении на грунт под подошвой фундамента, равном 2—5 *кгс/см²*. Модули деформации грунтов, определенные глубинными штамповыми испытаниями, составляют 150—600 *кгс/см²*. Основания сложены слоями грунтов, незначительно отличающимися по своим механическим свойствам:

$$H_{расч} = \xi \sqrt[4]{b}, \qquad (569)$$

где ξ — коэффициент, принимаемый для глинистых грунтов 6 *м* и для песчаных грунтов 4 $м^{3/4}$, b—ширина фундамента в *м*. При подборе зависимости (569), график которой приведен на рис. 178, были учтены аналогичные данные для сооружений башенного типа [63, 66]. Эта зависимость может быть использована для определения расчетной величины сжимаемой толщи основания большеразмерного фундамента многоэтажного здания, необходимой для получения усилий в фундаменте, его средней осадки и прогибов.

Установлено, что сжимаемая толща основания фундамента, сложенная слоями глинистых и песчаных грунтов, может быть

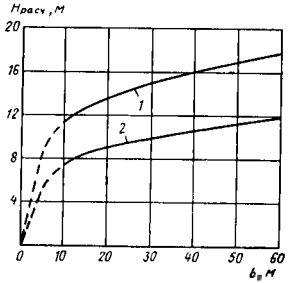


Рис 178. График зависимости условной расчетной величины сжимаемой толщи основания от ширины большеразмерного фундамента

1 — глинистое основание, *2* — песчаное основание

определена по следующей формуле:

$$H_{расч} = \beta H_{гл.\ расч} + (1 - \beta) H_{пес.\ расч}, \qquad (570)$$

где $H_{гл.\ расч}$ и $H_{пес.\ расч}$ — расчетные толщины глинистого и песчаного оснований, вычисленные по формуле (569); β — содержание глинистого грунта в $H_{гл.\ расч}$.

В случаях, когда условная сжимаемая толща основания, найденная по формулам (569) и (570), подстилается слоем слабого грунта толщиной $h \leqslant 5$ *м* или внутри этой толщи обнаружен слой слабого грунта толщиной $h < 0{,}2\ H_{расч}$, необходимо увеличить расчетную толщину сжимаемого слоя на величину слоя слабого грунта.

Для основания, механические свойства которого с глубиной ухудшаются, т. е. уменьшаются модули деформации грунтов, расчетную величину сжимаемого слоя следует определять по п. 5.16 СНиП II-Б.1-62 и п.5.7 СНиП II-Б.3-62 и принимать бо́льшую из них.

2. Установлено, что подсчитанные в долях от ширины плиты поперечные максимальные относительные прогибы фундаментов нормально эксплуатируемых каркасных зданий, лежащих на песчаном основании, не превосходят 0,0005, а на глинистом — 0,0009. Максимальные крены этих зданий находятся в пределах от 0,0001 до 0,0005. Большой крен (0,003) фундамента высотного здания, расположенного на пл. Лермонтова, вызван нарушением естественного основания из-за двукратного замораживания грунта при строительстве нового выхода из метро. Максимальный относительный прогиб фундамента бескаркасного здания, построенного в Новых Кузьминках на песчаном основании, составляет 0,0003, а крен — 0,0001.

3. Показано, что полные средние измеренные осадки нормально эксплуатируемых высотных и многоэтажных зданий, характеризующие степень сжимаемости основания, не превышают 15 *см*. Эта величина была принята предельной при проектировании высотных зданий.

4. Показано, что измеренные осадки многоэтажных зданий при небольшой глубине заложения фундамента получаются меньше осадок, вычисленных по СНиП II-Б. 1-62. При принятых модулях деформации, определенных глубинными штамповыми испытаниями, это обстоятельство можно объяснить тем, что величина сжимаемой толщи основания, вычисленная по СНиП II-Б. 1-62, больше фактической. Осадки больше вычисленных по СНиП II-Б. 1-62, если отношение $p_б/p \geqslant 0{,}4$ (отношение бытового давления на уровне подошвы фундамента $p_б$ к полному среднему давлению p, передаваемому фундаментом на грунт, характеризует степень заглубления фундамента). При отношении $p_б/p \geqslant 0{,}4$ осадки наблюдаемых фундаментов, вычисленные по СНиП II-Б. 3-62, получались больше соответствующих величин, найденных по СНиП II-Б. 1-62. Однако разница между этими величинами не

превышает 10%, так как строительные свойства грунтов оснований большей части наблюдаемых зданий с глубиной улучшаются.

5. Установлено, что расчетные величины сжимаемой толщи оснований, найденные по СНиП II-Б. 3-62, больше соответствующих величин, вычисленных по СНиП II-Б. 1-62 при отношении $p_б/p \geqslant 0{,}4$. Относительная разность этих величин не превышает 29%. Величины сжимаемой толщи оснований, найденные по СНиП II-Б. 1-62 и СНиП II-Б. 3-62, значительно больше соответствующих величин, определенных по формуле (568).

§ 3. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫБОРУ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ОСНОВАНИЯ

Анализ экспериментальных и расчетных данных, приведенных в табл. 87—89 и работах [60—61], показал, что в случае сравнительно однородных в плане (коэффициент неоднородности $\alpha \leqslant 2$) и по глубине грунтов хорошо совпадают с экспериментальными данными величины осадок и деформаций фундаментов больших площадей, полученные с использованием для основания модели сжимаемого слоя, толщина которого равна условной расчетной величине $H_{расч}$. Тем более хорошо совпадают с действительными расчетные данные, полученные по этой модели, если сжимаемые грунты в натуре подстилаются практически несжимаемыми. Поэтому при определении усилий в большеразмерных фундаментах, а также при вычислении их средних осадок и прогибов, учитывая положительные стороны модели сжимаемого слоя, отмеченные в первой части книги, можно использовать ее независимо от вида грунта для однородного в плане основания.

Как указано в первой части, введение в расчет фундаментов больших площадей, лежащих на сравнительно однородном в плане и по глубине основании, модели упругого полупространства с корректирующим коэффициентом также дает осадки и деформации, близкие к измеренным. При этом корректирующий коэффициент определяется из условия равенства осадок нагруженной поверхности условного расчетного слоя толщиной $H_{расч}$ и упругого полупространства. Использование этой модели основания существенно упрощает расчет, который при необходимости может быть выполнен по таблицам.

Проведенные нами исследования [94] работы бесконечной плиты (двухмерная задача) и полосы (одномерная задача) на упругом слое конечной толщины H показали, что при толщине слоя $H \geqslant 3L$ [здесь L — упругая характеристика плиты, определяемая по формуле (17)] величины реактивных давлений p, изгибающих моментов M и поперечных сил Q не зависят от толщины слоя H (рис. 179.) Следовательно, величины p, M и Q, найденные для плиты на упругом полупространстве при $H = \infty$ должны быть практически равны соответствующим величинам, вычисленным для плиты, лежащей на упругом слое толщиной

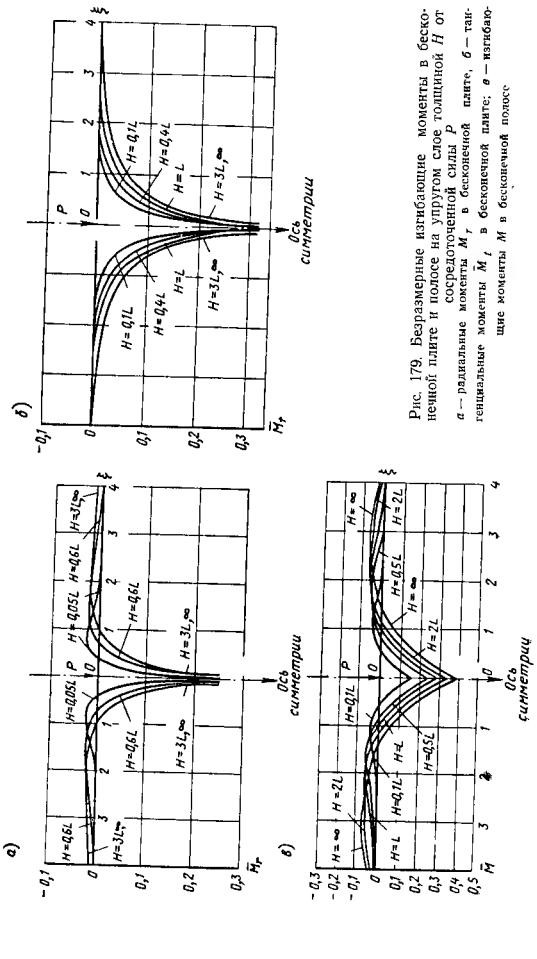


Рис. 179. Безразмерные изгибающие моменты в бесконечной плите и полосе на упругом слое толщиной H от сосредоточенной силы P

а — радиальные моменты $\bar{M}_r$ в бесконечной плите, *б* — тангенциальные моменты $\bar{M}_t$ в бесконечной плите; *в* — изгибающие моменты $\bar{M}$ в бесконечной полосе

$H \geqslant 3L$ при прочих равных условиях. Поэтому модель основания в виде упругого полупространства с корректирующим коэффициентом может быть использована не только для сравнительно однородных в плане и по глубине оснований, но и в том случае, когда схема сжимаемого слоя соответствует действительным условиям работы конструкции и величина сжимаемой толщи $H \geqslant 3L$. В этом случае корректирующий коэффициент определяется из условия равенства осадок нагруженной поверхности реального сжимаемого слоя и упругого полупространства.

При расчете фундаментных плит большой протяженности, лежащих на неоднородном в плане основании (коэффициент неоднородности $\alpha > 2$), строятся огибающие эпюры расчетных величин. Эти величины получают путем введения в расчет основания модели в виде сжимаемого слоя конечной толщины или полупространства с корректирующим коэффициентом, а также модели, характеризуемой переменным коэффициентом жесткости (переменным коэффициентом постели по Винклеру). Модель основания, подчиняющаяся переменному коэффициенту жесткости, может быть также использована при расчете фундаментных плит, лежащих на малосвязных грунтах, просадочных и на подрабатываемых территориях.

Глава III. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

В настоящей главе в виде алгоритма приведены в определенной последовательности этапы практического расчета фундаментной плиты большой протяженности на вертикальную нагрузку, сосредоточенную или равномерно распределенную по прямоугольным площадкам ее поверхности. Расчет фундаментной плиты вручную по изложенному алгоритму проиллюстрирован на примере. Даны основные характеристики и указана область использования программы МРП-3, составленной по этому алгоритму для расчета плит на ЭВМ М-220М.

В основу алгоритма положен метод расчета фундаментных плит М. И. Горбунова-Посадова [39] (см. часть пятую). В соответствии с этим методом для расчета прямоугольных фундаментных плит большой протяженности, лежащих на сжимаемом основании конечной толщины вручную или с помощью ЭВМ, можно воспользоваться готовыми таблицами [39] безразмерных расчетных величин с введением в расчет коэффициента, корректирующего осадки и деформации плиты (см. часть первую, главу III). Таблицы [39] составлены по решению М. И. Горбунова-Посадова для полубесконечной плиты и О. Я. Шехтер для бесконечной плиты на упругом полупространстве. Корректирующий коэффициент находится из условия равенства осадок нагруженной поверхности реального или условного расчетного сжимае-

мого слоя основания и полупространства. Модуль деформации сжимаемого слоя принимается как осредненный по штамповым испытаниям грунтов. Однако следует помнить, что область использования этих таблиц ограничена плитами большой протяженности, характерной особенностью работы которых является отсутствие взаимного влияния в плите ее противолежащих краев. Поэтому размер меньшей стороны плиты должен удовлетворять требованию $b' \geqslant 4L$ (L — упругая характеристика плиты).

Приводимый ниже общий алгоритм достаточно прост и удобен как для ручного расчета, так и для составления программы расчета плиты на ЭВМ. Он позволяет выполнить расчет прямоугольной фундаментной плиты большой протяженности без учета и с учетом совместной работы с жесткими элементами надфундаментного строения, связанными с плитой жестко или с помощью податливых связей (колонн), например плиты здания, имеющего связевый каркас и диафрагмы жесткости, а также фундаментной плиты сблокированных или отдельно стоящих силосных корпусов.

В тексте алгоритма оговорены упрощения, вносимые в расчет плиты без учета жесткости надфундаментного строения.

В соответствии с алгоритмом расчет фундаментной плиты производится в три этапа.

Этап 1. Вычисление упругой характеристики плиты L по цилиндрической жесткости D и осредненному модулю деформации $E_{0\,ср}$ грунтов, находящихся в пределах сжимаемой толщи основания. Толщина сжимаемого слоя, необходимая для этих вычислений, находится в соответствии с рекомендациями главы II, части шестой по формулам (569) и (570), если механические свойства основания с глубиной не ухудшаются, в противном случае выбирается как бо́льшая из величин, определяемых по СНиП II-Б. 1-62 или СНиП II-Б. 3-62.

Этап 2. Определение нагрузок, передаваемых на плиту абсолютно жесткими элементами надфундаментного строения, с использованием смешанного метода строительной механики. Между плитой и жесткими элементами надфундаментного строения вводятся условные стержневые связи, имитирующие их контакты в отдельных точках Δ. Усилия в этих связях X_l и являются нагрузками, передаваемыми плите надфундаментным строением. Неизвестные усилия в условиях стержневых связей находятся путем решения системы уравнений, выражающих условия совместности деформаций плиты и жестких элементов надфундаментного строения в точках их контакта, а также условия равновесия жестких элементов, отделенных от плиты. Так как в случае пространственной задачи количество уравнений равновесия для каждого элемента не может быть больше трех, то порядок системы уравнений в общем случае равен $\Delta d+3Q$, где Δd — общее количество контактных точек, а Q — количество жестких элементов надфундаментного строения.

Предварительные расчеты показали, что точность и объем табл. 12—18 [39] безразмерных величин осадок $\bar{w}$ недостаточен для определения коэффициентов при неизвестных в уравнениях. Поэтому по табл. 12—18 [39] нами составлены уточненные графически и продолженные табл. 18—24 [97а]. По этой же причине продолжена табл. 65 [39] безразмерных величин осадок $\bar{w}$ до $4<\rho<5$ по решению О. Я. Шехтер [158] и при $\rho>5$ по формуле Буссинеска [12] (см. табл. 25 [97а]).

Таблицы 18—25 [97а] используются при формировании матрицы уравнений.

При определении осадок точек плиты от единичных вертикальных сосредоточенных сил учитывается деформация сжатия связей (колонн), если абсолютно жесткие элементы надфундаментного строения связаны с плитой податливыми связями, например отдельно стоящие или сблокированные силосные корпуса, передающие нагрузку на плиту через колонны подсилосного этажа.

Этап 3. Расчет плиты с помощью табл. 1—68 работы [39] на вертикальную сосредоточенную или равномерно распределенную по прямоугольным площадкам нагрузку. Плита может рассчитываться на заданную нагрузку либо на нагрузку, найденную с учетом жесткости надфундаментного строения. При этом моментная нагрузка задается в виде пары вертикальных сосредоточенных сил или нагрузок, равномерно распределенных по прямоугольным площадкам поверхности плиты. Фундаментная плита здания со связевым каркасом и диафрагмами жесткости рассчитывается на заданную нагрузку от колонн здания и на найденную нагрузку, передаваемую диафрагмами жесткости надфундаментного строения.

При выполнении этого этапа расчета в заданных точках плиты определяются:

реактивные давления p_n, *тс/м*²;

осадки плиты w_n, *м*;

наибольшие и наименьшие значения изгибающих моментов $M_{x_{n_1}}$; $M_{x_{n_2}}$; $M_{y_{n_1}}$; $M_{y_{n_2}}$, *тс·м*;

крутящие моменты H_{x_n} и H_{y_n}, *тс·м*;

поперечные силы в *тс*:

$Q_{x_{n_1}}$ . . . . . вдоль правой грани нагруженной площадки

$Q_{x_{n_2}}$ . . . . . » левой » » »

$Q_{y_{n_1}}$ . . . . . » верхней » » »

$Q_{y_{n_2}}$ . . . . . » нижней » » »

Если при определении осадок плиты требуется бо́льшая точность, чем дают табл. 12—18 и 65 [39], можно вместо этих таб-

19(0,25) Зак 98

лиц воспользоваться табл. 18—25 [97а]. Однако вычисления по этим таблицам более трудоемки.

При расчетах плит на ЭВМ определение уточненных осадок точек плиты выделяется в отдельный, четвертый этап расчета, так как такое уточнение не всегда требуется. Кроме того, табл. 18—25 [97а] отличаются от табл. 12—18 и 65 [39] по размерам и способу выбора табличных значений. В связи с этим существенно увеличивается время, требующееся для расчета плиты.

§ 1. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЛИТЫ

Подготовка исходных данных производится в следующем порядке.

1. Принимается система координат с началом в левом верхнем углу (рис. 180) плиты так, чтобы ось x совпала с большей стороной плиты, а ось y — с меньшей.

2. Выбираются и нумеруются точки Δ контакта плиты и абсолютно жестких элементов надфундаментного строения. Если надфундаментное строение, плита и передаваемые на нее нагрузки

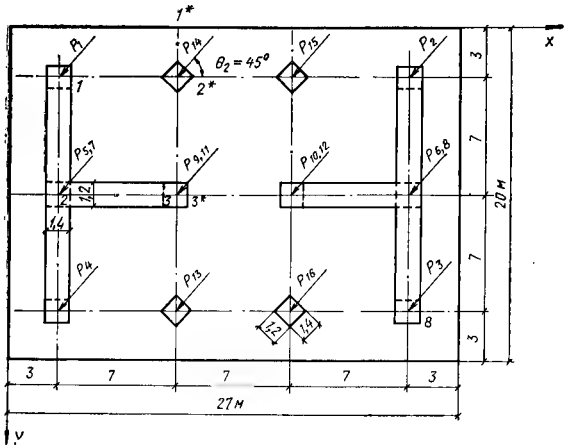


Рис. 180. Прямоугольная фундаментная плита под колонны и диафрагмы жесткости

1—3 — точки контакта плиты и диафрагмы жесткости, *1*—3** — точки плиты, в которых определяются расчетные величины

имеют в плане одну ось симметрии, то контактные точки выбираются только под одним из двух симметричных жестких элементов. В случае, когда ось симметрии плиты делит жесткий элемент на две равные части, контактные точки выбираются под одной из этих частей. Если надфундаментное строение, плита и передаваемые на нее нагрузки имеют в плане две оси симметрии, то контактные точки выбираются под одним из четырех симметричных жестких элементов и под четвертой частью жесткого элемента, оси которого в плане совпадают с осями симметрии плиты. Контактные точки могут быть приняты и на осях симметрии плиты.

Во всех случаях общее количество контактных точек Δd для Q жестких элементов не должно превышать $\Delta d = 25 - 3\,Q$, так как определитель системы уравнений, формируемой на втором этапе расчета, близок к нулю, и достаточная для практических целей точность решения такой системы может быть получена, если ее порядок не превышает 25.

3. Нумеруются неизвестные силы X_i, прикладываемые к плите в выбранных контактных точках Δ. Если надфундаментное строение, плита и передаваемые на плиту нагрузки имеют одну или две оси симметрии, то соответственно равные неизвестные силы прикладываются как в контактных точках, так и в симметричных им точках плиты. Нумеруются эти силы последовательно по группам, в каждой из которых все силы равны между собой. Если оси симметрии плиты и жесткого элемента совпадают и контактные точки лежат на этих осях, то в каждой такой точке условно прикладываются по две равные неизвестные силы. В случае, когда контактная точка совпадает с центром осей симметрии, в этой точке условно прикладываются четыре равные неизвестные силы.

4. Все действующие на плиту нагрузки, в том числе и моментные, приводятся к вертикальным сосредоточенным силам P_i и задаются, как обычно, без учета жесткости надфундаментного строения. При этом вертикальная нагрузка, передаваемая на плиту жестким элементом надфундаментного строения, считается равномерно распределенной по контактной поверхности плиты, а моментная нагрузка заменяется вертикальной, распределенной вдоль этой поверхности по закону треугольника. Поэтому в каждой контактной точке плиты Δ условно прикладывается сила P_i, величина которой складывается из величины равнодействующей среднего давления, приходящегося на соответствующий прямоугольный участок контактной поверхности плиты, и вертикальной составляющей моментной нагрузки.

Такой способ задания нагрузок P_i на диафрагмы жесткости (а не в виде равнодействующей вертикальных сил и суммарного момента) дает возможность по одним и тем же исходным данным произвести расчет плиты с учетом и без учета совместной работы плиты и жестких элементов надфундаментного строения, что особенно важно при расчете плиты на ЭВМ.

Примечания: 1. На нагрузки P_i, определенные без учета жесткости надфундаментного строения, выполняется первый этап расчета плиты.

2. Если совместная работа плиты и жестких элементов надфундаментного строения не учитывается, то на эти же нагрузки решается третья задача расчета плиты.

3 Для учета совместной работы жестких элементов и плиты выполняется второй этап расчета и находятся контактные давления X_l, передаваемые этими элементами на плиту. В этом случае третий этап расчета выполняется на нагрузки P_i с заменой заданных величин сил P_i от жестких элементов на найденные при решении второй задачи значения X_l.

5. Для упрощения замены на третьем этапе расчета заданных сил P_i на силы X_l, найденные на втором этапе, сначала нумеруются силы P_i, передаваемые на плиту жесткими элементами, в том же порядке, что и неизвестные силы X_l. Поэтому совпадают номера сил X_l и P_i, т. е. $l-i$, а также координаты точек приложения этих сил x_l-x_i и y_l-y_i. Затем нумерация продолжается на произвольно нумеруемые силы P_i от колонн связевого каркаса. Если плита рассчитывается без учета влияния жестких элементов надфундаментного строения, то заданные силы P_i нумеруются произвольно.

6. Выбираются точки n плиты, в которых рационально определить необходимые для проектирования плиты расчетные величины. Эти точки обычно принимаются в центрах колонн, по граням подколонников и в серединах пролетных участков плиты. Кроме того, обязательно задание точек пересечения с контуром плиты осей колонн, диафрагм жесткости и осей, проходящих через середины пролетных зон плиты.

7. Точки n плиты нумеруются по рядам, параллельным оси y, начиная с точек, лежащих на оси y. Такой порядок связан с поправками, вносимыми в величины изгибающих моментов, в связи с использованием схемы бесконечной плиты на сжимаемом основании.

Исходные данные для расчета плиты вручную и с помощью ЭВМ задаются в той последовательности, в которой они используются на различных этапах расчета.

Для выполнения первого этапа расчета требуются следующие исходные данные:

1) $i1$* — количество заданных нагрузок в виде сосредоточенных сил P_i;

2) $k1$ — общее количество заданных слоев грунта ниже дневной поверхности ($k1 < 25$);

3) $k2$ — количество слоев грунта от дневной поверхности до подошвы плиты ($k2 \leqslant 7$);

4) a' — длина плиты в *м*;

5) b' — ширина плиты в *м*;

6) h — толщина плиты в *м*;

* Здесь и далее отмечены те исходные данные, которые при расчете плиты вручную не используются.

7) E_1 — модуль упругости бетона в *тс/м²*;

8) ν_1 — коэффициент Пуассона бетона;

9) H_0 — глубина заложения плиты в *м*;

10) ν_0 — осредненный коэффициент Пуассона грунта;

11) H — толщина сжимаемого слоя грунта в *м*, определяемая по рекомендациям главы II, части шестой и формулам (569) и (570), если механические свойства основания с глубиной не ухудшаются, т. е. модули деформации грунтов не уменьшаются (см. начало главы III, этап 1); в остальных случаях задается $H=0$;

12) χ — величина, принимаемая $\chi=0$, если механические свойства грунтов с глубиной ухудшаются, т. е. модули деформации грунтов уменьшаются. В противном случае принимается $\chi=1$;

13) h_k — толщина слоев грунта (таблица по k) в *м*;

14) γ_{0k} — объемный вес грунта (таблица по k) в *тс/м³*;

15) E_{0k} — модуль деформации грунта (таблица по k) в *тс/м²*;

16) P_i — величины заданных нагрузок (сил) (таблица по i) в *тс*.

При выполнении второго этапа расчета используются следующие исходные данные:

1) a' — длина плиты в *м*;

2) b' — ширина плиты в *м*;

3) L — упругая характеристика плиты в *м*;

4) $x_a\, y_a$ — координаты центра плиты в *м*;

5) Δd — общее количество контактных точек;

6) Q — количество жестких элементов надфундаментного строения, для которых заданы контактные точки;

7) $l1$ — ряд последовательно возрастающих номеров неизвестных сил, приложенных к поверхности плиты в контактных точках, по группам для каждого жесткого элемента;

8) $l2$, $l3$, $l4$ — ряды последовательно возрастающих номеров неизвестных сил, приложенных к поверхности плиты в точках, симметричных контактным;

9) $i3$ — полное количество заданных рядов (строк) номеров неизвестных сил.

Примечания: 1. Если плита несимметричная, то принимается $i3=1$ и задается один ряд номеров неизвестных сил $l1$.

2. Если плита имеет одну ось симметрии, то принимается $i3=2$ и задаются два ряда номеров неизвестных сил $l1$ и $l2$.

3. Если плита имеет две оси симметрии, то принимается $i3=4$ и задаются четыре ряда номеров неизвестных сил $l1$, $l2$, $l3$, $l4$.

10) M — ряд чисел, представляющих собой количество номеров $l1$ последовательно для каждого жесткого элемента;

11) $M1$*, $M2$*, $M3$* — ряды чисел, задающихся для каждого жесткого элемента в той же последовательности, что и номера $l1$.

Примечания: 1. Если по условиям симметрии угол поворота плиты относительно оси, проходящей через центр плиты параллельно оси y, $\alpha_Q=0$, то принимаем $M1^*=0$.

2. Если по условиям симметрии угол поворота плиты относительно оси, проходящей через центр плиты параллельно оси x, $\beta_Q=0$, то принимается $M2^*=0$.

3. Если по условиям симметрии вертикальное перемещение $\delta_Q=0$, то принимается $M3^*=0$.

4. В остальных случаях $M1^*=1$, $M2^*=1$, $M3^*=1$.

12) k — номера сил, передаваемых плите колоннами связевого каркаса;

13) $i4^*$ — количество номеров этих сил;

14) $x_\Delta\, y_\Delta$ — координаты контактных точек (таблица по Δ) в *м*;

15) x_i, y_i — координаты точек приложения сил P_i (таблица по i) в *м*;

16) P_i — величина заданных нагрузок (таблица по i) в *тс*;

17) h_i — высота колонн (таблица по i от 1 до $i1$) в *м*;

18) E_i — модуль упругости бетона колонн (таблица по i от 1 до $i1$) в *тс/м²*;

19) F_i — площадь сечения колонн (таблица по i от 1 до $i1$) в *м²*;

Примечание. Если деформация сжатия колонн не учитывается, то принимается $h_i=0$.

20) $E_{0\,ср}$ — осредненный модуль деформаций грунта основания в *тс/м²*;

21) m_2 — корректирующий коэффициент;

22) ν_0 — осредненный коэффициент Пуассона грунта;

23) $i1^*$ — количество заданных нагрузок в виде сосредоточенных сил.

Решение третьей задачи (этапа) расчета плиты производится с использованием следующих исходных данных:

1) a' — длина плиты в *м*;

2) b' — ширина плиты в *м*;

3) L — упругая характеристика плиты в *м*;

4) $n1^*$ — общее количество заданных точек плиты;

5) kp^* — максимальное количество контурных точек плиты по двум противоположным граням;

6) P_i — величины сил, найденные на втором этапе расчета ($i=i1, i2, i3, i4$), а также заданные от колонн каркаса ($i=k$) в *тс*.

Если второй этап расчета не выполняется, то принимаются заданные величины всех сил P_i (таблица по i) в *тс*;

7) x_i, y_i — координаты точек приложения сил P_i (таблица по i) в *м*;

8) x_n, y_n — координаты заданных точек плиты (таблица по n) в *м*;

9) c_i, d_i — длины сторон прямоугольных загруженных участков плиты, параллельных соответственно оси x и оси y (таблица по i) в *м*;

10) θ_n — угол поворота в радианах к оси x загруженной площадки, центр i которой совпадает с точкой n (таблица по n);

11) $i1^*$ — количество заданных нагрузок в виде сосредоточенных сил P_i;

12) $E_{0\,ср}$ — осредненный модуль деформации грунта основания в *тс/м²*;

13) $m_г$ — корректирующий коэффициент;

14) ν_0 — осредненный коэффициент Пуассона грунта;

15) ν_1 — коэффициент Пуассона бетона.

§ 2. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

Для облегчения практического расчета фундаментной плиты и программирования на ЭВМ ниже в виде алгоритма даются последовательность расчета, используемые формулы и таблицы. Расчет по этому алгоритму возможен, если ширина плиты $b' \geqslant 4L$, а толщина реального сжимаемого слоя $H \geqslant 3L$.

В соответствии с алгоритмом расчет фундаментной плиты с учетом жестких элементов надфундаментного строения производится в три этапа. Если влиянием этих элементов можно пренебречь, то второй этап расчета опускается. При необходимости выполняется четвертый этап расчета, сводящийся к уточнению осадок плиты.

Этап 1. Вычисление упругой характеристики плиты L. Если в исходных данных величина $\chi=0$, то для определения упругой характеристики L производятся следующие вычисления.

1. Находится среднее давление под фундаментной плитой

$$p=\frac{\sum_1^i P_i}{a'\,b'}. \qquad (571)$$

2. Определяется средний объемный вес грунта

$$\gamma_{0\,ср}=\frac{\sum_1^k \gamma_{0\,k}\,h_k}{\Sigma\,h_k}. \qquad (572)$$

3. Вычисляется бытовое давление на отметке подошвы фундаментной плиты

$$p_б=\gamma_{0\,ср}\,H_0. \qquad (573)$$

Таблица 90

Коэффициенты α_i

i	m_i	n										
		1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,4	2,8	3,2	4,0	5,0
1	0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
2	0,4	0,960	0,968	0,972	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977	0,977	0,977	0,977
3	0,8	0,800	0,830	0,848	0,859	0,866	0,870	0,875	0,878	0,879	0,880	0,881
4	1,2	0,606	0,652	0,682	0,703	0,717	0,727	0,740	0,746	0,749	0,753	0,754
5	1,6	0,449	0,496	0,532	0,558	0,578	0,593	0,612	0,623	0,630	0,636	0,639
6	2,0	0,336	0,379	0,414	0,441	0,463	0,481	0,505	0,520	0,529	0,540	0,545
7	2,4	0,257	0,294	0,325	0,352	0,374	0,392	0,419	0,437	0,449	0,462	0,470
8	2,8	0,201	0,232	0,260	0,284	0,304	0,321	0,350	0,369	0,383	0,400	0,410
9	3,2	0,160	0,187	0,210	0,232	0,251	0,267	0,294	0,314	0,329	0,348	0,360
10	3,6	0,130	0,153	0,173	0,192	0,209	0,224	0,250	0,270	0,285	0,305	0,320
11	4,0	0,108	0,127	0,145	0,161	0,176	0,190	0,214	0,233	0,248	0,270	0,285
12	4,4	0,091	0,107	0,122	0,137	0,150	0,163	0,185	0,203	0,218	0,239	0,256
13	4,8	0,077	0,092	0,105	0,118	0,130	0,141	0,161	0,178	0,192	0,213	0,230
14	5,2	0,066	0,079	0,091	0,102	0,112	0,123	0,141	0,157	0,170	0,191	0,208
15	5,6	0,058	0,069	0,079	0,089	0,099	0,108	0,124	0,139	0,152	0,172	0,189
16	6,0	0,051	0,060	0,070	0,078	0,087	0,095	0,110	0,124	0,136	0,155	0,172
17	6,4	0,045	0,053	0,062	0,070	0,077	0,085	0,098	0,111	0,122	0,141	0,158
18	6,8	0,040	0,048	0,055	0,062	0,069	0,076	0,088	0,100	0,110	0,128	0,144
19	7,2	0,036	0,042	0,049	0,056	0,062	0,068	0,080	0,090	0,100	0,117	0,133
20	7,6	0,032	0,038	0,044	0,050	0,056	0,062	0,072	0,082	0,091	0,107	0,123
21	8,0	0,029	0,035	0,040	0,046	0,051	0,056	0,066	0,075	0,084	0,098	0,113

4. Подсчитывается отношение сторон плиты

$$n = \frac{a'}{b'} . \qquad (574)$$

5. По табл. 90 линейной интерполяцией определяется коэффициент α по найденному n для каждого табличного значения m_i, т. е. составляется таблица для функции $\alpha_i = f(m_i)$.

6. В этой же таблице для каждого m_i подсчитывается величина

$$z_i = \frac{m_i b'}{2} . \qquad (575)$$

7. Вычисляются величины

$$\Phi = 0{,}2\, \gamma_{0,\,\text{ср}} \left(\frac{m_i b'}{2} + H_0 \right), \qquad (576)$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots, 21$.

8. Находятся величины

$$\psi = \alpha_i (p - p_0), \qquad (577)$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots, 21$.

9. Отыскиваются величины Φ_i, Φ_{i+1} и ψ_i, ψ_{i+1}, связанные неравенствами $\Phi_i < \psi_i$ и $\Phi_{i+1} > \psi_{i+1}$, и соответствующие им значения m_i и m_{i+1}.

10. По найденным величинам Φ_i, Φ_{i+1}, ψ_i, ψ_{i+1}, m_i и m_{i+1} находится m_a по формуле (578):

$$m_a = m_i + \frac{(m_{i+1} - m_i)\ (\psi_i - \Phi_i)}{\Phi_{i+1} - \Phi_i + \psi_i - \psi_{i+1}} . \qquad (578)$$

11. Пользуясь таблицами α_i и z_i (см. пп. 5 и 6) для найденного m_a, линейной интерполяцией находятся α_a и z_a.

12. Для заданного значения $k2$ и всех значений $k1 = 1, 2, 3, \ldots, 25$ вычисляются значения $j = k1 - k2 + 1 > 0$.

13. Для заданного $k2$ и каждого j по формуле (579) подсчитываются величины z_j и записываются в таблицу

$$z_j = \sum_{\zeta=1}^{\zeta=k2+j-1} h_\zeta - H_0 , \qquad (579)$$

где $j = 1, 2, 3, \ldots, l$.

Вычисление z_j прекращается, если окажется

$$z_j < z_a < z_{j+1},$$

и принимается $z_j = z_l$. Величина $j = l$ запоминается.

14. По таблицам α_i и z_i линейной интерполяцией для каждого $z_j < z_a$, в том числе и для z_l, находятся α_j и составляется таблица α_j и z_j.

15. Подсчитывается осадка центра плиты от единичной нагрузки

$$S = 0{,}4 \left[\sum_{j=1}^{j=l-1} \frac{(\alpha_{j+1} + \alpha_j)\ (z_{j+1} - z_j)}{E_{0\ (k2+j)}} + \frac{(\alpha_a + \alpha_l)\ (z_a - z_l)}{E_{0\ (k2+l)}} \right] . \qquad (580)$$

16. По формуле (581) определяется модуль деформации грунтов основания, осредненный в пределах толщи z_a:

$$E_{0,\,\text{ср}} = \frac{0{,}4}{S} \left[\sum_{j=1}^{j=l-1} (z_{j+1} - z_j)\ (\alpha_{j+1} + \alpha_j) + (\alpha_a - \alpha_l)\ (z_a - z_l) \right] . \qquad (581)$$

17. Определяется величина

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{S E_{0,\,\text{ср}}}{b'\ (1 - \nu_0^2)\ 1{,}14} . \qquad (582)$$

18. Линейной интерполяцией по параметру $\omega_{\text{ср}}$ и отношению сторон плиты n в табл. 6, части первой, главы III находится величина $F_{\text{ср}}$.

19. Подсчитывается толщина сжимаемого слоя H_1, запоминается и выдается на печать

$$H_1 = \frac{F_{\text{ср}}\, b'}{2} . \qquad (583)$$

20. Повторяется п. 7 с изменением в формуле (576):

$$\Phi = 0{,}5\,\gamma_{0.\,ср}\,\frac{m_i\,b'}{2}\,. \qquad (584)$$

21. Выполняется п. 8 с изменением в формуле (577):

$$\psi_i = \alpha_i\,p\,. \qquad (585)$$

22. Выполняются пп. 9—19. В п. 19 по формуле (583) определяется величина сжимаемого слоя H_2, запоминается и выдается на печать.

Если в исходных данных величина $\chi=1$, то порядок и содержание вычислений меняются. Вместо пп. 1—22 производятся следующие вычисления:

1) выполняются пп. 4—6;
2) принимается $z_a=H$;
3) по табл. α_i и z_i (см. пп. 5 и 6) линейной интерполяцией находится коэффициент α_a;
4) выполняются пп. 12—16.

Дальнейшие вычисления одинаковы для случаев $\chi=0$ и $\chi=1$.

23. Подсчитывается

$$F_{ср} = \frac{2H}{b'}\,, \qquad (586)$$

где H принимается:

1) равной большей из двух величин H_1 или H_2, если $\chi=0$;
2) по исходным данным, если $\chi=1$.

24. Определяется коэффициент $\omega_{ср}$ линейной интерполяцией значений табл. 6, главы III, части первой по параметрам $F_{ср}$ и n.

25. Находится коэффициент $\omega'_{ср}$ линейной интерполяцией значений табл. 6 по параметру n для $F_{ср}=10^{20}$.

26. Подсчитывается корректирующий коэффициент

$$m_r = \frac{\omega'_{ср}}{\omega_{ср}}\,, \qquad (587)$$

где $\omega_{ср}$ — величина, соответствующая принятому значению H.

27. Определяется цилиндрическая жесткость плиты

$$D = \frac{E_1\,h^3}{12\,(1-\nu_1^2)}\,. \qquad (588)$$

28. Определяется упругая характеристика плиты

$$L = \sqrt[3]{\frac{2\,D\,(1-\nu_0^2)}{E_{0\,ср}\,m_r}}\,. \qquad (589)$$

Этап 2. Определение нагрузок, передаваемых на плиту жесткими элементами надфундаментного строения. Предварительные вычисления включают следующие моменты:

1) проверку возможности расчета плиты по разработанному алгоритму. Расчет выполним, если $b' \geqslant 4L$;

2) определение приведенных линейных размеров плиты[1]

$$\frac{a'}{L}\,; \qquad \frac{b'}{L}\,;$$

3) определение приведенных координат точек i приложения сил, условных контактных точек Δ и центра плиты[1]

$$\frac{x_i}{L}\,; \quad \frac{y_i}{L}\,; \quad \frac{x_\Delta}{L}\,; \quad \frac{y_\Delta}{L}\,; \quad \frac{x_d}{L}\,; \quad \frac{y_d}{L}\,.$$

Неизвестные усилия в условных стержневых связях между плитой и жесткими элементами надфундаментного строения находятся путем решения системы уравнений (590) и (591):

$$\sum_{i=l\,1}\left(\bar{w}^{1}_{\Delta,\,i=l} + \sum_{m}\bar{w}_{\Delta,\,i=l+m}\right) X_l - \alpha_Q\,(x_\Delta - x_d) - \beta_Q\,(y_\Delta - y_d)\cdot\delta_Q = -\sum_{i=k}\bar{w}_{\Delta,\,i}\,P_i\,; \qquad (590)$$

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=l\,1}(x_i - x_d)\,X_i = \sum_{i=l\,1}(x_i - x_d)\,P_i\,;\\ &\sum_{i=l\,1}(y_i - y_d)\,X_i = \sum_{i=l\,1}(y_i - y_d)\,P_i\,;\\ &\sum_{i=l\,1} X_i - \sum_{i=l\,1} P_i\,. \end{aligned}\right\} \qquad (591)$$

Уравнения (590) выражают условия контакта плиты и жестких элементов надфундаментного строения и составляются для каждой заданной контактной точки Δ. Поэтому количество уравнений (590) равно количеству контактных точек $\Delta d=\Sigma\Delta$.

Уравнения (591) выражают условия равновесия жесткого элемента, отделенного от плиты, и составляются для каждого из Q элементов от всех сил, действующих на этот элемент. Поэтому таких уравнений должно быть не больше $3Q$.

В уравнениях (590):

X_i — неизвестные усилия в условных стержневых связях ($l=l1$);

P_i — заданные силы, передаваемые на плиту колоннами $i=k$ связевого каркаса;

$w^1_{\Delta,\,i=l}$ — продольное сжатие колонны, передающей на плиту нагрузку от абсолютно жесткого надфундаментного строения, вызванное единичной силой $P_i=1$. Индекс $i=l$ принимает значения номеров $l1$;

[1] В дальнейшем изложении под принятыми в исходных данных обозначениями этих величин будем подразумевать приведенные значения.

$\bar{w}_{\Delta,\, i=l+m}$ — осадка плиты в контактной точке Δ от силы $P_i=1$ с номером $i=l+m$ при $l=l1$ и следующих значениях m:
$m=0$, если $i3=1$;
$m=0$; 1, если $i3=2$;
$m=0$; 1; 2; 3, если $i3=4$;

$\bar{w}_{\Delta,\, i}$ — осадка плиты в контактной точке Δ от единичной силы $P_i=1$, передаваемой плите колонной $i=k$ каркаса;

α_Q — угол наклона поверхности контакта плиты и жесткого элемента Q к оси, проходящей через центр плиты параллельно оси y, увеличенный в $E_{0\,\text{ср}}\, m_2 L/(1-\nu_0^2)$;

β_Q — то же, к оси, проходящей через центр плиты параллельно оси x;

δ_Q — осадка поверхности контакта плиты и жесткого элемента Q, увеличенная в $E_{0\,\text{ср}}\, m_2 L/(1-\nu_0^2)$;

x_Δ, y_Δ, x_d, y_d — приведенные координаты соответственно контактных точек и центра плиты.

В уравнениях (591):

X_l — неизвестные усилия в условных стержневых связях. Индекс l принимает в соответствии с M значения тех номеров сил $l1$, которые относятся к группе неизвестных сил, приложенных к поверхности контакта плиты и рассматриваемого жесткого элемента Q;

P_i — заданные силы, номера которых соответственно равны номерам неизвестных сил $i=l$;

x_l, y_l, x_i, y_i — координаты точек приложения соответственно неизвестных и заданных сил, причем для каждого номера $lx_l=x_i$, $y_l=y_i$;

x_d, y_d — то же, что в формулах (590).

Коэффициенты при неизвестных силах X_l в уравнениях (590) определяются следующим образом.

1. Выбираются контактная точка Δ с координатами x_Δ, y_Δ и сила P_i с номером $i=l$, первым из серии номеров $l1$.

2. При $x_i=x_\Delta$, $y_i=y_\Delta$ и $h_i\neq 0$, $E_i\neq 0$, $E_i\neq 0$ вычисляется величина $\bar{\omega}_{\Delta,\, i=l}$:

$$\bar{w}_{\Delta,\, i=l}=\frac{h_l\, E_{0\,\text{ср}}\, m_r\, L}{E_l\, F_l\, (1-\nu_0^2)}. \qquad (592)$$

В остальных случаях принимается $\bar{\omega}_{\Delta,\, i=l}=0$.

3. Для выбранной силы $P_{i=l}$ вычисляются величины δ_{ki} ($k=1, 2, 3, 4$):

$$\left.\begin{aligned} \delta_{1\,l}&=x_i;\\ \delta_{2\,l}&=a'-x_i;\\ \delta_{3\,l}&=y_i;\\ \delta_{4\,l}&=b'-y_i \end{aligned}\right\} \qquad (593)$$

и проверяется выполнение неравенства $\delta_{ki}\leqslant 2$.

При этом может оказаться, что одно значение $\delta_{ki}\leqslant 2$; два значения $\delta_{ki}\leqslant 2$; все значения $\delta_{ki}>2$.

4. Если одно или два значения $\delta_{ki}\leqslant 2$, то в соответствии с табл. 91 определяются вводы ξ и η в таблицы 18—24 [97а] и 10, 11 [39].

5. По величине δ_{ki} выбирается таблица из серии табл. 18—24 [97а] и 10, 11 [39]. В ней находится величина $\bar{\omega}_{\Delta,\, i}$, соответствующая вводам ξ и η.

Таблица 91

Вводы ξ и η в таблицы [97а] и [39]

Параметры для выбора таблиц [39] и [97 а]	$\delta_{1l}\leqslant 2$	$\delta_{2l}\leqslant 2$	$\delta_{3l}\leqslant 2$	$\delta_{4l}\leqslant 2$
ξ	x_Δ	a^1-x_Δ	y_Δ	b^1-y_Δ
η	$y_\Delta-y_l$	$y_\Delta-y_l$	$x_\Delta-x_l$	$x_\Delta-x_l$

6. Если в табл. 18—24 [97а] и 10, 11 [39] нет нужных значений ξ и η, то вычисляются вводы в табл. 25 [97а] по формулам (594).

7. Находится величина $\bar{\omega}_{\Delta\, l}$ по табл. 25 (97а) в соответствии с вводами ξ, η, вычисленными в п. 6. Если в табл. 25 [97а] нет нужных значений ξ и η, то принимается $\bar{\omega}_{\Delta\, l}=0$.

8. При двух значениях $\delta_{ki}\leqslant 2$ отыскиваются две величины $\bar{\omega}_{\Delta\, l}$ и выбирается бо́льшая из них.

9. Если все значения $\delta_{ki}>2$, то определяются вводы ξ и η в табл. 25 [97а]:

$$\left.\begin{aligned} \xi&=|x_i-x_\Delta|;\\ \eta&=|y_l-y_\Delta|. \end{aligned}\right\} \qquad (594)$$

10. Находится величина $\bar{\omega}_{\Delta\, l}$ по табл. 25 [97а] в соответствии с вычисленными в п. 9 вводами ξ, η. Если в табл. 25 [97а] нет нужных значений ξ и η, то принимается $\bar{\omega}_{\Delta\, l}=0$.

11. Таким же образом, как в пп. 3—10, находятся величины $\bar{\omega}_{\Delta\, l}$ от сил $P_i=1$, номера которых $i=l+m$. Значение l берется то же, что в п. 1, а m:
1) $m=1$, если $i3=2$;
2) $m=1$; 2; 3, если $i3=4$.

При $i3=1$ п. 11 не выполняется.

12. Полученные значения $\bar{\omega}_{\Delta\, l}$ в пп. 2, 4, 7, 11 суммируются и записываются как коэффициенты при неизвестном X_l.

13. Выбирается сила P_i со следующим номером $i=l$ из серии номеров $l1$ и повторяются пп. 2—12.

Таким образом, перебираются все силы P_i с номерами $l1$, если $i3=1$; $l1$, $l2$, если $i3=2$; $l1$, $l2$, $l3$, $l4$, если $i3=4$.

Для выбранной точки Δ от всех остальных сил P_i $(i=k)$ вычисляются величины $\bar{\omega}_{\Delta i}$ так, как это предлагается делать в пп. 3—10.

Полученные величины $\bar{\omega}_{\Delta i}$ умножаются на величину соответствующей силы P_i, и произведения суммируются. Найденная сумма $\sum\limits_{i=k} \bar{\omega}_{\Delta i} P_i$ записывается как свободный член уравнения (590), составляемого для рассматриваемой контактной точки Δ.

Уравнения (591) формируются для каждого из Q жестких элементов, поэтому в них участвуют все заданные силы P_i и неизвестные силы X_l, действующие на рассматриваемый элемент. Для этого последовательно выбираются силы P_i с номерами $i=l1$ по группам, количество сил в каждом из которых указано в M. Номера и координаты точек приложения неизвестных сил X_l и заданных сил P_i совпадают: $i=l$.

Решение системы уравнений производится на ЭВМ по стандартной программе.

Этап 3. Определение расчетных величин в заданных точках плиты. Предварительные вычисления включают следующие моменты.

1. Проверку возможности расчета плиты по предлагаемому алгоритму. Расчет возможен, если

$$b' \geqslant 4\ L.$$

2. Определение приведенных линейных размеров плиты и нагруженных площадок[1]

$$\frac{a'}{L};\quad \frac{b'}{L};\quad \frac{c_i}{L};\quad \frac{d_i}{L}.$$

3. Определение приведенных координат точек приложения заданных сил P_i и заданных точек плиты[1] n:

$$\frac{x_i}{L};\quad \frac{y_i}{L};\quad \frac{x_n}{L};\quad \frac{y_n}{L}.$$

4. Составление таблиц поправок $\Delta x'=f_1(y)$, $\Delta y'=f_2(x)$ на изгибающие моменты в точках плиты, находящихся на расстоянии, меньшем или равном L, от края, производится следующим образом[2].

1) выбирается точка n плиты с координатами $x_n=0$, $y_n\neq 0$;

2) для силы P_i с координатами x_i, y_i вычисляются величины δ_{ki} $(k=1, 2, 3, 4)$ по формуле (593) и проверяется выполнение неравенства $\delta_{ki}>2$;

[1] В дальнейшем под принятыми в исходных данных обозначениями этих величин будем подразумевать приведенные значения.

[2] Введение поправок на изгибающие моменты в контурных точках и в точках, находящихся на расстоянии, меньшем или равном L, от края плиты вызвано использованием схемы бесконечной плиты при расчете плиты большой протяженности.

3) если окажется, что все значения $\delta_{ki}>2$, то определяются вводы ξ и η в табл. 56 [39]:

$$\left.\begin{aligned}\xi &= x_i;\\ \eta &= |y_i - y_n|\end{aligned}\right\} \qquad (595)$$

и по табл. 66 [39] находится величина $\bar{M}_{x_{ni}}$. Если в табл. 66 [39] нет нужных значений вводов ξ и η, то принимается $\bar{M}_{x_{ni}}=0$;

4) найденное значение $\bar{M}_{x_{ni}}$ умножается на заданную величину силы P_i и алгебраически суммируется с аналогичными величинами от всех остальных сил;

5) полученная сумма $\Delta x'=\Sigma P_i \bar{M}_{x_{ni}}$ записывается в таблицу для соответствующего значения y_n;

6) выбирается точка n плиты с координатами $x_n=a'$, $y_n\neq 0$ и повторяется п. 4.2;

7) если окажется, что все значения $\delta_{ki}>2$, то определяются вводы ξ и η в табл. 66 [39]:

$$\left.\begin{aligned}\xi &= |x_i - a'|;\\ \eta &= |y_i - y_n|.\end{aligned}\right\} \qquad (596)$$

По табл. 66 [39] находится величина $\bar{M}_{x_{ni}}$ и повторяется п. 4.4 и 4.5.

Если в табл. 66 нет нужных значений вводов ξ и η, то принимается $\bar{M}_{x_{ni}}=0$;

8) выбирается точка n плиты с координатами $x_n\neq 0$, $y_n=0$ и повторяется п. 4.2;

9) если окажется, что все значения $\delta_{ki}>2$, то определяются вводы ξ и η в табл. 66 [39]:

$$\left.\begin{aligned}\xi &= y_i;\\ \eta &= |x_i - x_n|,\end{aligned}\right\} \qquad (597)$$

и по табл. 66 [39] находится величина $\bar{M}_{y_{ni}}$. Если в этой таблице нет нужных значений вводов ξ и η, то принимается $\bar{M}_{y_{ni}}=0$;

10) найденное значение $\bar{M}_{y_{ni}}$ умножается на заданную величину силы P_i и алгебраически суммируется с аналогичными величинами от всех остальных сил;

11) полученная сумма

$$\Delta y' = \Sigma P_i \bar{M}_{y_{ni}}$$

записывается в таблицу для соответствующего значения x_n;

12) выбирается точка n плиты с координатами $x_n\neq 0$, $y_n=b'$ и повторяется п.4.2;

Таблица 92

Вводы ξ и η в таблицы [39]

Параметры для выбора таблиц	ξ	η	Примечания
$\delta_{1i} \geqslant 2$	x_n	$y_n - y_i$	$\eta \geqslant 0$, $\overline{H}_x = \overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = \overline{Q}_x^{табл}$, $\overline{Q}_y = \overline{Q}_y^{табл}$
			$\eta < 0$, $\overline{H}_x = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = \overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = \overline{Q}_x^{табл}$, $\overline{Q}_y = -\overline{Q}_y^{табл}$
$\delta_{2i} \geqslant 2$	$a' - x_n$	$y_n - y_i$	$\eta \geqslant 0$, $\overline{H}_x = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = -\overline{Q}_x^{табл}$, $Q_y = \overline{Q}_y^{табл}$
			$\eta < 0$, $\overline{H}_x = \overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = -\overline{Q}_x^{табл}$, $\overline{Q}_y = -\overline{Q}_y^{табл}$
$\delta_{3i} \geqslant 2$	y_n	$x_n - x_i$	$\eta \geqslant 0$, $\overline{H}_x = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = \overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = \overline{Q}_x^{табл}$, $\overline{Q}_y = \overline{Q}_y^{табл}$
			$\eta < 0$, $\overline{H}_x = \overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = -\overline{Q}_y^{табл}$, $\overline{Q}_y = \overline{Q}_x^{табл}$
$\delta_{4i} \geqslant 2$	$b' - y_n$	$x_n - x_i$	$\eta \geqslant 0$, $\overline{H}_x = \overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = \overline{Q}_y^{табл}$, $\overline{Q}_y = -\overline{Q}_x^{табл}$
			$\eta < 0$, $\overline{H}_x = -\overline{H}_x^{табл}$, $\overline{H}_y = \overline{H}_x^{табл}$, $\overline{Q}_x = -\overline{Q}_y^{табл}$, $\overline{Q}_y = \overline{Q}_x^{табл}$

Примечание. Величины $\overline{p}_{ni}$, $\overline{w}_{ni}$, $\overline{M}_{x_{ni}}$, $\overline{M}_{y_{ni}}$ определяются независимо от знаков вводов ξ и η.

13) если окажется, что все значения $\delta_{ki} > 2$, то определяются вводы ξ и η в табл. 66 [39]:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= |y_i - b'|; \\ \eta &= |x_i - x_n| \end{aligned}\right\} \qquad (598)$$

и по табл. 66 [39] находится величина $\overline{M}_{y_{ni}}$, повторяются пп.4. 10 и 4. 11.

Если в табл. 66 нет нужных значений вводов ξ и η, то принимается $\overline{M}_{y_{ni}} = 0$.

Расчет плиты производится по табл. 1—68 [39] следующим образом.

1. В соответствии с примечанием к п. 4 предварительных вычислений принимается:

а) $M_{x_n} = 0$ для точек n плиты с абсциссами $x_n = 0$ или $x_n = a'$;

б) $M_{y_n} = 0$ для точек n плиты с ординатами $y_n = 0$ или $y_n = b'$.

2. Выбирается точка n плиты с координатами x_n, y_n и первая из сил P_i с координатами точки приложения x_i, y_i.

3. Для этой силы вычисляются величины δ_{ki} ($k = 1, 2, 3, 4$) по формуле (593) и проверяется выполнение неравенства $\delta_{ki} \leqslant 2$. При этом может оказаться, что одно значение $\delta_{ki} < 2$; два значения $\delta_{ki} \leqslant 2$; все значения $\delta_{ki} > 2$.

4. Если одно или два значения $\delta_{ki} \leqslant 2$ и $x_n \neq x_i$ или $y_i \neq y_i$, то в соответствии с табл. 92 определяются вводы в табл. 1—63 [39].

Таблица 93

Определение безразмерных величин по таблицам [39]

Безразмерные расчетные величины	$\overline{p}_{ni}$	$\overline{w}_{ni}$	$\overline{M}_{x_{ni}}$	$\overline{M}_{y_{ni}}$	$\overline{H}_{x_{ni}}$	$\overline{H}_{y_{ni}}$	$\overline{Q}_{x_{ni}}$	$\overline{Q}_{y_{ni}}$
Номер таблицы в серии 1—63 [39]	1 9	10 18	19 27	28 36	37 45	37 45	46 54	55 63

5. По величине δ_{ki} выбираются таблицы из серии 1—63 [39]. Пользуясь указаниями табл. 93, по вычисленным вводам ξ и μ в табл. 1—63 [39] находятся безразмерные расчетные величины $\overline{p}_{ni}$, $\overline{w}_{ni}$, $\overline{M}_{x_{ni}}$, $\overline{M}_{y_{ni}}$, $\overline{H}_{x_{ni}}$, $\overline{H}_{y_{ni}}$, $\overline{Q}_{x_{ni}}$, $Q_{y_{ni}}$ и умножаются на заданную величину силы и коэффициенты в соответствии с формулой (599) для получения действительных значений расчетных

величин:

$$\left.\begin{aligned} p_{ni} &= \overline{p}_{ni}\,\frac{P_i}{L^2}\,; \\ w_{ni} &= \overline{w}_{ni}\,\frac{(1-\nu_0^2)\,P_i}{E_{0\,\text{ср}}\,m_r\,L}\,; \\ M_{ni} &= \overline{M}_{ni}\,P_i\,; \\ H_{ni} &= (1-\nu_1)\,\overline{H}_{ni}\,P_i\,; \\ Q_{ni} &= \overline{Q}_{ni}\,\frac{P_i}{L}\,. \end{aligned}\right\} \qquad (599)$$

При двух значениях $\delta_{ki} < 2$ выбирается бо́льшая из безразмерных расчетных величин, найденных по каждому значению δ_{ki}, за исключением $\overline{M}_{x_{ni}}$ и $\overline{M}_{y_{ni}}$, для которых оставляются по два значения.

Если $\delta_{3i} \leqslant 2$ или $\delta_{4i} < 2$, то при определении безразмерных расчетных величин по табл. 1—63 [39] индекс x у этих величин меняется на y и обратно. В примечаниях к табл. 92 такая замена уже выполнена.

Безразмерные расчетные величины принимаются равными нулю, если в табл. 1—63 [39] нет нужных значений вводов ξ и η.

6. Если одно или два значения $\delta_{ki} \leqslant 2$ и $x_n = x_i$, $y_n = y_i$, то безразмерные расчетные величины $\overline{p}_{ni}$, $\overline{w}_{ni}$, $\overline{H}_{x_{ni}}$, $\overline{H}_{y_{ni}}$ определяются по п. 5.

Безразмерные расчетные величины $\overline{M}_{x_{ni}}$ и $\overline{M}_{y_{ni}}$ определяются по формулам (600) при одном или двух значениях δ_k, с учетом примечания к этим формулам и умножаются на заданную величину силы для получения действительных значений расчетных величин:

$$\left.\begin{aligned} \overline{M}_{x_{ni}} &= X - 0{,}09284\,\ln\alpha'\,; \\ \overline{M}_{y_{ni}} &= Y - 0{,}09284\,\ln\alpha'\,, \end{aligned}\right\} \qquad (600)^*$$

где

$$\alpha' = \sqrt{\frac{c_i\,d_i}{\pi}}\,;$$

X и Y — величины, определяемые по табл. 94 в зависимости от параметра $\delta_{ki} \leqslant 2$ (с линейной интерполяцией).

* 1. Формула составлена для случая, когда индекс k величины δ_{ki} равен $k=1$ и $k=2$. 2. Если $k=3$ или $k=4$, то в формуле индекс x величины $\overline{M}_{x_{ni}}$ заменяется на y и обратно для величины $\overline{M}_{y_{ni}}$

Таблица 94

Определение X и Y

δ_{ki}	X	Y	δ_{ki}	X	Y
0					
0,1	—0,090	0,120	1,2	0,057	0,060
0,2	—0,055	0,090	1,4	0,060	0,060
0,4	—0,010	0,065	1,6	0,060	0,060
0,6	0,015	0,060	1,8	0,060	0,060
0,8	0,034	0,060	2,0	0,060	0,060
1,0	0,050	0,060	—	—	—

Безразмерные расчетные величины $\overline{Q}_{x_{ni}}$ и $\overline{Q}_{y_{ni}}$ определяются по формулам (601), умножаются на заданную величину силы и коэффициент в соответствии с формулой (599) для получения действительных значений расчетных величин.

При двух значениях $\delta_{ki} < 2$ выбирается бо́льшая из величин $Q_{x_{ni}}$ или $Q_{y_{ni}}$, найденных по каждому значению δ_{ki}:

$$\left.\begin{aligned} \overline{Q}_{x_{ni_1}} &= \frac{A_1}{2\,(c_i + d_i)}\,; \\ \overline{Q}_{x_{ni_2}} &= \frac{A_2}{2\,(c_i + d_i)}\,; \\ \overline{Q}_{y_{ni_1}} &= \frac{A_3}{2\,(c_i + d_i)}\,; \\ \overline{Q}_{y_{ni_2}} &= \frac{A_4}{2\,(c_i + d_i)}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (601)$$

где $A\,k$ — коэффициент, принимаемый при: 1) $2 \geqslant \delta_{ki} > 0{,}4$ равным $A_1 = -1$; $A_2 = 1$; $A_3 = 1$; $A_4 = -1$; 2) $\delta_{ki} < 0{,}4$ — по табл. 95.

Таблица 95

Определение коэффициента Ak

δ_{1i}	A_1	A_2	A_3	A_4	δ_{2i}	A_1	A_2	A_3	A_4
0,4	—1,07	0,93	1,0	—1,0	0,4	—0,93	1,07	1,0	—1,0
0,3	-1,19	0,81	1,0	—1,0	0,3	—0,81	1,19	1,0	—1,0
0,2	-1,35	0,65	1,0	—1,0	0,2	—0,65	1,35	1,0	—1,0
0,1	—1,61	0,39	1,0	—1,0	0,1	—0,39	1,61	1,0	—1,0

δ_{3i}	A_1	A_2	A_3	A_4	δ_{4i}	A_1	A_2	A_3	A_4
0,4	—1,0	1,0	0,93	-1,07	0,4	—1,0	1,0	1,07	—0,93
0,3	—1,0	1,0	0,81	—1,19	0,3	—1,0	1,0	1,19	—0,81
0,2	1,0	1,0	0,65	-1,35	0,2	—1,0	1,0	1,35	—0,65
0,1	-1,0	1,0	0,39	—1,61	0,1	—1,0	1,0	1,61	—0,39

7. Если все значения $\delta_{ki} > 2$ и $x_n \neq x_i$ или $y_n \neq y_i$, то вводы в табл. 64—68 [39] определяются по формулам (602):

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= x_i - x_n; \\ \eta &= y_i - y_n. \end{aligned}\right\} \qquad (602)$$

8. В соответствии с указаниями табл. 96 по вычисленным вводам ζ и η в табл. 64—68 [39] находятся безразмерные расчетные величины $\bar{p}_{ni}$, $\bar{w}_{ni}$, $\bar{M}_{x_{ni}}$, $\bar{M}_{y_{ni}}$, $\bar{H}_{x_{ni}}$, $\bar{H}_{y_{ni}}$, $\bar{Q}_{x_{ni}}$, $\bar{Q}_{y_{ni}}$ и умножаются на заданную величину силы и коэффициенты в соответствии с формулами (599) для получения действительных значений расчетных величин.

Если в табл. 64—68 [39] нет нужных значений вводов ζ и η, то расчетные величины принимаются равными нулю.

9. Если все значения $\delta_{ki} > 2$ и $x_n = x_i$, $y_n = y_i$, то безразмерные расчетные величины $\bar{p}_{ni}$, $\bar{w}_{ni}$, $\bar{H}_{x_{ni}}$, $\bar{H}_{y_{ni}}$ определяются по п. 8.

Таблица 96

Определение безразмерных величин по таблицам [39]

Безразмерные расчетные величины	$\bar{p}_{ni}$	$\bar{w}_{ni}$	$M_{x_{ni}}$	$\bar{M}_{y_{ni}}$	$\bar{H}_{x_{ni}}$	$\bar{H}_{y_{ni}}$	$\bar{Q}_{x_{ni}}$	$\bar{Q}_{y_{ni}}$
Номер таблицы из серии 64—68 [39]	64	65	66	66, прим. 1	67	67, прим. 5	68	68, прим. 1

Примечания к табл. 96

1. Значения величин $\bar{M}_{y_{ni}}$ и $Q_{y_{ni}}$ определяются соответственно по табл. 66 и 68 [39] с заменой вводов ζ на η и обратно, т. е. $\zeta = y_i - y_n$, $\eta = x_i - x_n$.

2. Величины $\bar{p}_{ni}$, $\bar{w}_{ni}$, $\bar{M}_{x_{ni}}$, $\bar{M}_{y_{ni}}$ определяются по табл. 96 независимо от знаков вводов ζ и η.

3. Если $\zeta < 0$, то принимается $\bar{Q}_{x_{ni}} = -Q^{\text{табл.}}_{x_{ni}}$

4. Если $\eta < 0$, то принимается $\bar{Q}_{y_{ni}} = -\bar{Q}^{\text{табл.}}_{y_{ni}}$

5. Значения $\bar{H}_{y_{ni}}$ берутся по табл. 67 [39] с обратным знаком $\bar{H}_{y_{ni}} = -\bar{H}^{\text{табл.}}_{x_{ni}}$

6. Если ζ и η имеют разные знаки, то $\bar{H}_{x_{ni}} = -\bar{H}^{\text{табл.}}_{x_{ni}}$ и $\bar{H}_{y_{ni}} = -\bar{H}^{\text{табл}}_{x_{ni}}$

Безразмерные расчетные величины $\bar{M}_{x_{ni}}$ и $\bar{M}_{y_{ni}}$ определяются по формуле (603) и умножаются на заданную величину силы для получения действительных значений расчетных величин

$$\bar{M}_{x_{ni}} - \bar{M}_{y_{ni}} = 0{,}0592 \quad 0{,}09284 \ln \alpha', \qquad (603)$$

где

$$\alpha' = \sqrt{\frac{c_i\, d_i}{\pi}}.$$

Безразмерные расчетные величины $\bar{Q}_{x_{ni}}$ и $\bar{Q}_{y_{ni}}$ определяются по формулам (604), умножаются на заданную величину силы и коэффициент в соответствии с формулой (599) для получения действительных значений расчетных величин:

$$\left.\begin{aligned} \bar{Q}_{x_{ni_1}} &= \bar{Q}_{y_{ni_2}} = \frac{-1}{2\,(c_i + d_i)}; \\ \bar{Q}_{x_{ni_2}} &= \bar{Q}_{y_{ni_1}} = \frac{1}{2\,(c_i + d_i)}. \end{aligned}\right\} \qquad (604)$$

10. Расчетные величины p_{ni}, w_{ni}, $M_{x_{ni}}$, $M_{y_{ni}}$, $H_{x_{ni}}$, $H_{y_{ni}}$, $Q_{x_{ni}}$, $Q_{y_{ni}}$ в рассматриваемой точке с координатами x_n, y_n, найденные от выбранной силы P_i с координатами точки приложения x_i, y_i, суммируются с аналогичными величинами от остальных заданных сил. При этом полная величина поперечных сил $Q_{x_{ni}}$ и $Q_{y_{ni}}$ определяется по формуле (605) путем формирования суммы соответствующих величин, найденных с помощью таблиц, от каждой из заданных сил:

$$\left.\begin{aligned} Q_{x_{n_1}} &= \cos\theta_n\,(Q_{x_{ni_1}} + \Sigma\, Q_{x_{ni}}) + \sin\theta_n\, \Sigma\, Q_{y_{ni}}; \\ Q_{x_{n_2}} &= \cos\theta_n\,(Q_{x_{ni_2}} + \Sigma\, Q_{x_{ni}}) + \sin\theta_n\, \Sigma\, Q_{y_{ni}}; \\ Q_{y_{n_1}} &= -\sin\theta_n\, \Sigma\, Q_{x_{ni}} + \cos\theta_n\,(Q_{y_{ni_1}} + \Sigma\, Q_{y_{ni}}); \\ Q_{y_{n_2}} &= -\sin\theta_n\, \Sigma\, Q_{x_{ni}} + \cos\theta_n\,(Q_{y_{ni_2}} + \Sigma\, Q_{y_{ni}}), \end{aligned}\right\} \qquad (605)$$

где $Q_{x_{ni_1}}$, $Q_{x_{ni_2}}$, $Q_{y_{ni_1}}$, и $Q_{y_{ni_2}}$ — поперечные силы, определяемые по формулам [599] (601) и (604);

$Q_{x_{ni}}$ и $Q_{y_{ni}}$ — поперечные силы, вычисляемые по формуле (599) с помощью таблиц.

Поэтому в каждой точке n (x_n, y_n) плиты находят по два значения величин $Q_{x_{ni}}$ и $Q_{y_{ni}}$, т. е. $Q_{x_{ni_1}}$, $Q_{x_{ni_2}}$, $Q_{y_{ni_1}}$, $Q_{y_{ni_2}}$. В точках с координатами $x_n \neq x_i$ или $y_n \neq y_i$ эти величины попарно равны $Q_{x_{ni_1}} = Q_{x_{ni_2}}$, $Q_{y_{ni_1}} = Q_{y_{ni_2}}$. При подборе сечений плиты и арматуры учитывается одно из равных значений.

Величины $M_{x_{ni}}$ и $M_{y_{ni}}$ также имеют по два значения $M_{x_{ni_1}}$, $M_{x_{ni_2}}$, $M_{y_{ni_1}}$, $M_{y_{ni_2}}$, в связи с этим при формировании суммарных величин $M_{x_{ni}}$ и $M_{y_{ni}}$ от всех действующих сил к каждым двум значениям $M_{x_{ni}}$ и $M_{y_{ni}}$, найденным от силы P_i с двумя значениями δ_{ki}, добавляются по одному одинаково-

му значению от сил с одним δ_{ki}. При подборе сечений арматуры следует учитывать большее из парных значений $M_{x_{ni}}$ и $M_{y_{ni}}$.

11. На каждую из парных величин $M_{x_{ni}}$ вводится поправка Δx, определяемая:

1) по формуле (606):

$$\Delta x_n = -\Delta x' \ (1 - x_n), \qquad (606)$$

если $0<x_n<1$, а также $(b'-1)>y_n>1$ или $0<y_n<1$, или или $(b'-1)<y_n<b'$;

2) по формуле (607):

$$\Delta x_n = -\Delta x' \ (1 - a' + x_n), \qquad (607)$$

если $a'>x_n>(a'-1)$, а также $(b'-1)>y_n>1$ или $0<y_n<1$, или $(b'-1)<y_n<b'$.

В формулах (606) и (607) $\Delta x'$ — величина, определяемая по таблице значений $\Delta x'$ для $y_{\text{табл}}=y_n$. Если в таблице нет нужного значения y_n, то принимается $\Delta x'=0$.

12. На каждую из парных величин $M_{y_{ni}}$ вводится поправка Δy, вычисляемая:

1) по формуле (608):

$$\Delta y - -\Delta y' \ (1 - y_n), \qquad (608$$

если $(a'-1)>x_n>1$, а также $0<y_n<1$ или $0<x_n<1$, или $a'>x_n>(a'-1)$;

2) по формуле (609):

$$\Delta y_n = -\Delta y' \ (1 - b' + y_n), \qquad (609)$$

если $(a'-1)>x_n>1$, а также $(b'-1)<y_n<b'$ или $0<x_n<1$, или $(a'-1)<x_n<a'$.

В формулах (608) и (609) $\Delta y'$ — величина, определяемая по таблице значений $\Delta y'$ для $x_{\text{табл}}=x_n$. Если в таблице нет нужных значений x_n, то принимается $\Delta y'=0$.

Этап 4. Уточнение осадок заданных точек n плиты. Определение осадок заданных точек плиты по уточненным табл. 18—25 [97а] производится аналогично нахождению осадок на 3-м этапе расчета. Для этого повторяются предварительные вычисления 3-го этапа. Затем выполняются пп. 1—5, 7, 8, 10 основного расчета 3-го этапа в части определения осадок точек n плиты с заменой табл. 12—18 [39] на табл. 18—24 [97а] и табл. 65 [39] на табл. 25 [97а].

Если в табл 18—24 [97а] не окажется нужных значений вводов ζ и η, вычисленных в соответствии с табл. 92, то вычисляются вводы в табл. 25 [97а] по формулам (602) и по табл. 25 [97а] находятся значения $\overline{w}_{ni}$.

Если в табл. 25[97а] не окажется нужных значений вводов ζ и η, то принимается $\overline{w}_{ni}=0$.

§ 3. ПРИМЕР РАСЧЕТА ФУНДАМЕНТНОЙ ПЛИТЫ ПО ТАБЛИЦАМ

Проиллюстрируем использование изложенного в § 2 алгоритма на условно упрощенном примере ручного расчета прямоугольной фундаментной плиты большой протяженности по табл. 1—11, 19—64, 66—68 [39] и табл. 18—25 [97а].

Подготовим исходные данные для расчета плиты, имеющей в плане размеры 27×20 *м*, толщину 1,2 *м*. На рис. 181 дан упрощенный геологический разрез площадки строительства, где все грунтовые напластования приняты горизонтальными и одинаковой толщины, а характеристики грунтов осреднены.

Плита, воспринимающая нагрузку от четырех колонн связевого каркаса и двух диафрагм жесткости здания, симметрична относительно двух осей (см. рис. 180). На этом же рисунке показана принятая система координат.

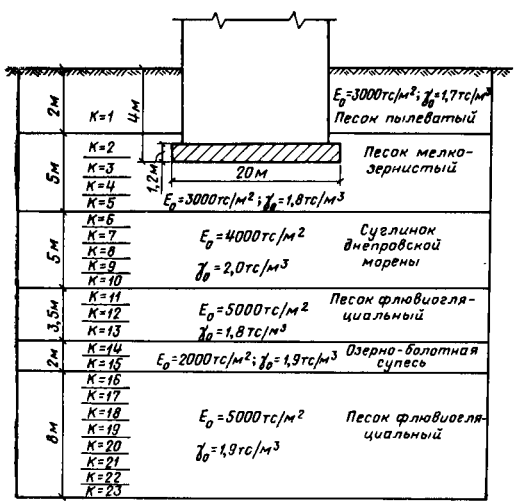


Рис 181. Геологический разрез основания фундаментной плиты (масштаб условный)

В связи с тем что на плиту опираются две симметричные диафрагмы, а вторая ось симметрии делит диафрагму на две равные части, выбираем контактные точки Δ только под $^1/_2$ частью левой диафрагмы. Для упрощения принимаем минимальное количество контактных точек Δ, равное $\Delta d=3$, хотя для получения действительной эпюры контактных давлений этих точек недостаточно.

Неизвестные силы X_i, заменяющие действие диафрагмы на плиту, прикладываем в контактных и симметричных им точках плиты. Нумеруем эти силы. В контактных точках, лежащих на оси симметрии, прикладываем по две равные симметричные силы $X_5=X_7$, $X_6=X_8$, $X_9=X_{11}$, $X_{10}=X_{12}$. Об этом нужно помнить на третьем этапе расчета.

В силу симметрии плиты и нагрузок относительно двух осей $X_1=X_2=X_3=X_4$, $X_5=X_6=X_7=X_8$, $X_9=X_{10}=X_{11}=X_{12}$.

Такие же номера получают заданные нагрузки. Нумерацию продолжаем на силы, передаваемые плите колоннами связевого каркаса.

Размеры площадок, по которым распределены силы P_1-P_{12}, т. е. c_i и d_i, принимаем такие же, как для сил $P_{13}-P_{16}$.

Выбираем три характерные точки n плиты: на контуре, под крайней и под средней колоннами, в которых следует определить расчетные величины.

Таблица 97

Характеристика грунтов

Номер слоя грунта k	Толщина слоя грунта h_k, м	Объемный вес грунта γ_{0k}, тс/м³	Модуль деформации грунта E_{0k}, тс/м²
1	2	1,7	3000
2	2	1,8	3000
3	1	1,8	3000
4	1	1,8	3000
5	1	1,8	3000
6	1	2,0	4000
7	1	2,0	4000
8	1	2,0	4000
9	1	2,0	4000
10	1	2,0	4000
11	1	1,8	5000
12	1	1,8	5000
13	1,5	1,8	5000
14	1	1,9	2000
15	1	1,9	2000
16	1	1,9	5000
17	1	1,9	5000
18	1	1,9	5000
19	1	1,9	5000
20	1	1,9	5000
21	1	1,9	5000
22	1	1,9	5000
23	1	1,9	5000

Таблица 98

Заданные силы в тс

i	P_i	i	P_i	1	2	3	4
1	1000	9	600	5	500	13	1000
2	1000	10	600	6	500	14	1000
3	1000	11	600	7	500	15	1000
4	1000	12	600	8	500	16	1000

Приводим исходные данные, необходимые для расчета плиты вручную и на ЭВМ. Звездочкой отмечены те величины, которые не используются при расчете плиты вручную.

Исходные данные для этапа 1

1) $i\ 1^*=16$; 2) $k\ 1^*=23$; 3) $k\ 2^*=2$; 4) $a'=27$ м; 5) $b'=20$ м; 6) $h=1{,}2$ м; 7) $E_1=3{,}15\cdot10^6$ тс/м²; 8) $\nu_1={}^1/_6$; 9) $H_0=4$ м; 10) $\nu_0=0{,}33$; 11) $H=11$ м; 12) $\chi=1$; 13) данные о грунтах основания (табл. 97); 14) величины заданных сил в тс (табл. 98).

Исходные данные для этапа 2

1) a^1 } те же, что для этапа 1;
2) b^1 }
3) $L=4{,}345$ м (результат этапа 1);
4) $x_d=13{,}5$ м;
   $y_d=10{,}5$ м;
5) $\Delta d=3$;
6) $Q=1$;
7) $l\ 1=1, 5, 9$;
8) $l\ 2=2, 6, 10$;
9) $l\ 3=3, 7, 11$;
10) $l\ 4=4, 8, 12$;
11) $i\ 3=4$;
12) $M=3$;
13) $M\ 1^*=1$;
    $M\ 2^*=0$;
    $M\ 3^*=1$;
14) $k=13, 14, 15, 16$;
15) $i\ 4^*=4$;
16) $h_i=0$;
17) $i\ 1^*=16$;
18) $\nu_0=0{,}33$;
19) $E_{0\,ср}=3820$ тс/м²;
20) $m_r=2{,}65$;
21) координаты контактных точек в м (табл. 99);
22) величины сил P_i — см. этап 1;
23) координаты точек приложения сил P_i, м (табл. 100).

Таблица 99

Координаты контактных точек в м

Δ	x_Δ	y_Δ
1	3	3
2	3	10
3	10	10

Таблица 100

Координаты точек приложения сил P_i, *м*

i	x_i	y_i	i	x_i	y_i	i	x_i	y_i
1	3	3	7	3	10	13	10	17
2	24	3	8	24	10	14	10	3
3	24	17	9	10	10	15	17	3
4	3	17	10	17	10	16	17	17
5	3	10	11	10	10	—	—	—
6	24	10	12	17	10	—	—	—

Исходные данные для этапа 3

1) a', b'
2) ν_0, ν_1
3) $E_{0ср}$, $m_г$, L
4) $n\ 1^*=3$; $i\ 1^*=16$;
5) $kp^*=1$;

} те же, что в этапах 1 и 2;

6) величины сил P_i (с заменой заданных сил P_1—P_{12} на найденные на 2-м этапе расчета) в *тс* (табл. 101);

Примечание. В табл. 101 величины сил, приложенных в одной точке, $P_5=P_7$, $P_6=P_8$, $P_9=P_{11}$, $P_{10}=P_{12}$ просуммированы.

7) координаты x_i, y_i точек приложения сил P_i те же, что в исходных данных этапа 2;

8) координаты точек n, в которых определяются расчетные величины в *м* (табл. 102);

9) длины сторон загруженных участков плиты в *м* (табл. 103);

10) углы поворота нагруженных площадок в точках n плиты в *рад*.

Таблица 101

Силы P_i, *тс*

i	P_i	i	P_i	i	P_i
1	1388	5,7	223	13	1000
2	1388	6,8	223	14	1000
3	1388	9,11	1200	15	1000
4	1388	10,12	1200	16	1000

Таблица 102

Координаты точек n

n	x_n	y_n
1	10	0
2	10	3
3	10	10

Таблица 103

Длина сторон в *м*

i	c_i	d_i	i	c_i	d_i
1	1,4	1,2	9	1,4	1,2
2	1,4	1,2	10	1,4	1,2
3	1,4	1,2	11	1,4	1,2
4	1,4	1,2	12	1,4	1,2
5	1,4	1,2	13	1,4	1,2
6	1,4	1,2	14	1,4	1,2
7	1,4	1,2	15	1,4	1,2
8	1,4	1,2	16	1,4	1,2

Таблица 104

Угол поворота в *рад*

n	θ_n
1	0
2	1,5708
3	0

Этап 1. Вычисление упругой характеристики плиты. Величина $\chi=1$ задана в исходных данных. Поэтому расчет начинаем с п. 4 алгоритма.

1. Определяем отношение сторон плиты

$$n=\frac{a'}{b'}=\frac{27}{20}=1,37.$$

2. Составляем табл. 105 по рекомендациям пп. 5 и 6 алгоритма.

3. Принимаем $z_a=H$ и по табл. 90 находим величину $\alpha_a=-0,720$.

4. В соответствии с указаниями пп. 12—14 алгоритма составляем табл. 106.

Таблица 105

Величины m_i, α_i, z_i

i	m_i	α_i	z_i	i	m_i	α_i	z_i
1	0,0	1,0	0,0	9	3,2	0,204	32,0
2	0,4	0,971	4,0	10	3,6	0,168	36,0
3	0,8	0,844	8,0	11	4,0	0,141	40,0
4	1,2	0,674	12,0	12	4,4	0,118	44,0
5	1,6	0,523	16,0	13	4,8	0,102	48,0
6	2,0	0,405	20,0	14	5,2	0,088	52,0
7	2,4	0,317	24,0	15	5,6	0,077	56,0
8	2,8	0,253	28,0	16	6,0	0,068	60,0

Таблица 106

Величины z_j, α_j

i	z_j	α_j	i	z_j	α_j
1	0	1,0	7	6	0,907
2	1	0,993	8	7	0,875
3	2	0,986	9	8	0,844
4	3	0,979	10	9	0,802
5	4	0,971	11	10	0,759
6	5	0,939	12	11,5	0,699

5. Определяем осадку центра плиты от единичной нагрузки (п. 15 алгоритма)

$$S = 0{,}4\left[\frac{(\alpha_2+\alpha_1)(z_2-z_1)}{E_{0_3}} + \frac{(\alpha_3+\alpha_2)(z_3-z_2)}{E_{0_4}} + \frac{(\alpha_4+\alpha_3)(z_4-z_3)}{E_{0_5}} + \right.$$

$$+\frac{(\alpha_5+\alpha_4)(z_5-z_4)}{E_{0_6}} + \frac{(\alpha_6+\alpha_5)(z_6-z_5)}{E_{0_7}} + \frac{(\alpha_7+\alpha_6)(z_7-z_6)}{E_{0_8}} +$$

$$+\frac{(\alpha_8+\alpha_7)(z_8-z_7)}{E_{0_9}} + \frac{(\alpha_9+\alpha_8)(z_9-z_8)}{E_{0_{10}}} + \frac{(\alpha_{10}+\alpha_9)(z_{10}-z_9)}{E_{0_{11}}} +$$

$$\left.+\frac{(\alpha_{11}+\alpha_{10})(z_{11}-z_{10})}{E_{0_{12}}} + \frac{(\alpha_a+\alpha_l)(z_a-z_l)}{E_{0(k\,2+l)}}\right] = 0{,}4\left[\frac{1{,}993\cdot 1}{3000} + \right.$$

$$+\frac{1{,}979\cdot 1}{3000} + \frac{1{,}965\cdot 1}{3000} + \frac{1{,}950\cdot 1}{4000} + \frac{1{,}910\cdot 1}{4000} + \frac{1{,}846}{4000} + \frac{1{,}782}{4000} +$$

$$\left.+\frac{1{,}719}{4000} + \frac{1{,}646}{5000} + \frac{1{,}561}{5000} + \frac{(0{,}720+0{,}759)(11-10)}{5000}\right] = 0{,}002 \quad м.$$

6. Находим осредненный модуль деформации грунта (п. 16 алгоритма)

$$E_{0\,ср} = \frac{0{,}4}{S}\left[\sum_{j=1}^{j=l-1}(z_{j+1}-z_j)(\alpha_{j+1}+\alpha_j) + (\alpha_a+\alpha_l)(z_a-z_l)\right] =$$

$$= \frac{0{,}4}{0{,}0021}\left[(\alpha_2+\alpha_1)(z_2-z_1) + (\alpha_3+\alpha_2)(z_3-z_2) + \right.$$

$$+(\alpha_4+\alpha_3)(z_4-z_3) + (\alpha_5+\alpha_4)(z_5-z_4) + (\alpha_6+\alpha_5)(z_6-z_5) +$$

$$+(\alpha_7+\alpha_6)(z_7-z_6) + (\alpha_8+\alpha_7)(z_8-z_7) + (\alpha_9+\alpha_8)(z_9-z_8) +$$

$$\left.+(\alpha_{10}+\alpha_9)(z_{10}-z_9) + (\alpha_{11}+\alpha_{10})(z_{11}-z_{10}) + (\alpha_a+\alpha_l)(z_a-z_l)\right] =$$

$$= \frac{0{,}4}{0{,}002}(1{,}993+1{,}979+1{,}965+1{,}950+1{,}910+1{,}846+1{,}782+$$

$$+1{,}719+1{,}646+1{,}561+1{,}479) = 3820 \quad тс/м^2.$$

7. Подсчитываем

$$F_{ср} = \frac{2H}{b'} = \frac{2\cdot 11}{20} = 1{,}1.$$

8. По табл. 6 главы III, части первой находим для $n=1{,}35$ и $F=1{,}1$ $\omega_{ср}=0{,}404$ и $\omega'_{ср}=1{,}072$.

9. Определяем корректирующий коэффициент

$$m_r = \frac{\omega'_{ср}}{\omega_{ср}} = \frac{1{,}072}{0{,}404} = 2{,}65.$$

10. Вычисляем цилиндрическую жесткость плиты

$$D = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_1)} = \frac{3{,}15\cdot 10^6\cdot 1{,}2^3}{12(1-1/6^2)} = 4665\cdot 10^2 \quad тс\cdot м.$$

11. Находим упругую характеристику плиты

$$L = \sqrt[3]{\frac{2D(1-\nu_0^2)}{E_{0\,ср}\,m_2}} = \sqrt[3]{\frac{2\cdot 4665\,(1-0{,}33^2)\,10^2}{3820\cdot 2{,}65}} = 4{,}345 \quad м.$$

Этап 2. Определение нагрузок, передаваемых на плиту жесткими элементами надфундаментного строения. Расчет плиты возможен, так как $4L=4\cdot 4{,}345=17{,}38$ *м*; $b'=20$ *м* $>4L=17{,}38$ *м*.

Вычислим приведенные размеры плиты a', b' координаты центра плиты x_d, y_d, точек приложения сил (табл. 107) и контактных точек (табл. 108):

$$\frac{a'}{L} = \frac{27}{4{,}345} = 6{,}21; \quad \frac{b'}{L} = \frac{20}{4{,}345} = 4{,}6;$$

$$\frac{x_d}{L} = \frac{13{,}5}{4{,}345} = 3{,}11; \quad \frac{y_d}{L} = \frac{10}{4{,}345} = 2{,}3.$$

Таблица 107

Приведенные координаты точек приложения сил P_i

Номер силы i	$\frac{x}{L}$	$\frac{y}{L}$	Номер силы i	$\frac{x}{L}$	$\frac{y}{L}$
1	0,69	0,69	9	2,3	2,3
2	5,52	0,69	10	3,91	2,3
3	5,52	3,91	11	2,3	2,3
4	0,69	3,91	12	3,91	2,3
5	0,69	2,3	13	2,3	3,91
6	5,52	2,3	14	2,3	0,69
7	0,69	2,3	15	3,91	0,69
8	5,52	2,3	16	3,91	3,91

Таблица 108

Приведенные координаты контактных точек Δ

Номер точки Δ	$\frac{x_\Delta}{L}$	$\frac{y_\Delta}{L}$
1	0,69	0,69
2	0,69	2,3
3	2,3	2,3

Напишем уравнения (590) для каждой из выбранных контактных точек, учитывая при этом, что из-за симметрии плиты и нагрузок угол поворота диафрагмы $\beta_Q=0$:

$$\Delta - 1.\quad (\overline{w}_{1,1}+\overline{w}_{1,2}+\overline{w}_{1,3}+\overline{w}_{1,4})\,X_1+(\overline{w}_{1,5}+\overline{w}_{1,6}+\overline{w}_{1,7}+\overline{w}_{1,8})\,X_5+(\overline{w}_{1,9}+\overline{w}_{1,10}+\overline{w}_{1,11}+\overline{w}_{1,12})\,X_9-\alpha_Q\,(x_{\Delta 1}-x_d)-\delta_Q=$$
$$=-(\overline{w}_{1,13}\,P_{13}+\overline{w}_{1,14}\,P_{14}+\overline{w}_{1,15}\,P_{15}+\overline{w}_{1,16}\,P_{16}).$$

$$\Delta = 2.\quad (\overline{w}_{2,1}+\overline{w}_{2,2}+\overline{w}_{2,3}+\overline{w}_{2,4})\,X_1+(\overline{w}_{2,5}+\overline{w}_{2,6}+\overline{w}_{2,7}+\overline{w}_{2,8})\,X_5+(\overline{w}_{2,9}+\overline{w}_{2,10}+\overline{w}_{2,11}+\overline{w}_{2,12})\,X_9-\alpha_Q\,(x_{\Delta 2}-x_d)-\delta_Q=$$
$$=-(\overline{w}_{2,13}\,P_{13}+\overline{w}_{2,14}\,P_{14}+\overline{w}_{2,15}\,P_{15}+\overline{w}_{2,16}\,P_{16}).$$

$$\Delta - 3.\quad (\overline{w}_{3,1}+\overline{w}_{3,2}+\overline{w}_{3,3}+\overline{w}_{3,4})\,X_1+(\overline{w}_{3,5}+\overline{w}_{3,6}+\overline{w}_{3,7}+\overline{w}_{3,8})\,X_5+(\overline{w}_{3,9}+\overline{w}_{3,10}+\overline{w}_{3,11}+\overline{w}_{3,12})\,X_9-\alpha_Q\,(x_{\Delta 3}-x_d)-\delta_Q=$$
$$=-(\overline{w}_{3,13}\,P_{13}+\overline{w}_{3,14}\,P_{14}+\overline{w}_{3,15}\,P_{15}+\overline{w}_{3,16}\,P_{16}).$$

Из уравнения равновесия (591) составляем первое и третье. Второе уравнение исключается, так как $\beta_Q=0$:

$$(x_{i-1}-x_d)\,X_1+(x_{i-5}-x_d)\,X_5+(x_{i-9}-x_d)\,X_9=$$
$$=(x_{i-1}-x_d)\,P_1+(x_{i-5}-x_d)\,P_5+$$
$$+(x_{i-9}-x_d)\,P_9;$$
$$X_1+X_5+X_9=P_1+P_5+P_9.$$

Коэффициенты при неизвестных в уравнениях и свободные члены определяем следующим образом.

1. В соответствии с п. 3 алгоритма составляем табл. 109 для всех заданных сил.

2. Принимая во внимание указания пп. 4—11 алгоритма, определяем безразмерные осадки контактных точек Δ плиты от единичных сил $P_i=1$ (табл. 110).

Таблица 109

Величины δ_{ki}

δ_{ki}	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	P_{16}
δ_{1i}	0,6	5,5	5,5	0,6	0,6	5,5	0,6	5,5	2,3	3,9	2,3	3,9	2,3	2,3	3,9	3,9
δ_{2i}	5,5	0,6	0,6	5,5	5,5	0,6	5,5	0,6	3,9	2,3	3,9	2,3	3,9	3,9	2,3	2,3
δ_{3i}	0,6	0,6	3,9	3,9	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	3,9	0,6	0,6	3,9
δ_{4i}	3,9	3,9	0,6	0,6	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	0,6	3,9	3,9	0,6

Таблица 110

Безразмерные осадки контактных точек

Номер контактной точки			1			2			3		
			вводы			вводы			вводы		
значения k в индексе величины δ_{ki}	величина δ_{ki}	номер силы i	ξ	η	$\overline{w}_{1i}$	ξ	η	$\overline{w}_{2i}$	ξ	η	w_{3i}
1	0,6	1	0,69	0	0,474	0,69	1,61	0,229	2,3	1,61	0,160
1	0,6	4	0,69	−3,22	0,114	0,69	−1,61	0,229	2,3	−1,61	0,160
1	0,6	5	0,69	−1,61	0,229	0,69	0	0,474	2,3	0	0,243
1	0,6	7	0,69	−1,61	0,229	0,69	0	0,474	2,3	0	0,243
2	0,6	2	5,52	0	0,069	5,52	1,61	0,064	3,91	−1,61	0,092
2	0,6	3	5,52	−3,22	0,055	5,52	−1,61	0,064	3,91	−1,61	0,092
2	0,6	6	5,52	−1,61	0,064	5,52	0	0,069	3,91	0	0,115
2	0,6	8	5,52	−1,61	0,064	5,52	0	0,069	3,91	0	0,115
3	0,6	1	0,69	0	0,474	2,3	0	0,243	2,3	1,61	0,160
3	0,6	2	0,69	−4,83	0,069	2,3	4,83	0,064	2,3	−3,22	0,099
3	0,6	14	0,69	−1,61	0,229	2,3	−1,61	0,160	2,3	0	0,243
3	0,6	15	0,69	−3,22	0,114	2,3	−3,22	0,099	2,3	−1,61	0,160
3	0,6	3	3,91	−4,83	0,055	2,3	−4,83	0,064	2,3	−3,22	0,099
3	0,6	4	3,91	0	0,115	2,3	0	0,243	2,3	1,61	0,160
3	0,6	13	3,91	−1,61	0,092	2,3	−1,61	0,160	2,3	0	0,243
3	0,6	16	3,91	−3,22	0,074	2,3	−3,22	0,099	2,3	−1,61	0,160
—	>2	9	1,61	1,61	0,167	1,61	0	0,226	0	0	0,385
—	>2	10	3,22	1,61	0,099	3,22	0	0,114	1,61	0	0,226
—	>2	11	1,61	1,61	0,167	1,61	0	0,226	0	0	0,385
—	>2	12	3,22	1,61	0,099	3,22	0	0,114	1,61	0	0,226

Примечания: 1 Приведенные значения вводов вычислены в соответствии с табл. 92

2 Индекс k величины δ_{ki} служит признаком, по которому в табл 92 выбирается формула вводов.

3. Находим коэффициенты при неизвестных X_1, X_5 и X_9 в соответствии с п. 12 алгоритма (табл. 111).

4. Определяем свободные члены уравнений (590) табл. 112.

5. Система уравнений для определения неизвестных равнодействующих контактных давлений, передаваемых диафрагмами жесткости на плиту, имеет вид (табл. 113).

Корни уравнений равны: $X_1=1388{,}51$ *тс*; $X_5=111{,}49$ *тс*; $X_9=600$ *тс*.

Следовательно, диафрагмы жесткости передают на плиту следующие нагрузки: $P_1=P_2=P_3=P_4\approx 1388$ *тс*; $P_5+P_7=P_6+P_8=223$ *тс*; $P_9+P_{11}=P_{10}+P_{12}=1200$ *тс*.

Этап 3. Определение расчетных величин в заданных точках плиты. Проверка возможности расчета плиты по табл. 1—11, 19—64, 66—68 [39] и табл. 18—25 [97а] выполнена на 2-м этапе расчета. Там же определены приведенные линейные размеры плиты и приведенные координаты точек приложения заданных сил.

Таблица 111

Коэффициенты при неизвестных X_i

Номер силы i	Безразмерные осадки контактных точек		
	$\overline{w}_{1i}$	$\overline{w}_{2i}$	$\overline{w}_{3i}$
1	0,474	0,243	0,160
2	0,069	0,064	0,099
3	0,055	0,064	0,099
4	0,115	0,243	0,160
$\Sigma\overline{w}_{\Delta_1}$	0,713	0,614	0,518
5	0,229	0,474	0,243
6	0,064	0,069	0,115
7	0,229	0,474	0,243
8	0,064	0,069	0,115
$\Sigma\overline{w}_{\Delta_2}$	0,586	1,086	0,716
9	0,167	0,226	0,385
10	0,099	0,114	0,226
11	0,167	0,226	0,385
12	0,099	0,114	0,226
$\Sigma\overline{w}_{\Delta_3}$	0,532	0,680	1,222

Таблица 112

Свободные члены уравнений

Номер силы i	Величина силы P_i, $тс$	$P_i\,\overline{w}_{1i}$	$P_i\,\overline{w}_{2i}$	$P_i\,\overline{w}_{3i}$
13	1000	92	160	243
14	1000	229	160	243
15	1000	114	99	160
16	1000	74	99	160
	$\Sigma P_i\,\overline{w}_{\Delta i}$	509	518	806

Таблица 113

Система уравнений

Номер уравнения	Коэффициенты при неизвестных					Свободный член (в правой части)
	X_1	X_2	X_3	α_Q	δ_Q	
1	0,713	0,586	0,532	2,4	—1	—509
2	0,614	1,086	0,680	2,4	—1	—518
3	0,518	0,716	1,222	0,8	—1	—806
4	1	1	1	0	0	2100
5	-2,4	—2,4	—0,8	0	0	—4080

Вычислим приведенные размеры нагруженных площадок c_i и d_i и по табл. 114 координаты заданных точек n плиты x_n, y_n:

$$c_i = \frac{1,4}{4,345} - 0,32; \quad d_i = \frac{1,2}{4,345} = 0,28.$$

Расчет начинаем с предварительных вычислений поправок на величины изгибающих моментов в точках, находящихся на расстоянии, меньшем или равном L, от края плиты. Для этого в соответствии с п. 4 алгоритма выполняем следующие расчетные операции:

Таблица 114

Приведенные координаты заданных точек плиты

n	1	2	3
x_n	2,3	2,3	2,3
y_n	0	0,69	2,3

1) выбираем точки, у которых одна из координат $x_n=0$, $x_n=a'$, $y_n=0$, $y_n=b'$. Такой точкой оказалась точка $n=1$ с координатами $x_1=2,3$; $y_1=0$;

2) находим силы P_i, для которых все $\delta_{ki}>2$. Как видно из табл. 109, таких сил только две, а именно суммарная сила (P_9+P_{11}) и $(P_{10}+P_{12})$;

3) для силы (P_9+P_{11}) вычисляем по формуле (597) вводы в табл. 66 [39] $\xi=2,3$; $\eta=2,3-2,3=0$;

4) по табл. 66 [39] находим $\overline{M}_{y_{1\,(9+11)}}=-0,016$;

5) вычисляем (P_9+P_{11}) $\overline{M}_{y_{1\,(9+11)}}=1200(-0,016)=-19,2$ $тс\cdot м$;

6) находим вводы в табл. 66 [39] для силы $(P_{10}+P_{12})$, $\xi=2,3$; $\eta=3,91-2,3=1,61$;

7) по табл. 66 [39] выбираем $\overline{M}_{y_{1(10+12)}}=-0,075$;

8) определяем $(P_{10}+P_{12})$ $\overline{M}_{y_{1(10+12)}}=1200\,(-0,075)=-9$ $тс\times м$;

9) вычисляем поправку на изгибающий момент $\overline{M}_y$ для точек плиты с абсциссами $x_n=2,3$, находящихся на расстоянии, меньшем или равным L, от края плиты $\Delta_y'=-19,2-9=-28,2$ $тс\cdot м$.

Определение расчетных величин в точке $n=1$ производится в соответствии с алгоритмом. Причем для определения уточненных значений вертикальных перемещений вместо табл. 12—18 [39] используются табл. 18—24 [97а], а вместо табл. 65 [39]—табл. 25[97а].

Точка $n=1$ является контурной точкой плиты с ординатой $y_1=0$. Поэтому в соответствии с п. 1 основного расчета алгоритма никаких поправок на изгибающие моменты не вводится, а принимается $M_{y1}=0$.

Безразмерные расчетные величины $\overline{p}_{1i}$; $\overline{w}_{1i}$; $\overline{M}_{x_{i1}}$; $\overline{H}_{x_{1i}}$; $\overline{Q}_{x_{1i}}$; $Q_{y_{1i}}$, а также увеличенные в P_i раз значения этих величин приведены в табл. 115.

Таблица 115

Безразмерные расчетные величины и увеличенные в P_i раз значения этих величин в точке $n=1$

Значения k в индексе величины δ_{ki}*	Величина δ_{ki}	Номер силы i	Величина силы P_i, тс	Вводы ξ_1	Вводы η_1	p_{1i}	w_{1i}	$M_{x_{1i}}$	$H_{x_{1i}}$	$Q_{x_{1i}}$	$Q_{y_{1i}}$	$P_i \bar{p}_{1i}$	$P_i \bar{w}_{1i}$	$P_i \bar{M}_{x_{1i}}$	$P_i \bar{H}_{x_{1i}}$	$P_i \bar{Q}_{x_{1i}}$	$P_i \bar{Q}_{y_{1i}}$
1	0,6	1	1388	2,3	—0,69	0,03	0,218	—0,018	0,013	0,01	0	41	302	—25	18	14	0
3	0,6	1	1388	0	1,61	0,31	0,180	—0,046	0,042	—0,05	—0,01	430	250	—63,8	53,8	—69	—14
2	0,6	2	1388	3,91	—0,69	0	0,103	—0,011	0	0	0	0	143	—15,3	0	0	0
3	0,6	2	1388	0	—3,22	0	0,035	0	0	0	0	0	48	0	0	0	0
2	0,6	3	1388	3,91	—3,91	0	0,064	0	0	0	0	0	89	0	0	0	0
4	0,6	3	1388	4,6	—3,22	0	0,081	0	0	0	0	0	112	0	0	0	0
1	0,6	4	1388	2,3	—3,91	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,6	4	1388	4,6	1,61	0	0,132	0	0	0	0	0	29,4	0	0	0	0
1	0,6	5,7	223	2,3	—2,3	0	0,087	0	0	0	0	0	19,4	0	0	0	0
2	0,6	6,8	223	3,91	—2,3	0	0,420	0,147	0	0	0,05	620	420	147	0	0	50
3	0,6	14	1000	0	0	0,62	0,180	—0,046	—0,012	0,05	—0,01	310	180	—46	—42	50	—10
3	0,6	15	1000	0	—1,61	0,31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,6	13	1000	4,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,6	16	1000	4,6	—1,61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
—	>2	9,11	1200	0	2,3	0,018	0,166	0,012	0	0	0,011	21,6	199	14,4	0	0	13,2
—	>2	10,12	1200	1,61	2,3	0,009	0,134	0	—0,012	0,002	0,002	10,8	161	0	—14,4	2,4	2,4
												Σ —	1392,4	1654,8	75,1; 51,6	1,9	66,4	55,6

* Значение k в индексе величины δ_{ki} служит признаком, по которому в табл. 92 выбирается формула вводов.

Пользуясь табл. 115, формулами (599) и п. 10 алгоритма, получим полные значения расчетных величин в точке $n=1$ от всех действующих на плиту сил P_i:

1) реактивное давление

$$p_1 = \frac{\Sigma P_i \bar{p}_{1i}}{L^2} = \frac{1392,4}{18,88} = 73,75 \ тс/м^2;$$

2) осадка

$$w_{1i} = \frac{(1-\nu_0^2)\ \Sigma P_i \bar{w}_{1i}}{E_{0\,ср}\, m_г L} = \frac{1654,8\ (1-0,33^2)}{10\,135 \cdot 4,345} = 0,033 \ м;$$

3) изгибающие моменты на 1 *м* плиты

$$M_{x_1}^{макс} = 75,1 \ тс \cdot м; \quad M_{x_1}^{мин} = 51,6 \ тс \cdot м;$$

4) крутящие моменты на 1 *м* плиты

$$H_{x_1} = 1,9\ (1-0,17) = 1,6 \ тс \cdot м;$$

$$H_{y_1} = -1,6 \ тс \cdot м;$$

5) поперечные силы на 1 *м* плиты

$$Q_{x_1} = \frac{\Sigma P_i \bar{Q}_{x_{1i}}}{L} = \frac{66,4}{4,345} = 15,3 \ тс;$$

$$Q_{y_1} = \frac{55,6}{4,345} = 12,8 \ тс.$$

Для точки $n=2$ в табл. 116 приведены безразмерные расчетные величины и увеличенные в P_i раз значения этих величин. Определение безразмерных расчетных величин производится так же, как и для точки $n=1$, за исключением безразмерных изгибающих моментов и поперечных сил от силы P_{14}. По табл. 66 и 68 [39] значения этих величин оказываются бесконечно большими, так как координаты точки $n=2$ и силы P_{14} совпадают. Поэтому вычисляем безразмерные изгибающие моменты и поперечные силы от силы P_{14} с $\delta_{3,14}=0,69<2$ по формулам (600) и (601) с учетом указаний п. 6 алгоритма. При этом в формуле (600) меняем индекс x на y:

$$\bar{M}_{x_{2,14}} = Y \quad - 0,09284 \ln \alpha';$$

$$\bar{M}_{y_{2,14}} = X \quad - 0,09284 \ln \alpha'.$$

В табл. 94 для $\delta_{ki}=0,69$ находим $Y=0,06$; $X=0,025$. Подсчитываем величины

$$\alpha' = \sqrt{\frac{c_i\ d_i}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,322 \cdot 0,276}{3,14}} = 0,168;$$

$$\ln \alpha' = -1,784.$$

Таблица 116

Безразмерные расчетные величины и увеличенные в P_i раз значения этих величин в точке $n=2$

Значения k в индексе величины δ_{kl}	Величина δ_{kl}	Номер силы i	Величина силы P_i, тс	Вводы ξ_2	Вводы η_2	$\overline{p}_{2i}$	$\overline{w}_{2i}$	$\overline{M}_{x_{2i}}$	$\overline{M}_{y_{2i}}$	$\overline{H}_{x_{2i}}$	$Q_{x_{2i}}$	$\overline{Q}_{y_{2i}}$	$P_i\,\overline{p}_{2i}$	$P_i\,\overline{w}_{2i}$	$P_i\,\overline{M}_{x_{2i}}$	$P_i\,\overline{M}_{y_{2i}}$	$P_i\,\overline{H}_{x_{2i}}$	$P_i\,\overline{Q}_{x_{2i}}$	$P_i\,\overline{Q}_{y_{2i}}$
1	0,6	1	1388	2,3	0	0,04	0,243	−0,022	0,025	0	−0,01	0	55	337	−30,5	34,7	0	−14	0
3	0,6	1	1388	0,69	1,61	0,11	0,229	−0,028	0,025	0,008	0,04	0,04	153	318	−38,9	34,7	11,1	−55	55
1	0,6	2	1388	3,91	0	0	0,115	−0,012	0,005	0	0	0	0	160	−16,6	6,94	0	0	0
4	0,6	2	1388	0,69	−3,22	0	0,114	0	0	0	0	0	0	158	0	0	0	0	0
2	0,6	3	1388	3,91	−3,22	0	0,074	0	0	0	0	0	0	103	0	0	0	0	0
3	0,6	3	1388	3,91	−3,22	0	0,074	0	0	0	0	0	0	103	0	0	0	0	0
2	0,6	4	1388	2,3	−3,22	0	0,099	0	0	0	0	0	0	137	0	0	0	0	0
4	0,6	4	1388	3,91	1,61	0	0,092	0,001	−0,007	0	0	0	0	128	1,39	−9,7	0	0	0
1	0,6	5,7	223	2,3	−1,61	0	0,160	−0,006	−0,002	0,014	0,03	−0,01	0	35,7	−1,34	−0,45	3,12	6,7	−2,23
2	0,6	6,8	223	3,91	−1,61	0	0,092	−0,007	0,001	0	0	0	0	20,5	−1,56	0,22	0	0	0
3	0,6	14	1000	0,69	0	0,19	0,474	0,226	0,191	0	−0,836	0,836	190	474	226	191	0	(−836)*	(−836)*
3	0,6	15	1000	0,69	−1,61	0,11	0,229	−0,028	0,025	0,008	0,04	0,04	110	229	−28	25	−8	40	40
4	0,6	13	1000	3,91	0	0	0,115	0,005	−0,012	0	0	0	0	115	5	−12	0	0	0
4	0,6	16	1000	3,91	−1,61	0	0,092	0,001	−0,007	0	0	0	0	92	1	−7	0	0	0
—	>2	9,11	1200	0	1,61	0,041	0,226	0,028	−0,014	0	0	0,038	49,2	271	33,6	−16,8	0	0	45,6
—	>2	10,11	1200	1,61	1,61	0,018	0,169	−0,002	−0,002	0,018	0,008	0,008	21,6	203	−2,4	−2,4	−21,6	9,6	9,6
												Σ =	523,8	2177,2	194,79; 185,2	219,21; 202,57	15,38	42,3	147,97

* Величины при определении сумм $\Sigma P_i\,\overline{Q}_{x_{2i}}$ и $\Sigma P_i\,\overline{Q}_{y_{2i}}$ не учитывались.

Подставив найденные значения в формулу (600), получим

$$\overline{M}_{x_{2,14}} = 0{,}06 - 0{,}09284\ (-1{,}784) = 0{,}226\,;$$

$$\overline{M}_{y_{2,14}} = 0{,}025 - 0{,}09284\ (-1{,}784) = 0{,}191\,.$$

Безразмерные поперечные силы определяем по формулам (601), принимая для $2 \geqslant \delta_{3,14} > 0{,}4$:

$$A_1 = -1\,;\quad A_2 = 1\,;\quad A_3 = 1\,;\quad A_4 = -1\,;$$

$$\overline{Q}_{x_{2,14_1}} = \frac{-1}{2\ (0{,}322 + 0{,}276)} = -0{,}836\,;$$

$$\overline{Q}_{x_{2,14_2}} = 0{,}836\,;\quad \overline{Q}_{y_{2,14_1}} = 0{,}836\,;\quad \overline{Q}_{y_{2,14_2}} = -0{,}836\,.$$

Абсцисса $x_2 = 2{,}3$ точки $n=2$ совпадает с абсциссой контурной точки $n=1$, а ордината $0 < y_2 = 0{,}69 < 1$. Поэтому в соответствии с п. 11 алгоритма находим поправку Δy_2 на величину полного изгибающего момента My_2 по формуле (608):

$$\Delta\, y_2 = -\Delta\, y'\ (1 - y_2) = 28{,}2 \cdot 2{,}3 = 8{,}74\ \text{тс}\cdot\text{м}\,.$$

Пользуясь табл. 116, формулами (609) и п. 10 алгоритма, получим полные значения расчетных величин в точке $n=2$ от всех действующих на плиту сил P_i:

1) реактивное давление

$$p_2 = \frac{\Sigma\, P_i\, \overline{p}_{2\,i}}{L^2} = \frac{523{,}8}{4{,}345^2} = 27{,}74\ \text{тс/м}^2\,;$$

2) осадка

$$w_2 = \frac{(1 - \nu_0^2)\ \Sigma\, P_i\, \overline{w}_{2\,i}}{E_{0\ \text{ср}}\, m_\text{г}\, L} = \frac{0{,}8911 \cdot 2177{,}2}{44036{,}575} = 0{,}044\ \text{м};$$

3) изгибающие моменты на 1 *м* плиты

$$M_{x_2}^{\text{макс}} = \Sigma\, \overline{M}_{x_{2\,i}}^{\text{макс}}\, P_i = 194{,}79\ \text{тс}\cdot\text{м}\,;$$

$$M_{x_2}^{\text{мин}} = \Sigma\, \overline{M}_{x_{2\,i}}^{\text{мин}}\, P_i = 185{,}2\ \text{тс}\cdot\text{м}\,;$$

$$M_{y_2}^{\text{макс}} = \Sigma\, \overline{M}_{y_{2\,i}}^{\text{макс}}\, P_i + \Delta\, y_2 = 219{,}21 + 8{,}74 = 227{,}95\ \text{тс}\cdot\text{м}\,;$$

$$M_{y_2}^{\text{мин}} = \Sigma\, \overline{M}_{y_{2\,i}}^{\text{мин}}\, P_i + \Delta\, y_2 = 202{,}57 + 8{,}74 = 211{,}31\ \text{тс}\cdot\text{м}\,;$$

4) крутящие моменты на 1 *м* плиты

$$H_{x_2} = (1 - \nu_1)\ \Sigma\, P_i\, \overline{H}_{x_{2\,i}} = (1 - 0{,}17)\ (-15{,}38) = 12{,}76\ \text{тс}\cdot\text{м}\,;$$

$$H_{y_2} = -12{,}76\ \text{тс}\cdot\text{м}\,;$$

5) поперечные силы на 1 *м* стороны загруженной площадки с учетом ее поворота относительно оси x на угол $\theta = 1{,}5708$ [см.

п. 10 алгоритма и формулу (605)]

$$Q_{x_{2_1}} = \frac{1}{4,345}\,[0,7071\,(-836+42,3)+0,7071\cdot 147,97] = -118,8\ тс;$$

$$Q_{x_{2_2}} = \frac{1}{4,345}\,[0,7071\,(836+42,3)+0,7071\cdot 147,97] = 167\ тс;$$

$$Q_{y_{2_1}} = \frac{1}{4,345}\,[-0,707\cdot 42,3+0,7071\,(836+147,97)] = 153,2\ тс;$$

$$Q_{y_{2_2}} = \frac{1}{4,345}\,[-0,7071\cdot 42,3+0,7071\,(-836+147,97)] = -118,8\ тс.$$

Безразмерные расчетные величины и увеличенные в P_i раз значения этих величин для точки $n=3$ даны в табл. 117. Приведенные в этой таблице безразмерные изгибающие моменты и поперечные силы от сил P_9 и P_{11} подсчитаны по указаниям п. 9 алгоритма и формулам (603) и (604), так как координаты сил P_9 и P_{11} $\delta_{ki}>2$ совпадают с координатами точки $n=3$.

Абсцисса $x_3=2,3$ точки $n=3$ совпадает с абсциссой контурной точки $n=1$. Однако ордината $y_3=2,3>1$. Поэтому поправка в величины изгибающих моментов не вводится.

По табл. 117 и формулам (599) получены следующие полные значения расчетных величин в точке $n=3$ от всех действующих на плиту сил P_i:

1) реактивное давление

$$p_3 = \frac{\Sigma P_i \overline{p}_{3i}}{L^2} = \frac{416,1}{4,345^2} = 22,04\ тс/м^2;$$

2) осадка

$$w = \frac{(1-\nu_0^2)\,\Sigma P_i \overline{w}_{3i}}{E_{0\,ср}\, m_г L} = \frac{0,8911\cdot 2336,8}{44036,575} = 0,047\ м;$$

3) изгибающие моменты на 1 *м* плиты

$$M_{x_3}^{макс} = 291,06\ тс\cdot м; \quad M_{x_3}^{мин} = 257,74\ тс\cdot м;$$

$$M_{y_3}^{макс} = 254,29\ тс\cdot м; \quad M_{y_3}^{мин} = 237,63\ тс\cdot м;$$

4) крутящие моменты на 1 *м* плиты

$$H_{x_3} = (1-\nu_1)\,\Sigma P_i \overline{H}_{x_{3i}} = 0,83\cdot 38,8 = 32,2\ тс\cdot м;$$

$$H_{y_3} = -32,2\ тс\cdot м;$$

Таблица 117

Безразмерные расчетные величины и увеличенные в P_i раз значения этих величин в точке $n=3$

Значения k в индексе величины δ_{ki}	Величина δ_{ki}	Номер силы i	Величина силы P_i, тс	Вводы ξ_3	Вводы η_3	$\overline{p}_{3i}$	$\overline{w}_{3i}$	$\overline{M}_{x_{3i}}$	$\overline{M}_{y_{3i}}$	$\overline{H}_{x_{3i}}$	$\overline{Q}_{x_{3i}}$	$\overline{Q}_{y_{3i}}$	$P_i\overline{p}_{3i}$	$P_i\overline{w}_{3i}$	$P_i\overline{M}_{x_{3i}}$	$P_i\overline{M}_{y_{3i}}$	$P_i\overline{H}_{x_{3i}}$	$P_i\overline{Q}_{x_{3i}}$	$P_i\overline{Q}_{y_{3i}}$
1	0,6	1	1388	2,3	1,61	0,01	0,160	−0,006	−0,001	−0,014	0,03	0,01	14	222	−8,33	−1,39	19,4	41,6	13,9
3	0,6	1	1388	2,3	1,61	0,01	0,160	−0,001	0,006	0,014	0,01	0,03	14	222	−1,39	−8,33	19,4	13,9	41,6
2	0,6	2	1338	3,91	1,61	0	0,092	−0,007	0,001	0	0	0	0	128	−9,72	1,39	0	0	0
3	0,6	2	1388	2,3	−3,22	0	0,099	0	0	0	0	0	0	137	0	0	0	0	0
2	0,6	3	1388	3,91	−1,61	0	0,092	−0,007	0,001	0	0	0	0	128	−9,72	1,39	0	0	0
4	0,6	3	1388	2,3	−3,22	0	0,099	0	0	0	0	0	0	137	0	0	0	0	0
1	0,6	4	1388	2,3	−1,61	0,01	0,160	−0,006	−0,001	0,014	0,03	−0,01	14	222	−8,33	−1,39	19,4	41,6	−13,9
4	0,6	4	1388	2,3	1,61	0,01	0,160	−0,001	−0,006	−0,014	0,01	−0,03	14	222	−1,39	−8,33	−19,4	13,9	−41,6
1	0,6	5,7	223	2,3	0	0,04	0,243	−0,022	0,025	0	−0,01	0	8,9	54,2	−4,91	5,58	0	−2,23	0
2	0,6	6,8	223	3,91	0	0	0,115	−0,011	0,005	0	0	0	0	25,6	−2,45	1,11	0	0	0
3	0,6	14	1000	2,3	0	0,04	0,243	0,025	−0,022	0	0	−0,01	40	243	25	−22	0	0	−10
3	0,6	15	1000	2,3	−1,61	0,01	0,160	−0,001	−0,006	−0,014	−0,01	0,03	10	160	−1	−6	−14	−10	30
4	0,6	13	1000	2,3	0	0,04	0,243	0,025	−0,022	0	0	0,01	40	243	25	−22	0	0	10
4	0,6	16	1000	2,3	−1,61	0,01	0,160	−0,001	−0,006	0,014	−0,01	−0,03	10	160	−1	−6	14	−10	−30
—	>2	9,11	1200	0	0	0,192	0,385	0,225	0,225	0	−0,836	0,836	230	462	270	270	0	(−1003)*	(−1003)*
—	>2	10,12	1200	1,6	0	0,041	0,226	−0,014	0,028	0	0,836	−0,836	49,2	271	−16,8	33,6	0	45,6	0
											0,038	0							
												Σ =	416,1	2336,8	291,06; 257,74	254,29; 237,63	38,80	106,57	27,7

* Величины при определении суммы $\Sigma P_i \overline{Q}_{x_{3i}}$ и $\Sigma P_i \overline{Q}_{y_{3i}}$ не учитывались.

5) поперечные силы на 1 *м* стороны загруженной площадки при $\theta=0$ [см. п. 10 алгоритма и формулу (605)]

$$Q_{x_{3_1}}=\frac{1}{L}\left(Q_{x_{3\,(9,11)_1}}+\sum_{i\neq 9,11}Q_{x_{3\,i}}\right)=\frac{-1003+106{,}57}{4{,}345}=$$

$$=-206{,}3\ \textit{тс};$$

$$Q_{x_{3_2}}=\frac{1003+106{,}57}{4{,}345}=255{,}4\ \textit{тс};$$

$$Q_{y_{3_1}}=\frac{1}{L}\left(Q_{y_{3\,(9,11)_1}}+\sum_{i\neq 9,11}Q_{y_{3\,i}}\right)=\frac{1003+27{,}7}{4{,}345}=237{,}2\ \textit{тс};$$

$$Q_{y_{3_2}}=\frac{-1003+27{,}7}{4{,}345}=-224{,}5\ \textit{тс}.$$

§ 4. ПРОГРАММА МРП-3 ДЛЯ РАСЧЕТА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ФУНДАМЕНТНЫХ ПЛИТ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ НА ЭВМ М-220М

Программа МРП-3 [97а] составлена по алгоритму, изложенному в § 2 настоящей главы, с использованием табл. 1—68 [39] и табл. 18—25 [97а]. Она написана на языке «Алгол-60» для ЭВМ М-220М.

По этой программе можно рассчитывать прямоугольные фундаментные плиты постоянной жесткости, большой протяженности со свободными краями. Нагрузка на плиту может быть сосредоточенной и равномерно распределенной по прямоугольным площадкам. Моментная нагрузка должна быть заменена парой вертикальных сил или равномерно распределенных нагрузок.

Программа позволяет выполнить расчет плиты с учетом совместной работы с жесткими элементами надфундаментного строения. При этом связь между плитой и жесткими элементами принимается жесткой или податливой (колонны).

Модель основания принята в виде сжимаемого слоя, к которому условно приводится упругое полупространство с корректирующим коэффициентом.

Количество нагрузок (сил) на плиту и заданных точек, в которых требуется определить расчетные величины, не ограничено.

В результате расчета определяются в каждой заданной точке плиты следующие расчетные величины: реактивное давление, осадка, изгибающие, крутящие моменты и поперечные силы. Кроме того, в виде промежуточных результатов выдаются контактные давления, передаваемые жесткими элементами на плиту, и усилия в податливых связях.

Расчет плиты с учетом жестких элементов надфундаментного строения на один вариант нагрузок производится в три этапа:

этап 1: вычисление упругой характеристики плиты;

этап 2: определение нагрузок, передаваемых на плиту жесткими элементами надфундаментного строения;

этап 3: определение расчетных величин в заданных точках плиты.

При необходимости уточнения осадок выполняется этап 4 расчета плиты.

После расчета по каждому из этапов 1 и 2 выдаются на перфокарты результаты, необходимые для выполнения следующего этапа.

При расчете плиты без учета жесткости надфундаментного строения 2-й этап расчета опускается.

Затраты машинного времени по этапам:

этап 1: трансляция программы и решение задачи 5—6 *мин*;

этап 2: трансляция программы 5 *мин*, решение системы уравнений от 15 до 1 часа;

этап 3: трансляция программы 15 *мин*, определение расчетных величин для 6—7 точек плиты от 50—60 сил 1 *мин*.

Для расчета плиты на один вариант нагрузок (50—60 сил) без учета жесткости надфундаментного строения требуется 30—40 *мин* машинного времени. Полный расчет плиты с учетом совместной работы с жесткими элементами надфундаментного строения можно выполнить в течение 1,5 *ч* работы машины.

Область использования программы ограничена плитами большой протяженности, характерной особенностью которых является отсутствие взаимного влияния противолежащих краев плиты. Поэтому размер меньшей стороны плиты должен удовлетворять требованию $b'\geqslant 4\ L$ (L — упругая характеристика плиты).

Второе ограничение связано с толщиной H реального сжимаемого слоя грунта в основании фундаментной плиты, подстилаемого малосжимаемыми породами. Использование программы возможно, если $H\geqslant 3\ L$.

Глава IV. ВОПРОСЫ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ ЖЕСТКОСТИ НАДФУНДАМЕНТНОГО СТРОЕНИЯ НА РАБОТУ ПЛИТЫ

В большинстве случаев считается допустимым рассчитывать плиты, принимая нагрузки, передаваемые отдельными элементами надфундаментного строения, заранее известными. При этом принимается, что жесткость надфундаментного строения не влияет на усилия в плите, и на плиту передается нагрузка, собранная на каждую колонну или стену по грузовым площадям перекрытий.

В действительности надфундаментное строение, обладая конечной или бесконечно большой жесткостью, препятствует изгибу плиты. Поэтому нагрузки, передаваемые плите элементами надфундаментного строения, должны существенно отличаться

от собранных по грузовым площадям перекрытий как по величине, так и по характеру распределения. Фундаментная плита работает совместно с основанием и надфундаментной конструкцией и должна рассчитываться как элемент единой пространственной системы «надфундаментное строение — плита — грунтовое основание».

Определение усилий в фундаментной плите с учетом жесткости надфундаментного строения — чрезвычайно сложная задача. Только в случае большой жесткости надфундаментного строения для нее можно получить достаточно простое и строгое решение. Такое решение, доведенное до практического использования, в виде программы для ЭВМ дано Г. М. Бобрицким [9] и В. Н. Сливнером [126а]. В первой из этих работ для основания плиты принята расчетная схема, подчиняющаяся гипотезе переменного коэффициента постели, а во второй — гипотезе двух коэффициентов постели.

С. А. Ривкин [120] получил удобное для практического использования приближенное решение задачи расчета плиты с учетом жесткости надфундаментного строения путем замены действительной системы «основание — плита — надфундаментное строение», эквивалентной ей по деформативным свойствам пространственной стержневой системой. Деформативные свойства основания описываются предложенной автором трехпараметровой зависимостью. По разработанному методу составлена инструкция и программа для ЭВМ БЭСМ-4.

В настоящей главе на конкретных примерах расчета фундаментных плит показан общий характер изменений в расчетных эпюрах и в нагрузках на плиту, вносимых с учетом жесткости надфундаментного строения. Расчеты выполнены на ЭВМ М-220М по программе МРП-3 [97а]. Эта программа в случае абсолютно жесткого надфундаментного строения дает возможность получить достаточно строгое решение задачи о расчете плиты с учетом жесткости надфундаментного строения.

Для оценки степени влияния жесткости надфундаментного строения на работу фундаментной плиты выполнены два варианта расчета фундаментной плиты сблокированных силосных корпусов по программе МРП-3: без учета жесткости надфундаментного строения на равные нагрузки от подсилосных колонн и с учетом большой жесткости силосных корпусов и податливости подсилосных колонн. План и разрез плиты приведены на рис. 182. Рассматривался случай, когда силосные корпуса нагружены вертикальной симметричной нагрузкой ($P=1000$ *тс*). В расчетах использованы следующие исходные данные:

1) толщина плиты $h=1{,}2$ *м*;

2) модуль упругости бетона плиты $E_1=3150000$ *тс/м*^{2}, колонны $E_п=3\,500\,000$ *тс/м*^{2};

3) коэффициент Пуассона бетона $\nu_1=0{,}17$;

4) толщина сжимаемого слоя $H=13$ *м*;

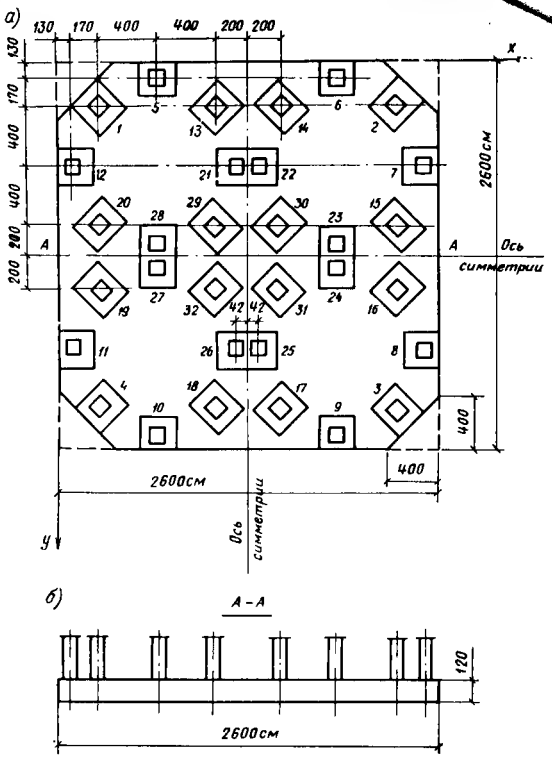


Рис. 182. Фундаментная плита силосных корпусов диаметром 12 *м*

а — план; *б* — разрез по оси симметрии

5) модуль деформации грунта $E_0 = 2000$ *тс/м*²;

6) коэффициент Пуассона грунта $\nu_0 = 0{,}4$;

7) высота подсилосных колонн $h_n = 16{,}5$ *м*;

8) площадь сечения колонн $F_n = 0{,}81$ *м*².

Нумерация колонн дана на плане плиты. Остановимся на особенностях второго варианта расчета фундаментной плиты. Заметим, что большая жесткость надфундаментного строения вносит существенные упрощения в эти расчеты, так как отпадает необходимость определять деформации силосных корпусов.

Симметрично нагруженные сблокированные силосные корпуса при осадках и деформациях плиты перемещаются вертикально как абсолютно твердое тело (углы поворота относительно осей координат равны нулю) и через колонны подсилосного этажа препятствуют свободным деформациям плиты. При большой жесткости на сжатие подсилосных колонн подколонные участки плиты оказываются лежащими в одной плоскости.

При определении усилий в подсилосных колоннах смешанным методом строительной механики колонны рассматриваются как условные стержневые связи между плитой и силосными корпусами. Неизвестные усилия X_n в этих связях находятся путем решения системы канонических уравнений (610), выражающих условия совместности деформаций плиты и силосных корпусов в каждой из контактных точек. Количество уравнений (610) с учетом симметрии плиты, надфундаментного строения и нагрузки равно пяти:

$$\left.\begin{aligned}
&X_1 \sum_{1}^{4} w_{1j} + X_5 \sum_{5}^{12} w_{1j} + X_{13} \sum_{13}^{20} w_{1j} + X_{21} \sum_{21}^{20} w_{1j} + \\
&\qquad + X_{29} \sum_{29}^{32} w_{1j} - \delta = 0; \\
&X_1 \sum_{1}^{4} w_{5j} + X_5 \sum_{5}^{12} w_{5j} + X_{13} \sum_{13}^{20} w_{5j} + X_{21} \sum_{21}^{28} w_{5j} + \\
&\qquad + X_{29} \sum_{29}^{32} w_{5j} - \delta = 0; \\
&X_1 \sum_{1}^{4} w_{13j} + X_5 \sum_{5}^{12} w_{13j} + X_{13} \sum_{13}^{20} w_{13j} + X_{21} \sum_{21}^{20} w_{13j} + \\
&\qquad + X_{29} \sum_{29}^{32} w_{13j} - \delta = 0;
\end{aligned}\right| \quad (610)$$

$$\left.\begin{aligned}
&X_1 \sum_{1}^{4} w_{21j} + X_5 \sum_{5}^{12} w_{21j} + X_{13} \sum_{13}^{20} w_{21j} + X_{21} \sum_{21}^{28} w_{21j} + \\
&\qquad + X_{29} \sum_{29}^{32} w_{21j} - \delta = 0; \\
&X_1 \sum_{1}^{4} w_{29j} + X_5 \sum_{5}^{12} w_{29j} + X_{13} \sum_{13}^{20} w_{29j} + X_{21} \sum_{21}^{28} w_{29j} + \\
&\qquad + X_{29} \sum_{29}^{32} w_{29j} - \delta = 0,
\end{aligned}\right|$$

где X_n — неизвестное усилие в колонне; $n = 1, 5, 13, 21, 29$; w_{ij} — осадка точки i плиты от единичной силы $X_j = 1$; $i = 1, 5, 13, 21, 29$; $j = 1, 2, 3, 4, \ldots, 32$; δ — вертикальное перемещение сблокированных силосных корпусов, являющееся лишним неизвестным в системе уравнений (610).

Недостающее уравнение (611) получается из условия равновесия сблокированных силосных корпусов, отделенных от плиты:

$$\Sigma X_n + P = 0; \quad n = 1, 5, 13, 21, 29. \qquad (611)$$

При расчете фундаментной плиты с учетом деформации сжатия подсилосных колонн к диагональным членам матрицы уравнений (610) добавляется величина, равная

$$w'_{in} = \frac{X_n h_n}{E_n F_n}, \qquad (612)$$

где $n = i$.

Анализ величин усилий в колоннах, найденных в результате двух вариантов расчета, показал (табл. 118), что при втором варианте расчета усилия в колоннах средней части плиты уменьшились (например, в колоннах № 29 в 8 раз), а в крайних колоннах возросли (например, в колоннах № 1 и 5 в 2 раза).

Таблица 118

Усилия в колоннах силосного корпуса

Номер колонн n	Координаты центров колонн в *м*		Усилия в колоннах при расчете плиты в *тс*	
	x_n	y_n	без учета жесткости верхнего строения	с учетом жесткости верхнего строения и податливости колонн
1	3	3	31	56
5	7	1	31	66
13	11	3	31	17
21	13	7	31	12
29	11	11	31	4

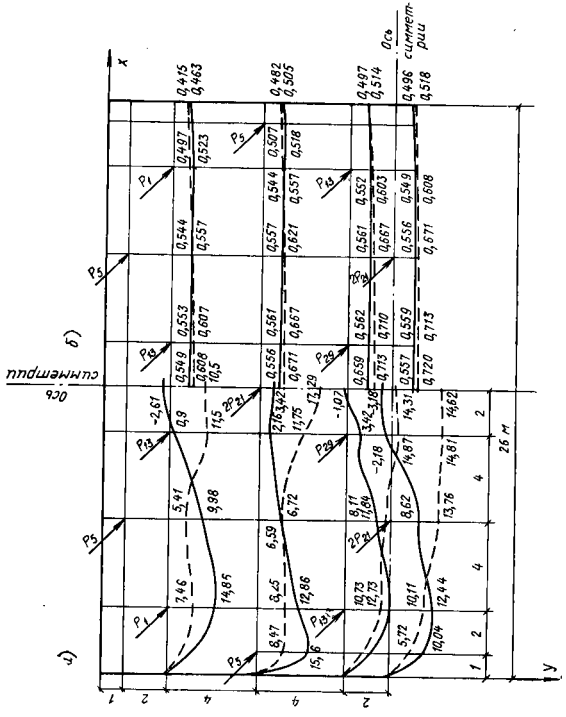


Рис. 183. Расчетные эпюры для плиты, показанной на рис. 182
а — изгибающие моменты M *тс·м*; *б* — осадки Φ, *см* (сплошные эпюры — с учетом жесткости надфундаментного строения; пунктирные — без учета жесткости надфундаментного строения)

Результаты расчета плиты на равные усилия в колоннах и на найденные из решения уравнений (610) и (611) показаны на рис. 183 для $1/4$ части плиты.

Из сопоставления эпюр изгибающих моментов и вертикальных перемещений плиты (рис. 183), полученных с учетом и без учета жесткости надфундаментного строения, видно, что уменьшились осадки в центральной части плиты, а также прогиб плиты и изгибающие моменты в средней, большей части плиты (например, под колонной № 5 в 5 раз). При этом возросли моменты в плите под крайними колоннами (например, под колоннами № 1 в 2 раза).

Таким образом, расчет фундаментной плиты с учетом большой жесткости силосных корпусов и податливости колонн ведет к более экономичным решениям по сравнению с расчетом без учета жесткости надфундаментного строения.

Перераспределение усилий в колоннах необходимо учитывать при расчете подсилосных колонн, а также плиты на продавливание.

В качестве другого примера приводятся результаты расчета на ЭВМ М-220М по программе МРП-3 фундаментной плиты построенного в Москве здания гостиницы «Интурист-1», имеющего связевый каркас с двумя диафрагмами жесткости. Плита (в плане) и передаваемые на нее нагрузки имеют одну ось симметрии. Поэтому на рис. 184 дана схема заданных нагрузок для $1/2$ части плиты. Здесь же показаны принятая система координат и положение диафрагмы жесткости. Исходные данные для расчета плиты приведены в начале шестой части книги. Причем модули деформации грунтов уточнены по результатам наблюдений за осадками этого здания и приняты в соответствии с данными табл. 88. Кроме того, изменился модуль деформации бетона — $E_1 = 3{,}15 \cdot 10^6$ *тс/м²* вместо $E_1 = 2{,}65 \cdot 10^6$ *тс/м²*, так как плита выполнена из бетона более высокой марки (300), чем предполагалось вначале (марки 200).

В расчете принимается, что все элементы связевого каркаса передают на плиту только вертикальную нагрузку. При этом ветровая моментная нагрузка, передаваемая на плиту диафрагмами жесткости, заменяется парами вертикальных сил.

Диафрагмы жесткости, имеющие в плане крестообразное очертание, обладают большой изгибной жесткостью. Поэтому участки плиты под диафрагмами не изгибаются. Точки плиты, контактирующие с диафрагмой жесткости, при всех деформациях плиты лежат в одной плоскости. Таких плоскостей и диафрагм две. Эти плоскости могут сместиться вертикально на величину δ и повернуться вокруг оси, проходящей через центр плиты параллельно оси y, на углы α и $-\alpha$, а вокруг оси, параллельной оси x, на угол β. Предположения о деформациях и перемещениях этих участков плиты согласуются с результатами наб-

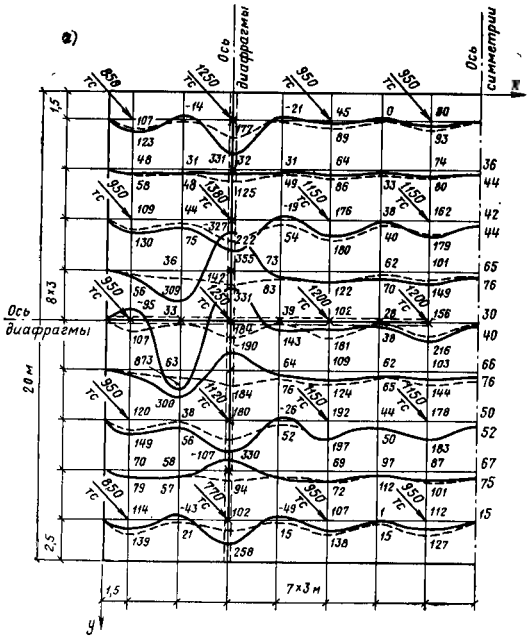
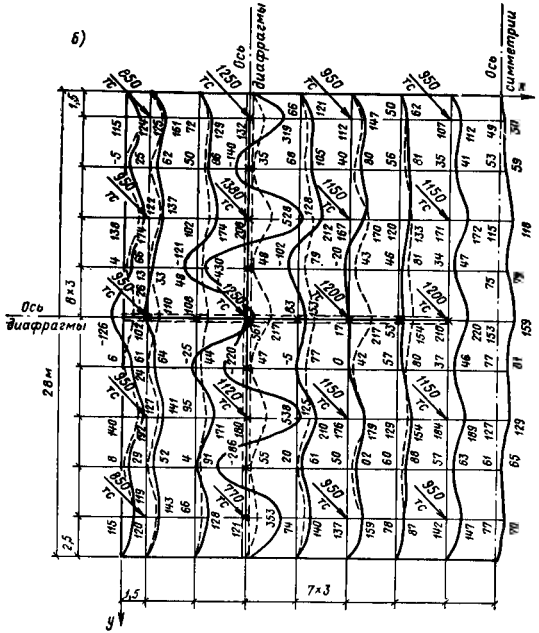


Рис. 184. Результаты расчета фундаментной плиты гостиницы «Интурист» по программе МРП-3
а — изгибающие моменты M_x, *тс·м*,



б — изгибающие моменты M_y, *тс·м*

людений за осадками фундаментной плиты гостиницы «Интурист-1», проводимых НИИОСП.

Вследствие симметричности плиты, надфундаментного строения и заданных нагрузок каждая из диафрагм жесткости передает на плиту давление, распределенное по одинаковому закону. Для нахождения этого закона с использованием смешанного метода строительной механики принимается, что диафрагма жесткости опирается на плиту не по всей контактной плоскости, а только в точках *n*, отмеченных на рис. 184 крестиками. Эти точки находятся на пересечениях осей диафрагмы с осями колонны и серединами пролетных зон плиты. Контактные точки рассматриваются как центры прямоугольных участков, на которые условно разбивается контактная поверхность плиты. Поэтому в каждой контактной точке *i* к плите прикладывается неизвестная сила X_j, являющаяся равнодействующей контактного давления, действующего на поверхность прямоугольного участка плиты. Неизвестные силы X_j определяются путем решения системы канонических уравнений (613), выражающих условия совместности деформаций плиты и диафрагмы жесткости здания в каждой из *n* контактных точек.

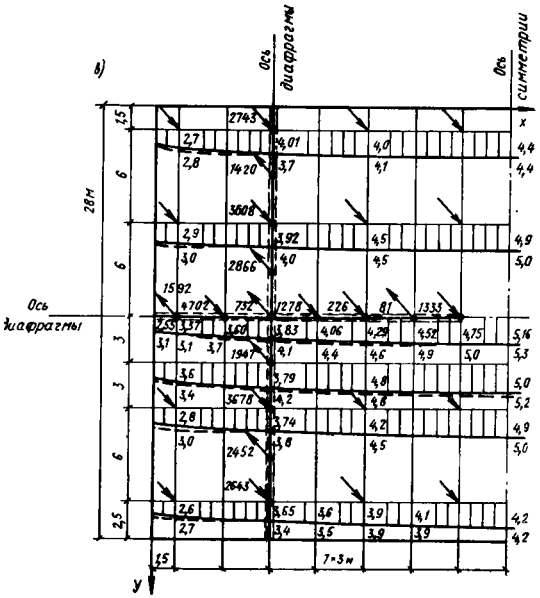


Рис. 184. Результаты расчета фундаментной плиты гостиницы «Интурист» по программе МРП-3

а — осадки *w* (сплошные эпюры — с учетом влияния диафрагм жесткости, пунктирные — без учета влияния диафрагм жесткости)

К поверхности плиты в месте ее контакта со второй диафрагмой прикладываются неизвестные силы, соответственно равные силам X_j, приложенным в точках контакта плиты с первой диафрагмой:

$$\left.\begin{aligned} &w_{11} X_1 + w_{12} X_2 + \ldots + w_{1j} X_j + \ldots + w_{1n} X_n - \\ &- (x_1 - x_d)\ \alpha - (y_1 - y_d)\ \beta - \delta + \sum_k w_{1k} P_k = 0; \\ &w_{21} X_1 + w_{22} X_2 + \ldots + w_{2j} X_j + \ldots + w_{2n} X_n - \\ &- (x_2 - x_d)\ \alpha - (y_2 - y_d)\ \beta - \delta + \sum_k w_{2k} P_k = 0; \end{aligned}\right\} \quad (613)$$

$$\left.\begin{aligned} &w_{i1} X_1 + w_{i2} X_2 + \ldots + w_{ij} X_j + \ldots + w_{in} X_n - \\ &- (x_i - x_d)\ \alpha - (y_i - y_d)\ \beta - \delta + \sum_k w_{ik} P_k = 0; \\ &w_{n1} X_1 + w_{n2} X_2 + \ldots + w_{nj} X_j + \ldots + w_{nn} X_n - \\ &- (x_n - x_d)\ \alpha - (y_n - y_d)\ \beta - \delta + \sum_k w_{nk} P_k = 0. \end{aligned}\right\} \quad (613)$$

В уравнениях (613)

$$w_{ij} = w'_{ij} + w''_{ij},$$

где w'_{ij} — осадка точки i плиты от единичной силы $X_j = 1$, приложенной на участке плиты, контактирующем с первой диафрагмой; w''_{ij} — то же, от единичной силы, $X_j = 1$, приложенной на участке плиты, контактирующем со второй диафрагмой; w_{ik} — осадка точки i плиты от силы $P_k = 1$; α — угол наклона поверхности контакта плиты и диафрагмы жесткости к оси симметрии, параллельной меньшей стороне плиты; β — то же, параллельной большей стороне плиты; δ — осадка поверхности контакта плиты и диафрагмы жесткости; X_j — неизвестные вертикальные силы, заменяющие действие диафрагмы на плиту; P_k — заданные нагрузки (силы) на колонны каркаса; x_i, y_i — координаты контактных точек плиты; x_d, y_d — то же, центра плиты.

Количество уравнений (613) равно количеству контактных точек или неизвестных сил X_j, поэтому величины α, β и δ являются лишними неизвестными системы. Дополнительные уравнения для их определения получаются из условий равновесия диафрагмы жесткости, отделенной от плиты:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_j (x_j - x_d)\ X_j \quad (x_P - x_d)\ P = 0; \\ &\sum_j (y_j - y_d)\ X_j - (y_P - y_d)\ P = 0; \\ &\sum_j X_j - P = 0, \end{aligned}\right\} \quad (614)$$

где P — равнодействующая заданных вертикальных нагрузок (сил), приложенных к диафрагме жесткости; x_j, y_j — координаты точек приложения неизвестных сил X_j, x_P, y_P — то же j равнодействующей заданных сил.

На рис. 184, *а* приведены величины и схема расположения заданных нагрузок на колонны и диафрагмы жесткости. На рис. 184, *б* показаны найденные равнодействующие контактных давлений, передаваемых на плиту диафрагмой жесткости. Эпюры изгибающих моментов и осадок, полученных при расчете плиты с учетом и без учета влияния диафрагм жесткости здания, показаны для $^1/_2$ части плиты на рис. 184. На эпюре осадок верхний

ряд цифр соответствует осадкам сечения плиты, найденным с учетом совместной работы плиты и диафрагм жесткости здания.

Анализ построенных эпюр показал увеличение изгибающих моментов в плите под диафрагмами жесткости и в близлежащих зонах, а также уменьшение осадок и деформаций плиты за счет участков большей жесткости.

Увеличение изгибающих моментов в областях плиты, примыкающих к диафрагмам жесткости, необходимо учитывать при ее армировании, хотя основную часть усилий воспринимает сама диафрагма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов В. М. Проблема контакта упругой полуплоскости с абсолютно жестким штампом при учете сил трения. Доклады Академии наук СССР, т XVII, № 4, 1937.

2. Абрамов В. М. Исследование случая несимметричного давления штампа круглого сечения на упругое полупространство. Доклады Академии наук СССР, т. XXIII, № 8, 1939.

3. Агишев И. А. Зависимость между пористостью и модулем деформации, установленная полевыми испытаниями глинистых грунтов. Научно-технический бюллетень «Основания и фундаменты», № 20. Госстройиздат, 1957.

4. Бабков В. Ф., Генбург-Гейбович А. В. Основы грунтоведения и механики грунтов. Изд. 2-е. «Высшая школа», 1964.

5. Баркан Д Д. Динамика оснований и фундаментов. Машстройиздат, 1948

6. Берг Б. А. Об одном обобщении формул Фламана и Буссинеска. Инженерный сборник АН СССР, т. IV, вып. 1, 1947.

7. Березанцев В. Г. Расчет прочности оснований сооружений. Госстройиздат, 1960.

8. Березанцев В. Г. Расчет осадок фундаментов глубокого заложения на глинистых основаниях. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1965, № 3.

9. Бобрицкий Г. М. Численный метод расчета фундаментных плит на неоднородном сжимаемом основании. НИИСК Госстроя СССР, Киев, 1970.

10. Болотин В. В. Об упругих деформациях подземных трубопроводов, прокладываемых в статистически неоднородном грунте. «Строительная механика и расчет сооружений», 1965, № 1.

11. Брайт П. И. Геодезические методы измерения деформаций оснований и сооружений. «Недра», 1965.

12. Булычев В. Г. Теория газонасыщенных грунтов. Стройвоенмориздат, 1948.

13. Власов В. З. Строительная механика тонкостенных пространственных систем. Госстройиздат, 1949.

13а. Власов В. З., Леонтьев Н. Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. Госстройиздат, 1960.

14. Воробьев В Л., Попов Г. Я. Изгиб полубесконечной плиты, лежащей на линейно-деформируемом основании. «Прикладная математика и механика», т. 25, вып. 2, 1961.

14а. Воробьев В. Л, Попов Г. Я. К точному расчету полубесконечной балки, лежащей на упругой полуплоскости. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1972, № 1.

15. Вроиский А. В. Оценка напряженного состояния зданий, возводимых на основаниях с неравномерной сжимаемостью в плане. Труды V конференции молодых научных работников, НИИ оснований. Стройиздат, 1970.

16. Галеркин Б. Г. Напряженное состояние при изгибе прямоугольной плиты по теории толстых плит и теории тонких плит. Труды Ленинградского института сооружений, вып. 2, 1935.

17. Галин Л. А. О гипотезе Циммермана — Винклера для балок. «Прикладная математика и механика», т. VII, вып. 4, 1943.

18. Герсеванов Н. М. Основы динамики грунтовой массы. Изд. 1, 2, 3. Госстройиздат, 1933—1937.

19. Герсеванов Н. М. Функциональные прерыватели и их применение в строительной механике. Сб. ВИОС № 2. Госстройиздат, 1934.

20. Герсеванов Н. М., Мачерет Я. А. К вопросу о бесконечно длинной балке на упругой почве, напруженной силой. «Гидротехническое строительство», 1935, № 10; Сб. трудов фундаментстроя № 8, Госстройиздат, 1937.

21. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов. Госстройиздат, 1948.

22. Гильман Л. С. К вопросу об определении напряжений на поверхности упругой среды. Труды ЛИИПС, вып. 1, 1934.

23. Горбунов-Посадов М. И. Точный расчет фундаментов из перекрестных лент. «Проект и стандарт», 1935, № 5.

24. Горбунов-Посадов М. И. Расчет балки на упругом основании в условиях плоской задачи теории упругости. Сб. трудов НИС Фундаментстроя № 8, 1937.

25. Горбунов-Посадов М. И. Таблицы для расчета балок на упругом основании. Госстройиздат, 1939.

26. Горбунов-Посадов М. И. Балки и прямоугольные плиты, лежащие на основании, принимаемом за упругое полупространство. Доклады Академии наук СССР, т. XXIV, № 5, 1939.

27. Горбунов-Посадов М. И. Расчет балок и плит на упругом полупространстве. «Прикладная математика и механика», т. IV, вып. 3, 1940.

28. Горбунов-Посадов М. И. Осадки и давления под жесткими прямоугольными фундаментными плитами. «Строительная промышленность», 1940, № 8.

29. Горбунов-Посадов М. И. Плиты на упругом основании. Госстройиздат, 1941.

30. Горбунов-Посадов М. И. Осадки фундаментов на слое грунта, подстилаемом скальным основанием. Госстройиздат, 1946.

31. Горбунов-Посадов М. И. Таблицы для расчета железобетонных ленточных фундаментов. Госстройиздат, 1946

32. Горбунов-Посадов М. И. Расчет центрально нагруженной квадратной фундаментной плиты. «Инженерный сборник» АН СССР, т. III, вып. 1, 1946.

33. Горбунов-Посадов М. И. Деформации поверхности грунта от действия любой нагрузки, непрерывно распределенной по прямоугольной площадке. Сб. трудов № 11 НИИ Министерства строительства предприятий машиностроения. Машстройиздат, 1948.

34. Горбунов-Посадов М. И. Пластические деформации в грунте под жестким фундаментом. Сб трудов № 13 НИИ оснований и фундаментов Машстройиздат, 1949.

35. Горбунов-Посадов М. И. Балки и плиты на упругом основании Машстройиздат, 1949.

36. Горбунов-Посадов М. И. Кручение балок на упругом полупространстве. «Инженерный сборник» АН СССР, т. X, 1951.

37. Горбунов-Посадов М. И., Шехтер О. Я., Кофман В. А. Давление грунта на жесткий заглубленный фундамент и свободные деформации котлована. Труды НИИ оснований и фундаментов, № 24, Госстройиздат, 1954.

38. Горбунов-Посадов М. И. Узловые вопросы расчета конструкций на упругом основании. Сб. трудов МИСИ им. В. В. Куйбышева № 14. Госстройиздат, 1956.

39. Горбунов-Посадов М. И. Расчет тонких фундаментных плит при нагрузке, приложенной вблизи края. «Строительная механика и расчет сооружений», 1959, № 4.

40. Горбунов-Посадов М. И. Таблицы для расчета тонких плит на упругом основании. Госстройиздат, 1959.

40а. Горбунов-Посадов М. И. Устойчивость фундаментов на песчаном основании Госстройиздат, 1962.

41. Горбунов-Посадов М. И. О путях развития теории расчета конструкций на упругом основании. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1963, № 1.

42. Горбунов-Посадов М. И. Поправка к формуле для определения перемещений упругой полуплоскости. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1964, № 2.

43. Горбунов-Посадов М. И. Современное состояние научных основ фундаментостроения. «Наука», 1967.

44. Горбунов-Посадов М. И., Огранович А. Б., Репников Л. Н. Расчет конструкций, внедряемых в грунт, с учетом разрыва сплошности основания. Труды к VII Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению. Стройиздат, 1969.

45. Горбунов-Посадов М. И. Метод решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1971, № 2.

46. Горбунов-Посадов М. И., Маликова Т. А. Современное состояние расчета сплошных фундаментных плит. «Основания, фундаменты и механика грунтов». Материалы III Всесоюзного совещания. «Будівельник», 1971.

47. Горбунов-Посадов М. И. Решение задачи о сосредоточенной силе, приложенной к границе полуплоскости, при условии затухания перемещений на бесконечности. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1972, № 2.

47а. Горбунов-Посадов М. И. Письмо в редакцию. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1972, № 4.

48. Горлов А. М., Серебряный Р. В., Игнатов В. П., Фаянс Б. Л. Расчет прямоугольных плит на упругом основании на ЭВМ БЭСМ-2М. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1967, № 1.

49. Горлов А. М., Игнатов В. П., Серебряный Р. В., Фаянс Б. Л. Программа автоматического проектирования плит на упругом основании (АРАП-1). Библиотека программ для ЭЦВМ БЭСМ-2М, вып. VIа. Гипротис, 1967.

60. Горлов А. М., Тыльман Д. М., Серебряный Р. В. Программа автоматического расчета плит на упругом основании (АРАП-1М). Библиотека программ для ЭЦВМ «Минск-22», вып. VI. Гипротис, 1967.

51. Горлов А. М., Серебряный Р. В. Автоматизированный расчет прямоугольных плит на упругом основании. Госстройиздат, 1968.

52. Гудушаури И. И. Расчет фундаментных полос на действие симметричных и обратносимметричных нагрузок с учетом касательных напряжений на поверхности контакта. «Известия АН СССР». «Механика и машиностроение», 1960, № 5.

53. Давыдов С. С. Расчет и проектирование подземных сооружений. Стройиздат, 1950

53а. Давыдов С. С. Расчет фундаментных плит на смешанном основании. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1970, № 4.

54. Дидов Б. В. Разработка метода расчета плиты на упругом основании по Циммерману. Сб. лаборатории оснований и фундаментов ВОДГЕО, № 9. Госстройиздат, 1938.

55. Дизняк А. Н. Круглая плита на упругом основании. Известия Киевского политехнического института, 1910.

56. Дутов Г. Д. О расчете балок на упругом основании. Изд. «Кубуч», Л., 1929.

57. Егоров К. Е. Распределение напряжений в основании жесткого ленточного фундамента. Сб. трудов лаборатории оснований и фундаментов ВОДГЕО, № 9. Госстройиздат, 1938.

58. Егоров К. Е. Коэффициент неравномерного сжатия для круглого фундамента. «Строительная промышленность», 1940, № 6.

59. Егоров К. Е. Методы расчета конечных осадок фундаментов. Сб. трудов НИИ оснований и фундаментов, № 13 Машстройиздат, 1949.

60. Егоров К. Е. Осадки фундаментов высотных зданий. Сб. трудов НИИ-100, № 24. Госстройиздат, 1954.

61. Егоров К. Е. Фактические осадки высотных зданий и сравнение их

с расчетными. Материалы к IV Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению. Изд-во АН СССР, 1957.

62. Егоров К. Е. К вопросу деформаций оснований конечной толщины. Сб. трудов НИИ оснований, № 34. Госстройиздат, 1958.

63. Егоров К. Е. Изучение послойной деформации оснований дымовой трубы. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1959, № 4.

64. Егоров К. Е. О деформации основания конечной толщины. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1961, № 1.

65. Егоров К. Е. Расчет оснований под круглой фундаментной плитой конечной жесткости. Труды к VII Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению. Стройиздат, 1969.

66. Егоров К. Е., Попова О. В. Осадки фундаментов сооружений башенного типа. Труды III Всесоюзного совещания по основаниям, фундаментам и механике грунтов. Киев, 1971.

67. Жемочкин Б. Н. Плоская задача расчета бесконечно длинной балки на упругом основании. Расчет балок на упругом полупространстве и полуплоскости. ВИА, 1937.

68. Жемочкин Б. Н. Расчет круглых плит на упругом основании на симметричную нагрузку. ВИА, 1938.

69. Жемочкин Б. Н., Синицын А. П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. Госстройиздат, 1-е изд. 1947; 2-е изд. 1962.

70. Жемочкин Б. Н. Расчет упругой заделки стержня. Госстройиздат, 1948.

71. Игнатов В. Л. Расчет прямоугольной плиты на статистически неоднородном основании. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1970, № 4.

72. Игнатова О. И. Корректировка значений модулей деформации глинистых грунтов пластичной консистенции, определенных на компрессионных приборах. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1968, № 2.

73. Ишкова А. Г. Точное решение задачи об изгибе круглой пластинки на упругом полупространстве под действием симметричной равномерно распределенной нагрузки. Доклады Академии наук СССР, т. VI, № 2, 1947.

74. Ишкова А. Г., Коренев Б. Г. Изгиб пластинок на упругом и упругопластическом основании. Труды II Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. «Механика твердого тела». АН СССР, «Наука», 1966.

75. Канторович Л. В., Крылов В. И. Методы приближенного решения уравнений в частных производных. ГИТЛ, 1950.

76. Кяселев В. А. Балки и рамы на упругом основании. Госстройиздат, 1936.

77. Клейн Г. К. Учет неоднородности, разрывности деформаций и других механических свойств грунта при расчете сооружений на сплошном основании. Сб. трудов МИСИ им. В. В. Куйбышева 1956.

77а. Клейн Г. К., Скуратов Л. Ф. Расчет балок на нелинейно-деформируемом основании. Строительная механика. Стройиздат, 1966.

78. Клепиков С. Н. Расчет конструкций на упругом основании. «Будівельник», Киев, 1967.

79 Клепиков С. Н. К проблеме учета совместной работы оснований и сооружений. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1967, № 1.

80. Клубин П. И. Расчет балочных плит на упругом основании. Сб. научно-исследовательских работ УВМУЗ, № 13, 1950.

81. Коренев Б. Г. Приложение функций Грина к расчету конструкций на упругом основании. Труды ДИСИ, № 4. Днепропетровск, 1936.

82 Коренев Б. Г. О расчете круглой пластины на упругом основании. Труды ДИСИ, № 29, 1940.

83. Коренев Б. Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании. Госстройиздат, 1954.

84. Коренев Б. Г. Конструкции, лежащие на упругом основании. «Строительная механика в СССР — 1917—1967 гг.». Госстройиздат, 1957.

85. Коренев Б. Г., Черниговская Е. И. Расчет плит на упругом основании, Стройиздат, 1962.

86. Корневиц Э. Ф., Эндер Г. В. Формулы для расчета балок на упругом основании. Госстройиздат, 1932.

87. Короткин В. Г. Объемная задача для упругоизотропного полупространства. Сб. Гидроэнергопроекта, № 4, 1938.

88. Косицын Б. А. Расчет крупнопанельных зданий на неравномерные осадки оснований. Сб. «Статистические расчеты крупнопанельных зданий». Госстройиздат, 1963.

89. Крашенинникова Г. В. Расчет балок на упругом основании конечной глубины. «Энергетика», М. — Л., 1964.

90. Криворотов А. П. Экспериментальное исследование распределения нормальных давлений по контакту штампа с песчаным основанием. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1963, № 2.

91. Крылов А. Н. О расчете балок, лежащих на сплошном упругом основании. Изд-во АН СССР, 1930.

92. Кузнецов В. И. Вопросы статического расчета верхнего строения пути. Трансжелдориздат, 1940.

93. Лишак В. И. Напряженное состояние и деформации крупнопанельных зданий до начала подработок. Сб. «Вопросы проектирования и защиты зданий и сооружений от влияния горных выработок». Центрогипрошахт, 1961.

94. Маликова Т. А. Расчет прямоугольных плит большой протяженности на ЭВМ. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1968, № 4.

95. Маликова Т. А. Приложение к «Рекомендациям по методам расчета фундаментных плит на сжимаемом основании конечной толщины» (Программа МРП-1 для расчета на ЭВМ «Урал-4» прямоугольных фундаментных плит). НИИ оснований и подземных сооружений, 1968.

96. Маликова Т. А. Расчет бесконечных и полубесконечных полос на сжимаемом основании конечной толщины. Сб. трудов НИИ оснований и подземных сооружений, № 59. Стройиздат, 1970.

96а. Маликова Т. А., Ткачёв Ю. К. Методы расчета прямоугольных фундаментных плит большой протяженности на сжимаемом основании конечной толщины и границы их применимости. Сб трудов НИИ оснований и подземных сооружений, № 60. Стройиздат, 1970.

97. Маликова Т А. Осадки плитных и коробчатых фундаментов многоэтажных зданий. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1972, № 1.

97а. Маликова Т. А., Бухтоярова А. А. Программа МРП-3, алгоритм и инструкция для расчета на ЭВМ М-220М фундаментных плит. НИИ ОСП Госстроя СССР, М, 1972

98. Манвелов Л. Н, Барташевич Э. С. О выборе расчетной модели упругого основания. «Строительная механика и расчет сооружений», 1961, № 4.

99. Мещеряков Ю. М. Перечень опубликованных в Советском Союзе работ по расчету плит и балок на сжимаемом основании (обзор за 1917—1967 гг.) НИИ оснований и подземных сооружений. 1967.

100. Миндлин Р., Чень Д. Сосредоточенная сила в упругом полупространстве. Механика. Сб. сокращенных переводов иностранной периодической литературы, № 4 (14), ИЛ, 1952.

101. Михеев В. В. Расчет балки-стенки на упругом основании. Основания и фундаменты. Научно-технический бюллетень НИИ оснований и подземных сооружений № 18—19. Госстройиздат, 1957.

102. Мурзенко Ю. П. Результаты экспериментальных исследований характера распределения нормальных контактных напряжений по подошве жестких фундаментов на песчаном основании. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1965, № 2.

103. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. 5-е. «Наука», 1966.

104. Огранович А. Б., Горбунов-Посадов М. И. Расчет фунда-

ментной стенки на горизонтальную нагрузку с учетом разрыва сплошности основания. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1966, № 3.
104а. Огранович А. Б. Расчет гибкой фундаментной стенки на горизонтальную нагрузку с учетом разрыва сплошности основания. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1966, № 3.
105. Палатников Е. А. Расчет железобетонных плит покрытий аэродромов. Оборонгиз, 1961.
106. Палатников Е. А. Прямоугольные плиты на упругом основании. Стройиздат, 1964.
107. Палатников Е. А. Программа расчета на ЭЦВМ «Минск-22» изотропных плит на упругом основании. Труды Гипрониавиапрома, вып. 3, 1968.
108. Палатников Е. А. Программа расчета на ЭЦВМ «Минск-22» обычно армированных железобетонных плит на упругом основании.. Труды Гипрониавиапрома, вып. 3, 1968.
109. Пастернак П. Л. Комплексные конструкции. Госстройиздат, 1948.
110. Пастернак П. Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. Госстройиздат, 1964.
111. Польшин Д. Е. Опытные определения модуля сжимаемости основания Статья в книге [25].
112. Попов Г. Я. Изгиб полубесконечной плиты, лежащей на линейно-деформируемом основании. «Прикладная математика и механика», т. 25, вып. 2, 1961.
113. Проктор Г. Э. Об изгибе балок, лежащих на сплошном упругом основании без гипотезы Винклера — Циммермана. Дипломная работа в Петроградском технологическом институте, 1922.
114. Пузыревский Н. Н. Расчеты фундаментов. ЛНИП, 1923.
115. Рабинович И. М. Курс строительной механики стержневых систем, часть II, изд. 2-е. Госстройиздат, 1954.
116. Рахимов С., Репников Л. Н. Метод определения деформационных характеристик упругого основания, совмещающего упругое полупространство и основание Винклера. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1971, № 4.
117. Репников Л. Н. Расчет балок на упругом основании, объединяющем деформативные свойства основания Винклера и линейно-деформируемой среды. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1967, № 6.
118. Репников Л. Н., Горбунов-Посадов М. И. Расчет плоской анкерной плиты, работающей в стадии уплотнения грунта. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1969, № 5.
119. Ривкин С. А. Расчет фундаментов. «Будівельник», Киев, 1967
120. Ривкин С. А. Расчет фундаментов с учетом работы надфундаментных конструкций и неупругих деформаций грунта и железобетона. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1969, № 6.
121. Руководство по проектированию железобетонных конструкций. НИИЖБ. Стройиздат, 1968.
122. Самарин И. К., Крашенинникова Г. В. О расчете балок на сжимаемом слое. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1960, № 2.
123. Самарин И. К. О сжимаемой толще оснований гидротехнических сооружений по данным натурных наблюдений за осадками. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1962, № 6.
124. Сергеев Д. Д. О деформативности крупнопанельных зданий. Сб. «Вопросы проектирования и защиты зданий и сооружений от влияния горных выработок». Центрогипрошахт, 1961.
125. Серебряный Р. В. Расчет тонких шарнирно-соединенных плит на упругом основании. Госстройиздат, 1962.
126. Сливнер В. Н. Расчет плит по гипотезе двух коэффициентов постели. Библиотека программ для ЭВМ БЭСМ-2М, вып. 1-74 Гипротис, 1967.

126а. Сливкер В. Н. Экспериментальная проверка и доводка программы по расчету фундаментных плит с учетом жесткости наземного строения, вып. РМ-24-209. Ленпромстройпроект, 1970.
127. Снитко Н. К. Теория расчета балок на упругом основании. ВТА РККА, 1937.
128. Соболев Д. Н. Практический метод определения расчетных усилий в крупнопанельных зданиях на неоднородных основаниях. Сб. «Статистические» расчеты крупнопанельных зданий». Стройиздат, 1963.
129. Соболев Д. Н. К расчету балочных конструкций, лежащих на статически неоднородном основании. «Строительная механика и расчет сооружений», 1965, № 1.
130. Соболев Д. Н., Шейнин В. Н., Фаянс Б. Л. К расчету плит на статически неоднородном основании. «Строительная механика и расчет сооружений», 1968, № 2.
131. Соломин В. И. К расчету фундаментных плит при нагрузке, приложенной вблизи угла. «Строительная механика и расчет сооружений», 1963, № 2.
131а. Соломин В. И., Широков В. Н., Комаров Э. А. Расчет прямоугольных плит, опирающихся на упругий слой конечной мощности. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1968, № 4.
132. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды, изд. 3-е. ГИФМЛ, 1960.
133. Соколовский В. В. О приближенном приеме в статике сыпучей среды. «Прикладная математика и механика», т. XVI, вып. 2, 1952.
134. Строительные нормы и правила. Основания зданий и сооружений (СНиП II-Б.1-62). Госстройиздат, 1962.
135. Строительные нормы и правила. Бетонные и железобетонные конструкции (СНиП II-В.1-62). Госстройиздат, 1962.
136. Строительные нормы и правила. Основания гидротехнических сооружений (СНиП II-Б.3-62). Госстройиздат, 1962.
137. Тимошенко С. П. Теория упругости. Изд. 2-е. ОНТИ, 1937.
138. Токарь Р. А. Учет бытового давления при расчете оснований глубокого заложения. «Гидротехническое строительство», 1962, № 8.
139. Труды координационных совещаний по гидротехнике, вып. 111 — «Совещание по вопросам экспериментальных исследований напряжений в подошве жестких сооружений на мягких грунтах». Госэнергоиздат, 1962.
140. Уманский А. А. О расчете балок на упругом основании. Госстройиздат, 1938.
141. Фаянс Б. Л. Расчет прямоугольных плит на основании с переменным коэффициентом постели. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1967, № 2.
142. Федулова-Локкенберг Л. К. Расчет сооружений на упругом основании, подстилаемом скалой, в разрезе плоской задачи. Труды Московского института инженеров городского строительства, № 8, 1958.
143. Филоненко-Бородович М. М. Простейшая модель упругого основания, способная распределять нагрузку. Сб. трудов МЭМИИТ, вып. 53, 1945.
144. Флорин В. А. Определение реакций полуплоскости посредством применения строки Маклорена. Сб. Гидроэнергопроекта, вып. 2, 1937.
145. Флорин В. А. К расчету сооружений на слабых грунтах. Сб. Гидроэнергопроекта, вып. 1, 1936, вып. 2, 1937.
146. Флорин В. А. Основы механики грунтов, т. I. Госстройиздат.
147. Фотиева Н. Н., Лыткин В. А. К расчету анкерных плит глубокого заложения. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1959, № 5.
148. Фрелих О. К. Распределение давлений в грунте. Изд-во Наркомзем РСФСР, 1938.
149. Цытович Н. А. Механика грунтов. Изд. 4-е. Стройиздат, 1963.
150. Цытович Н. А. О методах расчета балок на сжимаемом основании. Труды МИСИ им. В. В. Куйбышева, № 14, 1956.

151. Черкасов И. И. Механические свойства оснований, Автотрансиздат, 1958.

152. Черкасов И. И., Михеев В. В., Петрухин В. П., Пакулин В. А., Спарский А. С., Шварев В. В. Влияние силы тяжести на механические свойства грунтов. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1970, № 1.

153. Шагин П. П. Прочность и устойчивость бескаркасных жилых зданий из сборных элементов на сильно и неравномерно сжимаемых грунтах. Госстройиздат, 1961.

154. Шапиро Г. С. Изгиб полубесконечной плиты, лежащей на упругом основании. «Прикладная математика и механика», т. VII, вып. 4, 1943.

155. Шехтер О. Я., Винокурова А. В. Расчет плиты на упругом основании, ОНТИ, 1936.

156. Шехтер О. Я. Об определении осадок в грунтах с подстилающим слоем под фундаментом. «Гидротехническое строительство», 1937, № 10.

157. Шехтер О. Я. О влиянии мощности слоя на распределение напряжений в фундаментной балке. Сб. трудов НИС треста глубинных работ, № 10. Госстройиздат, 1939.

158. Шехтер О. Я. Расчет бесконечной плиты, лежащей на упругом основании конечной и бесконечной мощности и напруженной сосредоточенной силой. Сб. трудов НИИ Фундаментстроя, № 10. Госстройиздат, 1939.

159. Шехтер О. Я. К расчету фундаментных плит на упругом слое грунта конечной мощности. Сб. трудов НИИ Министерства строительства военных и военно-морских предприятий, № 11. Стройвоенмориздат, 1948.

160. Шехтер О. Я. К расчету заглубленного жесткого фундамента. Сб. НИИ оснований и фундаментов, № 30. Госстройиздат.

161. Шехтер О. Я. Вычисление перемещений и напряжений на границах четверти плоскости при действии сосредоточенных сил нормальных и касательных к границе. Сб. трудов НИИ оснований, № 49. Госстройиздат, 1962.

162. Шехтер О. Я. Сосредоточенная сила, приложенная внутри упругого клина. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1965, № 1.

163. Широков В. Н., Соломин В. И., Малышев М. В., Зарецкий Ю. К. Напряженное состояние и перемещения весомого нелинейно-деформируемого полупространства под круглым жестким штампом. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1970, № 1.

164. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости. Гостехиздат, 1949.

165. Штаерман И. Я. Распределение давления под фундаментом при наличии пластической зоны. Сб. трудов МИСИ им. В. В. Куйбышева, № 14, 1956.

166. Biot M. A. Effet de certaines discontinuités de sou-sol sur la répartition des pressions dues á une charge. «Travaux», № 41, 1936.

167. Biot M. Bending of Infinite Beam on Elastic Foundation. Journal of Applied Mechanics, vol. 4, № 11, 1937.

168. Borovicka H. Influence of Ridgity of a Circular Foundation Slad over the Contact Surface. 2 Proceeding of the International Conference on Soil Mechanics, vol. 2, 1936.

169. Borovicka H. Druckverteilung ünter elastischen Platten. «Ingenieur Archiv», B. X, H. 2, 1939.

170. De Beer E. E. Calcule de Poutres reposant sur le sol. Annales de Travaut Publics de Belgiqe. June, Aug. 1948, Oct., Dec. 1952.

171. De Beer E. E., Krsmanovic D. Calcul de Poutre reposant sur de sol. Ann. Trav. Publ. Belgique, Dec. 1951, Febr. 1952.

172. Douglas D. J., Davis E. H. The movment of buried footings due to moment and horisontal load and the movment ancher plattes. «Geotechnique», 1964, 14, № 2.

173. Evdokimov P. D., Chiriaev R. A., Lipovetskaya T. F. Repartition des contraintes sur la surface de conlact entre l'ovrage en beton et sa foundation nonroucheuse. International Symposium on civil engineering structures resting on soil and rocks», vol. 1, Sarajevo, 1969.

174. Gorbunov-Possadov M. I., Serebrjanyi R. V. Design of structures on elastic foundation. Proceedings of the Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Paris, 1961.

175. Gorbunov-Possadov M. I., Malikova T. A. Practical questions in the calculation of solid foundation plates. International Symposium. On civil engineering structures resting on soil and rocks», vol. 11, Sarajevo, Yugoslavia, 1969.

176. Graszhoff H. Ein einfaches Naherungverfahren fur Berechnung elastisch gehelttetes Balken. Die Bautechnik, June u August, 1951.

177. Helfers B. G., Orrje O. Centrically loaded infinite stripe on a single-layer elastic foundation. International Symposium «On civil engineering structures resting on soil and rocks», Sarajevo, Yugoslavia, 1969.

178. Hetenyi M. Beams on an elastic foundation. Oxford University Press, 1946.

179. Kany M. Berechnung von Flachen grundungen. Berlin, 1959, 1972.

180. Krsmanović D. Free Foundation Beams with two Support. Proc. 5-th Internat. Conf. Soil Mech. a. Found. Engng. vol. 1, Paris, 1961.

180a. Krsmanović D. Foundation beams on homogeneous anb isotropic soils. Societe Savante de la R. S. de Bosnie-Herzegovine, Saraevo, Yugoslavia, 1965.

181. Marguerre K. Spannungsverteilung und Wellenausbreitung in der dicken Platte. «Ingenieur Archiv», B. W., 1933.

182. Mefan E. Der Spannungszustanb der durch eine Einzalkraft im innern bespruchten Halfscheibe. Zeitschrift für angewandte Mathematik and Mechanik, B., vol. 2, H. 6, 1932.

183. Ohde J. Die Berechnung der Soffdruckverteilung unter Gründungskörpern. Bauingenieur, Heft 1416, s. 99, H. 17/18, s. 122, 1942.

184. Pasternak P. Die baustatische Theorie biegefester Balken und Platten auf elastischen Bettung. «Beton und Eisen», 1926, H. 9, 10.

185. Popov B. P. Succesive approximations for beams on elastic foundation. Proc. A. S. C. E., vol. 76. № 18, May. 1950.

186. Schleicher F. Kreisplatten auf elastischen Unterlage. Berlin, 1926.

187. Schleicher F. Zur Theorie des Baugrundes. «Bauingenieur», H. 48/49, 1926.

188. Schultze E. Distribution of stress beneath a rigid foundation. Proc. 5-th Internat. Conf. Soil Mechan. a. Found. Engn., vol. 1, Paris, 1961.

189. Schultze E. Field methods to determine soil deformability unter static loading. Proc. 6-th Intern. Conf. Soil Mech. a. Found. Engng., vol. III, Canada, 1965.

190. Winkler E. Die Lerne von der Elasticität und Festigkeit, 1867.

191. Wieghardt K. Uber den Balken auf nachgiebiger Unterlage «Zeitchrift für Angew. Mathematik und Mechanik», Bd. 2, H. 3, 1922.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 5

Часть первая

Общие сведения

Глава I. Развитие теории расчета балок и плит на упругом основании . . 8
§ 1. Гипотеза Винклера 8
§ 2. Гипотеза упругого полупространства 14
§ 3. Основные понятия в теории расчета конструкций на упругом полупространстве 17
§ 4. Теория расчета конструкций на упругом полупространстве . . . 28
§ 5. Другие гипотезы о работе оснований 45
§ 6. Связь между расчетами по Винклеру и по гипотезе упругого полупространства 55
Глава II. Гипотеза упругого полупространства в расчете конструкций на упругом основании 59
§ 1. Нелинейный характер зависимости осадок от давлений 59
§ 2. Введение корректирующего коэффициента для модуля деформации при переходе от измерения его штамповым испытанием к измерению по осадке больших плит 61
§ 3. Несоответствие эпюр реактивных давлений, наблюдаемых в действительности, расчетным. Решение смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов 64
§ 4. Распределительная способность грунта при использовании формул теории упругости 76
Глава III. Модуль деформации 80
§ 1. Экспериментальное определение 80
§ 2. Табличное определение модуля деформации 85
§ 3. Выбор расчетного значения модуля деформации 86

Часть вторая

Расчет конструкций, работающих в условиях плоской задачи

Глава I. Расчет полос при помощи таблиц безразмерных величин 97
§ 1. Общая часть 97
1. Содержание таблиц 97
2. Исходные данные для расчета 98
3. Предварительное назначение толщины полосы 98
4. Определение показателя гибкости полосы 101
5. Определение расчетной категории полосы 102
§ 2. Расчет полос конечной длины 102
6. Расчет жестких полос 102
7. Общие правила расчета полос конечной длины (жестких и коротких) 103
8. Выбор таблиц 104
9. Случай равномерной нагрузки 104
10. Случай нагрузки в виде сосредоточенной силы 107
11. Случай нагрузки в виде изгибающего момента 112
12. Суммирование эпюр 112
13. Построение линий влияния 111
§ 3. Расчет длинных полос 113
14. Общие правила 115

Стр.
15. Определение характеристики полосы и способа расчета 115
16. Расчет бесконечно длинной полосы, нагруженной сосредоточенной силой 117
17. Расчет полубесконечной полосы 120
18. Расчет бесконечно длинной и полубесконечной полосы, нагруженной изгибающим моментом 125
19. Расчет равномерно нагруженной бесконечной полосы 130
20. Расчет бесконечной полосы, нагруженной одновременно несколькими сосредоточенными силами и моментами, а также равномерной нагрузкой 137
21. Пример расчета длинной полосы. Общий случай сложной нагрузки 139
Глава II. Общий метод расчета полос на упругом основании в условиях плоской задачи 146
§ 1. Теоретические основы расчета 147
§ 2. Правила и формулы для бестабличного расчета полос конечной длины 151
Глава III. Расчет полос на упругом основании при наиболее типичных нагрузках 172
§ 1. Равномерно распределенная нагрузка 172
§ 2. Сосредоточенная сила, приложенная в середине полосы . . . 175
§ 3. Сосредоточенная сила, приложенная в любом сечении полосы . 181
§ 4. Общий характер перемещения поверхности основания в зависимости от характера нагрузки и жесткости полосы 184
Глава IV. Расчет заглубленных фундаментов и конструкций, работающих внутри основания 186
§ 1. Учет глубины заложения 186
§ 2. Влияние ломаного контура 190
§ 3. Формулы для определения напряжений и деформаций упругой полуплоскости при сосредоточенной силе, приложенной вблизи границы 199
§ 4. Расчет конструкций, работающих внутри грунтового основания . 203

Часть третья

Расчет круглых плит на упругом полупространстве

Глава I. Практика расчета 213
А. Круглые плиты 213
§ 1. Общие положения 213
§ 2. Расчет плит, принимаемых за абсолютно жесткие 215
§ 3. Расчет плиты конечного радиуса и жесткости 222
§ 4. Расчет круглой плиты, принимаемой за абсолютно гибкую или имеющую неограниченные размеры 246
§ 5. Расчет плиты с несвободными краями (днища резервуара) . . 248
Б. Плиты большой протяженности 250
§ 6. Расчет плиты неограниченных размеров при нагрузке одной сосредоточенной силой 250
§ 7. Расчет плиты неограниченных размеров при нагрузке, распределенной по малой площадке 252
§ 8. Расчет средних полей плиты под сетку колонн 254
§ 9. Расчет крайних полей плиты под сетку колонн. Расчет ребристых плит 260
В. Примеры расчета 262
§ 10. Пример расчета жесткой плиты. Фундамент доменной печи . 262
§ 11. Пример расчета круглой плиты конечного радиуса и жесткости 268
§ 12. Пример расчета плиты конечной жесткости и радиуса (сопоставление с расчетом по гипотезе коэффициента постели) 272
Глава II. Теоретические основы расчета 272
§ 1. Расчет круглых плит 272

Стр.

§ 2. Практические указания по расчету круглых плит конечных радиуса и жесткости (без таблиц безразмерных величин) 277
§ 3. Формулы для определения усилий в жестких симметрично нагруженных круглых плитах 285
§ 4. Обоснование расчетных категорий круглых плит 287
§ 5. Плиты неограниченных размеров и плиты под сетку колонн. Учет подстилающего слоя 289

Часть четвертая

Расчет балок на упругом основании в условиях пространственной задачи

Глава I. Практика расчета 297
§ 1. Общие положения 297
§ 2. Назначение ширины и предварительной высоты балки 298
§ 3. Определение расчетной категории балки 301
§ 4. Правила расчета жестких балок 303
§ 5. Правила расчета коротких балок 306
§ 6. Расчет длинных балок 329
§ 7. Выбор таблицы и графы 341
§ 8. Правила использования табличных данных 344
§ 9. О значении реактивных давлений под концами балки и об отрицательных значениях реактивных давлений 348
§ 10. Расчет балки в поперечном направлении 349
§ 11. Построение линий влияния для длинных балок 350
§ 12. Пример расчета жесткой балки 352
§ 13. Пример расчета короткой балки (общий случай сложной нагрузки) 356
§ 14. Пример расчета длинной балки 359
§ 15. Пример расчета фундаментных лент под пути мостового перегружателя 366
Глава II. Теоретические основы расчета 377
§ 1. Постановка задачи и общее ее решение для балок конечной длины 376
§ 2. Правила и формулы для расчета коротких балок 384
§ 3. Расчет бесконечных и полубесконечных балок 390
§ 4. Методы расчета балок на упругом основании в пространственных условиях, предложенные другими авторами 396
Глава III. Работа балок на упругом основании в зависимости от расчетных данных 397
§ 1. Влияние изменения показателя гибкости t и отношения сторон α на характер расчетных эпюр. Установление значений t и α, определяющих границы расчетных категорий балок 397
§ 2. Влияние величины приведенной полуширины длинной балки на характер расчетных эпюр 405
§ 3. Внецентренно приложенная нагрузка. «Ядро сечения» балки . . . 407
§ 4. Сопоставление результатов расчета балки в условиях пространственной задачи теории упругости с результатами расчета по гипотезе коэффициента постели 409
Глава IV. Специальные вопросы расчета балок на упругом основании . . 414
§ 1. Учет скального подстилающего слоя 414
§ 2. Кручение балок 414
§ 3. Расчет фундаментов из перекрестных лент 418
§ 4. Учет связи колонн жестким поясом (стеной) 437
§ 5. Расчет балки-стенки на упругом полупространстве 440
§ 6. Влияние боковой пригрузки на ленточные фундаменты при постоянной и подвижной нагрузках 441

Часть пятая

Расчет прямоугольных плит на упругом основании

Стр.

Глава I. Осадки и давления на грунт жестких прямоугольных плит и массивов 450
§ 1. Реактивные давления, осадки и углы поворота жестких прямоугольных плит и массивов 450
§ 2. Коэффициенты упругого равномерного и неравномерного сжатия 458
§ 3. Границы ядра сечения жестких прямоугольных плит 461
§ 4. Теоретические основы определения реактивных давлений и осадок под жесткими штампами и плитами 463
Глава II. Расчет на прочность гибких и жестких прямоугольных плит при нагрузках сплошной и силовой по краям 471
А. Общий метод расчета на прочность 471
§ 1. Основные положения 471
§ 2. Расчет жестких плит 476
§ 3. Расчет гибких прямоугольных плит на сплошную нагрузку . . . 487
§ 4. Теоретические основы расчета 492
Б. Специальные вопросы расчета 500
§ 5. Учет скального подстилающего слоя 500
§ 6. Расчет коробчатых фундаментов 505
Глава III. Расчет прямоугольных плит на нагрузку, близкую к сосредоточенной 511
А. Расчет центрально-нагруженных плит 511
§ 1. Общие положения 511
§ 2. Квадратная плита нагружена равномерно по малой площадке . . 514
§ 3. Квадратная плита, защемленная по контуру малого квадрата . . 520
§ 4. Квадратная жесткая плита нагружена в центре сосредоточенной силой 520
§ 5. Квадратная жесткая плита при равномерных реактивных давлениях загружена сосредоточенной силой 521
§ 6. Прямоугольная плита нагружена в центре сосредоточенной силой 523
§ 7. Практические вопросы расчета фундаментных подушек 525
Б. Плиты при нагрузке, близкой к сосредоточенной, приложенной в любом месте плиты 528
§ 8. Плита на упругом полупространстве при действии сосредоточенной силы, приложенной в любой точке 529
§ 9. Расчет плит большой протяженности при нагрузке, близкой к сосредоточенной 534

Часть шестая

Расчет прямоугольных плит большой протяженности

Глава I. Современное состояние вопроса 538
Глава II. Расчетные модели основания 545
§ 1. Основные расчетные характеристики моделей основания 545
§ 2. Определение расчетной величины сжимаемой толщи на основе экспериментальных данных 547
§ 3. Рекомендации по выбору расчетной модели основания 557
Глава III. Методика расчета прямоугольных плит большой протяженности 559
§ 1. Подготовка исходных данных для расчета плиты 562
§ 2. Алгоритм расчета прямоугольных плит большой протяженности . 567
§ 3. Пример расчета фундаментной плиты по таблицам 583
§ 4. Программа МРП-3 для расчета прямоугольных фундаментных плит большой протяженности на ЭВМ М-220М 600
Глава IV. Вопросы учета влияния жесткости надфундаментного строения на работу плиты 601

Литература 613

CONTENTS

Pages

Preface 5

Part I

GENERAL INFORMATION

Chapter 1. THE DIGEST OF THE EVALUTION OF BEAMS AND PLATES ANALYSIS ON ELASTIC FOUNDATION 8
The Winkler hypothesis, hypothesis of elastic halfspace and intermediate hypotheses

Chapter 2. THE DEFECTS OF APPLICATION OF THE ELASTIC HALFSPACE HYPOTHESIS TO THE CALCULATION OF STRUCTURES ON ELASTIC FOUNDATION AND METHODS OF ITS CORRECTION 59
Nonlinear relation between seetlements and stresses; the performance of large plates. Influence of plastic deformations in soil on pressure distribution; solution of elastoplastic problem; The deformation problems of halfspace considering its weight. 76

Chapter 3. THE DETERMINATION OF DEFORMATION MODULES

Part II

CALCULATION OF STRUCTURES SITUATED ON ANS IN ELASTIC HALFSPACE UNDER PLANE PROBLEM CONSITIONS

Chapter 1. CALCULATION OF STRIPS ON ELASTIC FOUNDATIONS USING THE TABULATED DIMENSIONLESS VALUES 97

Chapter 2. GENERAL METHOD OF STRIP — FOUNDATIONSIN THE CASE OF PLANE PROBLEM ANALYSIS 146

Chapter 3. CALCULATION OF STRIP — FOUNDATIONS ON ELASTIC BASE FOR THE MOST TYPICAL LOADS 172

Chapter 4. CALCULATION OF DEEP FOUNDATIONS AND STRUCTURES, FUNCTINIG INSIDE ELASTIC HALFSPACE . . . 186

Part III

THE CALCULATION OF CIRCULAR PLATES RESTING ON ELASTIC HALFSPACE

Chapter 1. PRACTICE OF CALCULATION 213

Chapter 2. THEORETICAL BASES OF SOLUTION 272

Part IV

CALCULATION OF BEAMS ON ELASTIC FOUNDATION FOR THE CASE OF THETHREE — DIMENSIONAL PROBLEM

Chapter 1. PRACTICE OF CALCULATION 297

Chapter 2. THEORETICAL BASES OF SOLUTION 377

Chapter 3. PERFORMANCE OF BEAMS ON ELASTIC FOUNDATION DEPENDING ON CALCULATION DATA 397

Pages

Chapter 4. SPECIAL PROBLEMS OF BEAMS ANALYSIS ON ELASTIC FOUNDATION 414

Part V

CALCULATION OF RECTANGULAR SLABS RESTING ON ELASTIC FOUNDATION

Chapter 1. SETTLEMENTS AND REACTIVE PRESSURES IN SOIL CAUSED BY RECTANGULAR SLABS AND MASSIF 450

Chapter 2. STRENGTH ANALYSIS OF ELASTIC AND RIGID RECTANGULAR SLABS RESTING ON ELASTIC FOUNDATION UNDER DISTRIBUTED LOAD OVER THE WHOLE AREA OF THE SLAB AND FORCE LOADING ON THE ENDS 471

Chapter 3. CALCULATION OF RECTANGULAR SLABS SUBJECTED TO THE CONCENTRATED LOAD 511

Part VI

ANALYSIS OF LARGE RECTANGULAR SLABS

Chapter 1. STATE OF THE PROBLEMS NOWADAYS 538

Chapter 2. CALCULATION SCHEME OF FOUNDATION 545

Chapter 3. CALCULATION METHOD OF LARGE RECTANGULAR SLABS 562

Chapter 4. EFFECT OF UPPER STRUCTURE ON SPREAD FOUNDATION PERFORMANCE 601

Михаил Иванович Горбунов-Посадов,
Татьяна Андреевна Маликова

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Редакторы издательства А. В. Болотина,
Э. М. Осипова
Внешнее оформление художника Э. С. Филимонова
Технические редакторы В. М. Родионова, И. В. Панова
Корректоры А. М. Введенская, Л. С. Лелягина

Сдано в набор 31/I 1973 г. Подписано к печати 21/IV 1973 г.
Т-06833 Формат 60×90¹/₁₆ Д. л., бумага типографская № 2
39,25 печ. л. (43,15 уч.-изд. л.)
Тираж 10 000 экз Изд. № А-VI-3429 Зак. № 99 Цена 2 р. 36 к.

Стройиздат
Москва, К-31, Кузнецкий мост, д. 9
Подольская типография Союзполиграфпрома
Государственного комитета Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
г. Подольск, ул. Кирова, 25